Θα μιλήσουμε για

ΜΟΝΤΕΛΑ ΑΝΑΚΤΗΣΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ

Διαφάνειες του καθ. **Γιάννη Τζίτζικα** (Παν. Κρήτης)

http://www.ics.forth.gr/~tzitzik/

Για το πιθανοκρατικό του καθ. **Απ. Παπαδόπουλου** (Αριστοτέλειο Παν.)

Κεφάλαιο 2 του βιβλίου

Διάρθρωση

- **Εισαγωγή στα Μοντέλα Ανάκτησης**
- **Κατηγορίες Μοντέλων**
- **Απόλυτο και Κάλλιστο (ή Βέλτιστο) Ταίριασμα (Exact vs Best Match)**
- **Τα Τρία Κλασσικά Μοντέλα Ανάκτησης**
- **Επεκτάσεις**

Αναπαράσταση Εγγράφων:

Πως βλέπουμε ένα έγγραφο;

- Πως βλέπουμε ένα έγγραφο;
  - Ως έχει (full text);
  - Αγνοώντας λέξεις που δεν φέρουν νόημα (π.χ. τα άρθρα) ;
  - Ως σάκο (bag) όρων ευρετηρίου (bag of index terms), δηλαδή αγνοώντας τη σειρά με την οποία εμφανίζονται οι λέξεις στο κείμενο;
  - Ως σύνολο όρων ευρετηρίου (set of Index terms)
  - Ως δομημένο έγγραφο (π.χ. hypertext, XML)
- Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα θα καθορίσει τη μορφή του ευρετηρίου που πρέπει να κατασκευάσουμε.
- Η απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι συνυφασμένη **και** με το μοντέλο ανάκτησης που πρόκειται χρησιμοποιήσουμε.

Μοντέλα Ανάκτησης

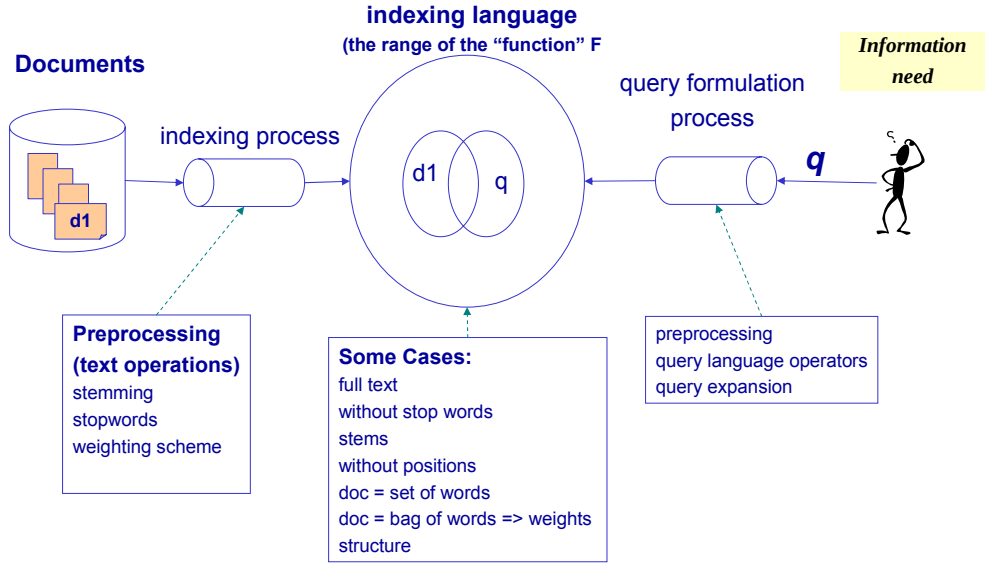
- Ένα μοντέλο ανάκτησης ορίζει
  - Αναπαράσταση Εγγράφων
  - Αναπαράσταση Επερωτήσεων
  - Καθορίζει και ποσοτικοποιεί την έννοια της συνάφειας
    - ο βαθμός συνάφειας μπορεί να είναι δίτιμος (π.χ. {1,0}), ή συνεχής (π.χ. [0,1])

Έστω **D** η συλλογή εγγράφων και **Q** το σύνολο όλων των πληροφοριακών αναγκών που μπορεί να έχει ένας χρήστης.

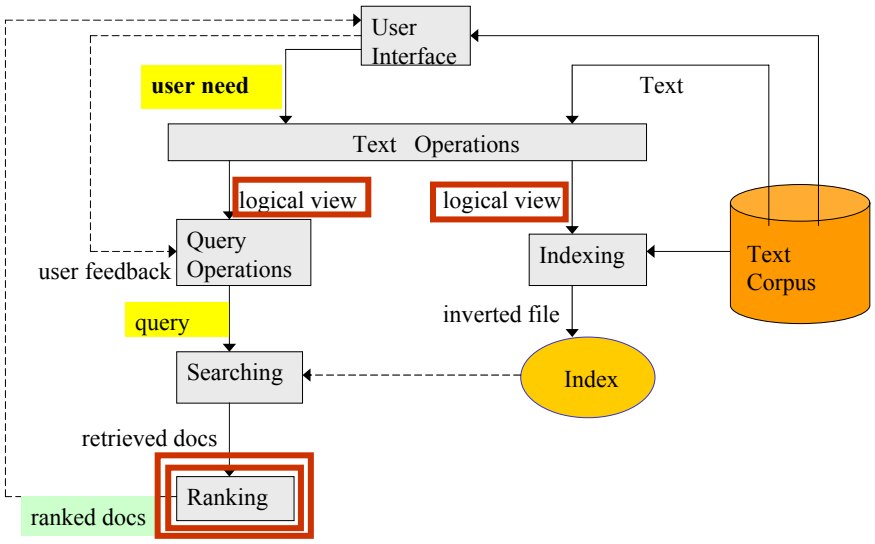
Μπορούμε να δούμε ένα ***μοντέλο ανάκτησης πληροφορίας*** ως μια τετράδα [F, D, Q, R] όπου:

- D: λογικές όψεις εγγράφων $D=\{ F(d) \mid \mathbf{d} \in \mathbf{D}\}$
- Q: λογικές όψεις επερωτήσεων $Q=\{ F(q) \mid \mathbf{q} \in \mathbf{Q}\}$
- F: πλαίσιο μοντελοποίησης εγγράφων, επερωτήσεων και των σχέσεων μεταξύ τους
- R: συνάρτηση κατάταξης που αποδίδει μία τιμή σε κάθε ζεύγος $(d,q) \in D \times Q$
  - δίτιμη: $R: D \times Q \rightarrow [True/False]$
  - συνεχής $R: D \times Q \rightarrow [0,1]$

Διαδικασία Ανάκτησης



Τα τμήματα της αρχιτεκτονικής που εμπλέκονται



Κατηγορίες Μοντέλων Ανάκτησης

Τι θα δούμε σήμερα:

Λογικό μοντέλο για το κείμενο, την ερώτηση και τη συνάρτηση ομοιότητας μεταξύ τους

- Κλασσικά Μοντέλα
  - Boolean Model
  - Διανυσματικό (Vector Space)
  - Πιθανοκρατικό (Probabilistic)

Λέξεις Κλειδιά (Keywords)

- Χρησιμοποιούνται ως αντιπρόσωποι όλου του κειμένου και βοηθούν στη σύντομη περιγραφή του κειμένου (περίληψη).
- Απαιτείται προσοχή στην επιλογή τους, έτσι ώστε τα κείμενα να διαχωρίζονται κατάλληλα.
- Το πλήθος των όρων είναι συνήθως μεγάλο και προηγείται απαλοιφή τετριμμένων λέξεων (π.χ., άρθρα, σύνδεσμοι κλπ)

Παράδειγμα

Κείμενο 1	Κείμενο 2	Κείμενο 3
... η γεωργική επανάσταση	... η βιομηχανική επανάσταση	... η επανάσταση υψηλής τεχνολογίας

Η επιλογή της λέξης *επανάσταση* ως λέξη κλειδί για τα τρία κείμενα δημιουργεί πρόβλημα. Γιατί;

Κλασσικά Μοντέλα

- Όλες οι λέξεις κλειδιά (αλλιώς όροι -term) δεν έχουν την ίδια βαρύτητα για τις προτιμήσεις των χρηστών. Κάποιες λέξεις μπορεί να είναι σημαντικές ενώ κάποιες άλλες λιγότερο σημαντικές.
- Έστω t_i ένας όρος και d_j ένα έγγραφο. Το βάρος του όρου t_i στο έγγραφο d_j συμβολίζεται ως $w(t_i,d_j) >= 0$ (ή απλούστερα w_{ij}) και δηλώνει το πόσο σημαντικός είναι ο όρος t_i σε σχέση με το έγγραφο d_j.

Έστω m αριθμός των όρων και $T=\{t_1,\ldots,t_m\}$ το σύνολο των μοναδικών όρων. Εάν ο όρος t_i δεν εμφανίζεται στο έγγραφο d_j τότε $w(t_i,d_j)=0$. Διαφορετικά, $w(k_i,d_j) > 0$.

Άρα σε κάθε κείμενο $\boldsymbol{d}_j$ αντιστοιχεί ένα m-διάστατο διάνυσμα βαρών

$(w_{1,j}, w_{2,j}, \ldots, w_{m,j})$.

Παράσταση εγγράφων

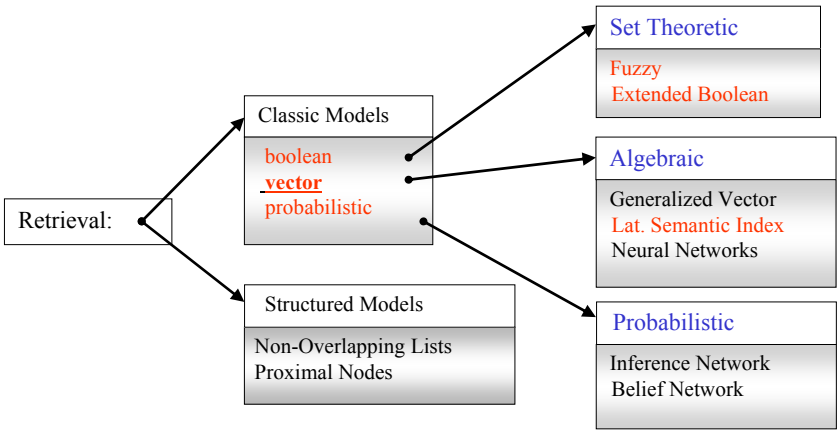
$$\begin{array}{c|cccc} & k_1 & k_2 & \ldots. & k_t \\ d_1 & w_{11} & w_{21} & \ldots & w_{t1} \\ d_2 & w_{12} & w_{22} & \ldots & w_{t2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_n & w_{1n} & w_{2n} & \ldots & w_{tn} \end{array}$$

- $K=\{k_1,\ldots,k_t\}$: σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο $\mathbf{d_j}$ παριστάνεται με το διάνυσμα $d_j=(w_{1,j},\ldots,w_{t,j})$ όπου:
  - $w_{i,j} > 0$ αν η λέξη k_i εμφανίζεται στο έγγραφο $\mathbf{d_j}$ (αλλιώς $w_{i,j} = \mathbf{0}$)

Exact vs. Best Match Retrieval Models

- Exact-match (Απόλυτου Ταιριάσματος)
  - μια επερώτηση καθορίζει **αυστηρά (απόλυτα) κριτήρια ανάκτησης**
  - κάθε έγγραφο **είτε ταιριάζει είτε όχι** με μία επερώτηση
  - το αποτέλεσμα είναι ένα **σύνολο** κειμένων
- Best-match (Κάλλιστου Ταιριάσματος)
  - μια επερώτηση **δεν περιγράφει αυστηρά** κριτήρια ανάκτησης
  - **κάθε** έγγραφο ταιριάζει σε μια επερώτηση **σε ένα βαθμό**
  - το αποτέλεσμα είναι μια **διατεταγμένη λίστα** εγγράφων
  - με ένα κατώφλι (στο βαθμό συνάφειας) μπορούμε να ελέγξουμε το μέγεθος της απάντησης (συνάφεια > κατώφλι ή τα top-k έγγραφα)
- «Μικτές προσεγγίσεις»
  - συνδυασμός απόλυτου ταιριάσματος με τρόπους διάταξης του συνόλου της απάντησης
    - E.g., best-match query language that incorporates exact-match operators

Μια Ταξινομία των Μοντέλων Ανάκτησης



Information Retrieval Models

Boolean Retrieval Model

Boolean Retrieval Model

Έγγραφο = σύνολο λέξεων κλειδιών (keywords)

Επερώτηση = Boolean έκφραση λέξεων κλειδιών (AND,OR, NOT, παρενθέσεις)

- πχ επερώτησης
  - ((Crete AND Greece) OR (Oia AND Santorini)) AND Hotel AND-NOT Hilton
  - ((Crete & Greece) | (Oia & Santorini)) & Hotel & ! Hilton

Απάντηση= σύνολο εγγράφων

- απουσία διάταξης

Παράσταση εγγράφων κατά το Boolean Model

	k_1	k_2	....	k_t
d_1	w_{11}	w_{21}	...	w_{t1}
d_2	w_{12}	w_{22}	...	w_{t2}
:	:	:		:
:	:	:		:
d_n	w_{1n}	w_{2n}	...	w_{tn}

$w_{i,j} \in \{0,1\}$

- K={k_1,…,k_t} : σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο **d_j** παριστάνεται με το διάνυσμα d_j=($w_{1,j}$,…,$w_{t,j}$) όπου:
  - $w_{i,j}$ = **1** αν η λέξη k_i εμφανίζεται στο έγγραφο **d_j** (αλλιώς $w_{i,j}$ =**0**)

Boolean Retrieval Model: Formally

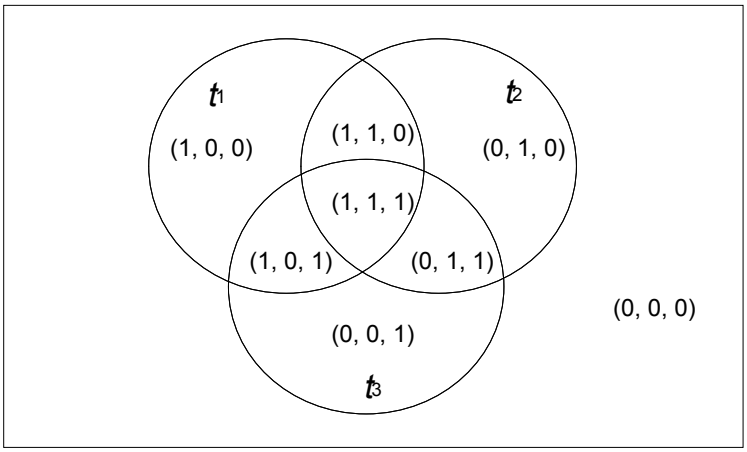
- K={k_1,…,k_t} : σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο **d_j** παριστάνεται με το διάνυσμα d_j=($w_{1,j}$,…,$w_{t,j}$) όπου:
  - $w_{i,j}$ **= 1** αν η λέξη k_i εμφανίζεται στο κείμενο **d_j** (αλλιώς $w_{i,j}$ =**0**)
- Μια επερώτηση q είναι μια λογική έκφραση στο K, πχ:

$$q = (k_1 \vee k_2) \wedge k_3$$

Μετατροπή σε DNF

Boolean Μοντέλο

$q = (t_1 \vee t_2) \wedge t_3$ $q = \vee (\ldots \wedge \ldots)$



Boolean Μοντέλο

Πίνακας αληθείας του ερωτήματος $(t1 \vee t2) \wedge t3$

t_1	t_2	t_3	διάνυσμα	έκφραση	απάντηση
0	0	0	$(0, 0, 0)$	$\neg t_1 \wedge \neg t_2 \wedge \neg t_3$	0
0	0	1	$(0, 0, 1)$	$\neg t_1 \wedge \neg t_2 \wedge t_3$	0
0	1	0	$(0, 1, 0)$	$\neg t_1 \wedge t_2 \wedge \neg t_3$	0
0	1	1	$(0, 1, 1)$	$\neg t_1 \wedge t_2 \wedge t_3$	1
1	0	0	$(1, 0, 0)$	$t_1 \wedge \neg t_2 \wedge \neg t_3$	0
1	0	1	$(1, 0, 1)$	$t_1 \wedge \neg t_2 \wedge t_3$	1
1	1	0	$(1, 1, 0)$	$t_1 \wedge t_2 \wedge \neg t_3$	0
1	1	1	$(1, 1, 1)$	$t_1 \wedge t_2 \wedge t_3$	1

Boolean Retrieval Model: Formally

- K={k_1,…,k_t} : σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο **d_j** παριστάνεται με το διάνυσμα d_j=($w_{1,j}$,…,$w_{t,j}$) όπου:
  - $w_{i,j}$ **= 1** αν η λέξη k_i εμφανίζεται στο κείμενο **d_j** (αλλιώς $w_{i,j}$ =**0**)
- Μια επερώτηση q είναι μια λογική έκφραση στο K, πχ:
  - q = "**k1 and (k2 or not k3))**" δηλαδή q = "**k1 ∧ (k2 ∨ ¬ k3))**"
  - q_{DNF} = "**(k1 ∧ k2 ∧ k3) ∨(k1 ∧ k2 ∧¬ k3) ∨(k1 ∧ ¬ k2 ∧ ¬ k3)**"
  - q_{DNF} = "**(1,1,1) ∨(1,1,0) ∨(1,0,0)**"
- R(d,q)=
  - **True** αν υπάρχει συζευκτική συνιστώσα του q με λέξεις των οποίων τα βάρη είναι τα ίδια με αυτά των αντίστοιχων λέξεων του εγγράφου d
  - **False,** αλλιώς

Boolean Retrieval Model:
Ισοδύναμος ορισμός

Αποτίμηση επερωτήσεων (με χρήση λογικής)

- ένα κείμενο d είναι μια **σύζευξη όρων**, όπου **όρος** μια λέξη σε θετική ή αρνητική μορφή (σε θετική αν εμφανίζεται στο κείμενο, αλλιώς σε αρνητική)
- μια επερώτηση q είναι μια οποιαδήποτε λογική έκφραση
- **R(d,q)=True if and only if d |= q**
  - δηλαδή αν κάθε ερμηνεία που αληθεύει το d αληθεύει και το q

Boolean Retrieval Model:
Ένας εναλλακτικός τρόπος ορισμού

Μπορούμε να ορίσουμε ως ερμηνεία μιας λέξης (του K) το σύνολο των εγγράφων που την περιέχουν.
Άρα η ερμηνεία είναι μια συνάρτηση I: $K \rightarrow 2^D$ που ορίζεται ως εξής:
I(k) = { d | d περιέχει τη λέξη κ}
Έστω E το σύνολο των λογικών εκφράσεων με λέξεις από το σύνολο K.

Μπορούμε να επεκτείνουμε μια ερμηνεία I του K σε μια ερμηνεία J του E ως εξής
J(t) = I(t)
$J(e \wedge e') = J(e) \cap J(e')$
$J(e \vee e') = J(e) \cup J(e')$
$J(e \wedge \neg e') = J(e) \setminus J(e')$
Η απάντηση μιας επερώτησης q (κατά το Boolean μοντέλο) είναι η εξής:
ans(q) = J(q)

Οι αδυναμίες του Boolean μοντέλου

Η αδυναμία ελέγχου του μεγέθους της απάντησης

- Παράδειγμα:
  - |Answer("Cheap ∧ Tickets ∧ Heraklion")| = 1
  - |Answer("Cheap ∧ Tickets"| = 1000
  - |Answer("Cheap ∧ Heraklion)| = 1000
  - |Answer("Tickets ∧ Heraklion")| = 1000
- Άρα είτε παίρνουμε μια απάντηση με ένα έγγραφο είτε ένα σύνολο 1000 εγγράφων. :(

  Too many or too few documents

Οι αδυναμίες του Boolean μοντέλου

- Άκαμπτο: AND σημαίνει όλα, OR σημαίνει οποιοδήποτε
- Δυσκολίες
  - Ο έλεγχος του μεγέθους της απάντησης
    - All matched documents will be returned
  - Ικανοποιητική ακρίβεια (precision) συχνά σημαίνει απαράδεκτη ανάκληση (recall)
  - Η διατύπωση των επερωτήσεων είναι δύσκολη για πολλούς χρήστες
  - Η έκφραση σύνθετων πληροφοριακών αναγκών είναι δύσκολη
  - Δεν μας λέει πώς να διατάξουμε την απάντηση
    - All matched documents logically satisfy the query
  - Τα μοντέλα κατάταξης (ranking models) έχουν αποδειχτεί καλύτερα στην πράξη
  - Η υποστήριξη ανάδρασης συνάφειας δεν είναι εύκολη
    - If a document is identified by the user as relevant or irrelevant, how should the query by modified ?

Τα θετικά του Boolean μοντέλου

- Προβλέψιμο, εύκολα εξηγήσιμο
- Αποτελεσματικό όταν γνωρίζεις ακριβώς τι ψάχνεις και τι περιέχει η συλλογή
- Αποδοτική υλοποίηση

Στατιστικά Μοντέλα

Κοινά χαρακτηριστικά των Στατιστικών Μοντέλων

- Έγγραφο: σάκος (bag) λέξεων
  - Bag = set that allows multiple occurences of the same element
  - So we view a document as an unordered set of words with frequencies
- Επερώτηση: Σύνολο όρων με προαιρετικά βάρη:
  - Weighted query terms: **q = <database 0.5, text 0.8, information 0.2>**
  - Unweighted query terms: **q = <database text information >**
  - No Boolean conditions specified in the query
- Απάντηση: Διατεταγμένο σύνολο συναφών εγγράφων
  - υπολογίζεται βάσει των συχνοτήτων εμφάνισης των λέξεων στα έγγραφα και στις επερωτήσεις

Στατιστικά Μοντέλα: Κρίσιμα Ερωτήματα

- Πώς να καθορίζουμε τη σπουδαιότητα ενός όρου σε ένα έγγραφο και στα πλαίσια ολόκληρης της συλλογής;
- Πώς να καθορίζουμε το βαθμό ομοιότητας μεταξύ ενός εγγράφου και μιας επερώτησης;

Information Retrieval Models

Vector Space Model

(Διανυσματικό Μοντέλο)

(το πιο διαδεδομένο μοντέλο ανάκτησης)

Διανυσματικό Μοντέλο: Εισαγωγή

$K=\{k_1,\ldots,k_t\}$: σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης

- Κάθε έγγραφο $\mathbf{d_j}$ παριστάνεται με ένα διάνυσμα $d_j = (w_{1,j},\ldots,w_{t,j})$ όπου $w_{i,j} \in [0,1]$ (πχ $w_{i,j}=0.3$)
- Μια επερώτηση q παριστάνεται με ένα διάνυσμα $q = (w_{1,q},\ldots,w_{t,q})$ όπου πάλι $w_{i,q} \in [0,1]$
- R(d, q) εκφράζει το βαθμό ομοιότητας των διανυσμάτων d και q

Παράσταση εγγράφων στο Διανυσματικό Μοντέλο

	k_1	k_2	....	k_t
d_1	w_{11}	w_{21}	...	w_{t1}
d_2	w_{12}	w_{22}	...	w_{t2}
:	:	:		:
:	:	:		:
d_n	w_{1n}	w_{2n}	...	w_{tn}

$w_{i,j} \in [0,1]$

- $K=\{k_1,\ldots,k_t\}$: σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο $\mathbf{d_j}$ παριστάνεται με το διάνυσμα $d_j=(w_{1,j},\ldots,w_{t,j})$ όπου:
  - $w_{i,j}$ το βάρος της λέξης k_i για το κείμενο $\mathbf{d_j}$

Βάρη Όρων: Συχνότητα όρου (tf)

- Οι πιο συχνοί όροι σε ένα έγγραφο είναι πιο σημαντικοί (υποδηλώνουν το περιεχόμενο του)
  - $freq_{ij}$ = πλήθος εμφανίσεων του όρου i στο έγγραφο j
- Κανονικοποίηση
  - $tf_{ij} = freq_{ij} / max_k \{freq_{kj}\}$
  - *όπου* $max_k \{freq_{kj}\}$ *το μεγαλύτερο πλήθος εμφανίσεων ενός όρου στο έγγραφο j*

Παράδειγμα: Έστω το έγγραφο d_2 ="a a a a b b b c c c c"

$freq_{a2} = 4,$
$tf_{a2} = 4/4=1$
$freq_{b2} = 3,$
$tf_{b2} = 3/4=0.75$

Παράδειγμα

- d_1 = { a a a b c }
- d_2 = { a a a d e }
- d_3 = { a a a f g }

- Το a λαμβάνει το μεγαλύτερο βάρος (άρα το μεγαλύτερο tf) σε κάθε έγγραφο

Ας σκεφτούμε ολόκληρη τη συλλογή.

- Μας επιτρέπει το a να διακρίνουμε τα κείμενα;
- Αν όχι μήπως δεν θα έπρεπε να λαμβάνει το μεγαλύτερο βάρος (στο διάνυσμα του κάθε εγγράφου);
- Αν η συλλογή είχε μόνο αυτά τα 3 έγγραφα (και ήταν σταθερή) θα μπορούσαμε ακόμα και να ... αγνοήσουμε πλήρως τον όρο a από το ευρετήριο.

Βάρη Όρων: Αντίστροφη Συχνότητα Εγγράφων (Inverse Document Frequency)

Ιδέα: Όροι που εμφανίζονται σε πολλά διαφορετικά έγγραφα έχουν μικρή διακριτική ικανότητα

- df_i = document frequency of term i
  - πλήθος εγγράφων που περιέχουν τον όρο i
- idf_i = inverse document frequency of term i := $\log_2(N/ df_i)$
  - (N: συνολικό πλήθος εγγράφων)
- **Το *idf* αποτελεί μέτρο της διακριτικής ικανότητας του όρου**
  - ο λογάριθμος ελαφραίνει το βάρος του idf σε σχέση με το tf
- Παράδειγμα:
  - Έστω N = 10 και $df_{computer}$ = 10, $df_{aristotle}$ = 2,
  - Τότε, $N/df_{computer}$ = 10/10=1, $N/df_{aristotle}$ = 10/2=5
  - Τότε, $idf_{computer}$ = log(1) =0, $idf_{aristotle}$ = log(5)=2.3

TF-IDF Weighting (βάρυνση TF-IDF)

$$\begin{array}{c|cccc} & k_1 & k_2 & \ldots. & k_t \\ d_1 & w_{11} & w_{21} & \ldots & w_{t1} \\ d_2 & w_{12} & w_{22} & \ldots & w_{t2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_n & w_{1n} & w_{2n} & \ldots & w_{tn} \end{array}$$

$$w_{ij} = tf_{ij}\, idf_i = tf_{ij} \log_2 (N/ df_i)$$

- Ένας όρος που εμφανίζεται **συχνά** στο έγγραφο, αλλά **σπάνια** στην υπόλοιπη συλλογή, λαμβάνει **υψηλό** βάρος.
- Αν και έχουν προταθεί πολλοί άλλοι τρόποι βάρυνσης, το tf-idf δουλεύει πολύ καλά στην πράξη.

Παράδειγμα υπολογισμού TF-IDF

- Έστω το ακόλουθο έγγραφο:
  - d="A B A B C A"
- Υποθέστε ότι η συλλογή περιέχει 10.000 έγγραφα και οι συχνότητες κειμένου (document frequencies) αυτών των όρων είναι:
  - A(50), B(1300), C(250)

Τότε:

- A: tf=3/3; idf = log(10000/50)= 5.3; tf-idf=5.3
- B: tf=2/3; idf = log(10000/1300)= 2; tf-idf=1.3
- C: tf=1/3; idf = log(10000/250)= 3.7; tf-idf=1.2

Διάνυσμα Επερώτησης

- Τα διανύσματα των επερωτήσεων θεωρούνται ως έγγραφα και επίσης βαρύνονται με tf-idf
  - Μια επερώτηση δεν συγκροτείται πάντα από λίγες λέξεις. Μια επερώτηση μπορεί να είναι μια παράγραφος κειμένου (ή ένα ολόκληρο έγγραφο)
- Εναλλακτικά, ο χρήστης μπορεί να δώσει τα βάρη των όρων της επερώτησης

	k_1	k_2	....	k_t
d_1	w_{11}	w_{21}	...	w_{t1}
d_2	w_{12}	w_{22}	...	w_{t2}
:	:	:		:
:	:	:		:
d_n	w_{1n}	w_{2n}	...	w_{tn}
q	w_{1q}	w_{2q}	...	w_{tq}

$w_{i,j} \in [0,1]$

Διανυσματικό Μοντέλο:

- $K=\{k_1,\ldots,k_t\}$: σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο $\mathbf{d_j}$ παριστάνεται με ένα διάνυσμα $d_j=(w_{1,j},\ldots,w_{t,j})$ όπου $w_{i,j} = \mathbf{tf_{ij}\ idf_i}$
- Μια επερώτηση q παριστάνεται με ένα διάνυσμα $q=(w_{1,q},\ldots,w_{t,q})$ όπου πάλι $w_{i,q} = \mathbf{tf_{iq}\ idf_i}$
- R(d,q) = ?

Μαθηματικές Έννοιες

$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, ..., x_n)$ διάνυσμα στο χώρο των n διαστάσεων

Μέτρο του $\mathbf{x}$ δίνεται με βάση το Πυθαγόρειο θεώρημα

$$|\mathbf{x}|^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + ... + x_n^2$$

Αν $\mathbf{x}_1$ και $\mathbf{x}_2$ είναι διανύσματα:

Εσωτερικό Γινόμενο (dot product) δίνεται από:

$$\mathbf{x}_1.\mathbf{x}_2 = x_{11}x_{21} + x_{12}x_{22} + x_{13}x_{23} + ... + x_{1n}x_{2n}$$

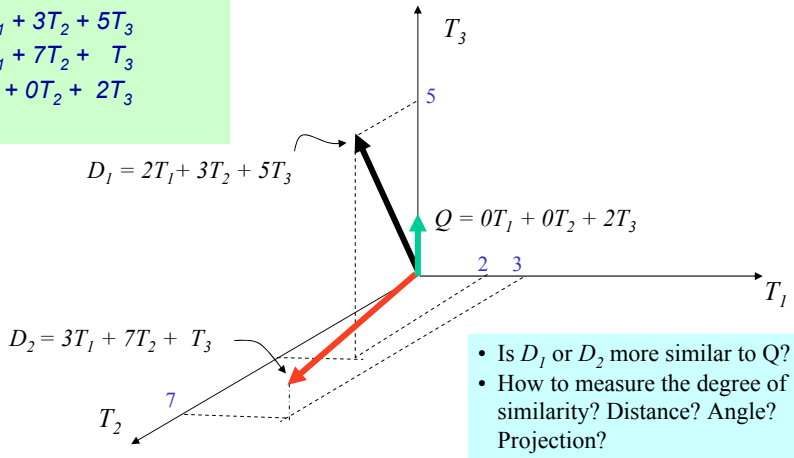
Συνημίτονο γωνίας μεταξύ των διανυσμάτων $\mathbf{x}_1$ and $\mathbf{x}_2$:

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{x}_1.\mathbf{x}_2}{|\mathbf{x}_1|\,|\mathbf{x}_2|}$$

Διανυσματικό Μοντέλο: Μέτρο Ομοιότητας

Έστω οτι το λεξιλόγιο μας αποτελείται από 3 λέξεις T1, T2 και T3

Example:
$D_1 = 2T_1 + 3T_2 + 5T_3$
$D_2 = 3T_1 + 7T_2 + T_3$
$Q = 0T_1 + 0T_2 + 2T_3$



- Is D_1 or D_2 more similar to Q?
- How to measure the degree of similarity? Distance? Angle? Projection?

Μέτρο Ομοιότητας: **Εσωτερικό Γινόμενο** (inner product)

- Η ομοιότητα μεταξύ των διανυσμάτων d και q ορίζεται ως το εσωτερικό τους γινόμενο:

$$sim(dj, q) = \vec{dj} \cdot \vec{q} = \sum_{i=1}^{t} w_{ij} \cdot w_{iq}$$

  - όπου w_{ij} το βάρος του όρου i στο έγγραφο j και w_{iq} το βάρος του όρου i στην επερώτηση. Το πλήθος των όρων του λεξιλογίου είναι t
- Για δυαδικά (0/1) διανύσματα το εσωτερικό γινόμενο είναι ο αριθμός των matched query terms in the document (άρα το μέγεθος της τομής)
- Για βεβαρημένα διανύσματα, είναι το άθροισμα των γινομένων των βαρών των matched terms

Παράδειγμα

Binary: retrieval, database, architecture, computer, text, management, information

- d = 1, 1, 1, 0, 1, 1, 0
- q = 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1

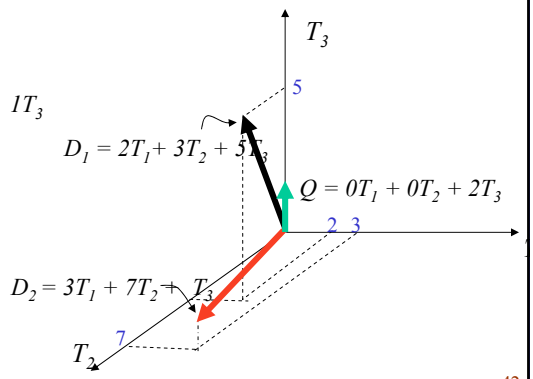
sim(d, q) = 3

Size of vector = size of vocabulary = 7
0 means corresponding term not found in document or query

Weighted:

$D_1 = 2T_1 + 3T_2 + 5T_3$ $\quad D_2 = 3T_1 + 7T_2 + 1T_3$
$Q = 0T_1 + 0T_2 + 2T_3$

$sim(D_1, Q) = 2*0 + 3*0 + 5*2 = 10$
$sim(D_2, Q) = 3*0 + 7*0 + 1*2 = 2$



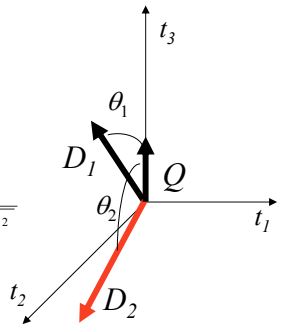
Ιδιότητες του Εσωτερικού Γινομένου

Το εσωτερικό γινόμενο

- δεν είναι φραγμένο (unbounded)
- ευνοεί (μεροληπτεί) μεγάλα έγγραφα με μεγάλο πλήθος διαφορετικών όρων
- μετρά το πλήθος των όρων που κάνουν match, αλλά αγνοεί αυτούς που δεν κάνουν match

Μέτρο Ομοιότητας Συνημίτονου (Cosine)

$$\text{CosSim}(\boldsymbol{d}_j, \boldsymbol{q}) = \frac{\vec{d}_j \cdot \vec{q}}{\left|\vec{d}_j\right| \cdot \left|\vec{q}\right|} = \frac{\sum_{i=1}^{t} (w_{ij} \cdot w_{iq})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{t} w_{ij}^2 \cdot \sum_{i=1}^{t} w_{iq}^2}}$$



$D_1 = 2T_1 + 3T_2 + 5T_3$ $\quad \text{CosSim}(D_1, Q) = 10 / \sqrt{(4+9+25)(0+0+4)} = 0.81$
$D_2 = 3T_1 + 7T_2 + 1T_3$ $\quad \text{CosSim}(D_2, Q) = 2 / \sqrt{(9+49+1)(0+0+4)} = 0.13$
$Q = 0T_1 + 0T_2 + 2T_3$

D_1 is 6 times better than D_2 using cosine similarity but only 5 times better using inner product. (διαισθητικά το D2 περιέχει πιο πολλούς «άσχετους» όρους)

Διανυσματικό Μοντέλο: Παρατηρήσεις

- Πλεονεκτήματα
  - Λαμβάνει υπόψη τις **τοπικές** (tf) και **καθολικές** (idf) συχνότητες όρων
  - Παρέχει **μερικό ταίριασμα** (partial matching) και **διατεταγμένα** αποτελέσματα
  - Τείνει να δουλεύει καλά στην πράξη, παρά τις αδυναμίες του
  - Αποδοτική υλοποίηση για μεγάλες συλλογές εγγράφων
- Αδυναμίες
  - Απουσία Σημασιολογίας (π.χ. σημασίας λέξεων)
  - Απουσία Συντακτικής Πληροφορίας (π.χ. δομή φράσης, σειρά λέξεων, εγγύτητα λέξεων)
  - Υπόθεση Ανεξαρτησίας Όρων (π.χ. αγνοεί τα συνώνυμα)
  - Έλλειψη ελέγχου ala Boolean model (π.χ. δεν μπορούμε να απαιτήσουμε την παρουσία ενός όρου στο έγγραφο)
    - Given a two-term query q="A B", may prefer a document containing A frequently but not B, over a document that contains both A and B but both less frequently

Περίληψη του Διανυσματικού Μοντέλου

- K={k_1,…,k_t} : σύνολο όλων των λέξεων ευρετηρίασης
- Κάθε έγγραφο $\mathbf{d_j}$ παριστάνεται με το διάνυσμα $d_j=(w_{1,j},\ldots,w_{t,j})$ όπου $w_{ij} = tf_{ij}\, idf_i = tf_{ij} \log_2 (N/ df_i)$
- Μια επερώτηση q παριστάνεται με το διάνυσμα $q=(w_{1,q},\ldots,w_{t,q})$ όπου $w_{iq} = tf_{iq}\, idf_i = tf_{iq} \log_2 (N/ df_i)$
- $R(\mathbf{d_j},\mathbf{q}) = \text{CosSim}(\mathbf{d_j}, \mathbf{q}) = \dfrac{\vec{d}_j \cdot \vec{q}}{|\vec{d}_j| \cdot |\vec{q}|} = \dfrac{\sum_{i=1}^{t} (w_{ij} \cdot w_{iq})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{t} w_{ij}^2 \cdot \sum_{i=1}^{t} w_{iq}^2}}$

Υπολογισμός του βαθμού συνάφειας
Απλοϊκή Υλοποίηση

1) Φτιάξε το *tf-idf* διάνυσμα για κάθε έγγραφο $\mathbf{d}_j$ ths συλλογής (έστω V το λεξιλόγιο)

2) Φτιάξε το *tf-idf* διάνυσμα **q** της επερώτησης

3) Για κάθε έγγραφο d_j του D
   Υπολόγισε το σκορ $s_j = \text{cosSim}(d_j, q)$

4) Διέταξε τα έγγραφα σε φθίνουσα σειρά

5) Παρουσίασε τα έγγραφα στο χρήστη

Χρονική πολυπλοκότητα του βήματος (3): $O(|V|\cdot|D|)$

Πολύ ακριβό αν τα V και D είναι μεγάλα!

$|V| = 10{,}000$; $|D| = 100{,}000$; $|V|\cdot|D| = 1{,}000{,}000{,}000$

Υπολογισμός του βαθμού συνάφειας
Καλύτερη (γρηγορότερη) Υλοποίηση

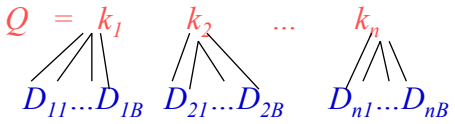
- Ένας όρος που δεν εμφανίζεται **και** στην επερώτηση **και** στο έγγραφο δεν επηρεάζει το βαθμό ομοιότητας συνημίτονου
  - Το γινόμενο των βαρών είναι 0 και άρα δεν συνεισφέρει στο εσωτερικό γινόμενο
- Συνήθως η επερώτηση είναι μικρή, άρα το διάνυσμα της είναι εξαιρετικά «αραιό»
- => Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα ευρετήριο ώστε να υπολογίσουμε το βαθμό ομοιότητας μόνο εκείνων των εγγράφων που περιέχουν τουλάχιστον έναν όρο της επερώτησης.

3) Για κάθε έγγραφο d_j του D
   Υπολόγισε το σκορ $s_j = \text{cosSim}(d_j, q)$ — Απλοϊκό

↓

3') Για κάθε έγγραφο d_j **που περιέχει τουλάχιστον έναν όρο του query**
   Υπολόγισε το σκορ $s_j = \text{cosSim}(d_j, q)$ — Καλύτερο

Υπολογισμός του βαθμού συνάφειας
Καλύτερη (γρηγορότερη) Υλοποίηση (II)



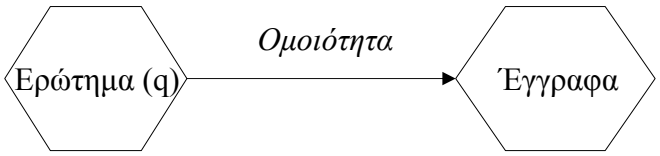
- Ας υποθέσουμε ότι ένας όρος της επερώτησης εμφανίζεται σε *B* έγγραφα
- Τότε η χρονική πολυπλοκότητα είναι O(|*Q*| *B*)

- Το κόστος αυτό είναι συνήθως πολύ μικρότερο του κόστους του απλοϊκού τρόπου (που είχε πολυπλοκότητα O(|V||D|), διότι:
  - |*Q*| << |*V*|, δηλαδή ο αριθμός των λέξεων στην επερώτησης είναι πολύ μικρότερος του συνολικού αριθμού των λέξεων, και
  - *B* << |D|, δηλαδή το πλήθος των εγγράφων που έχουν μια λέξη είναι πολύ μικρότερο του πλήθους των εγγράφων της συλλογής.

Μέθοδοι Υπολογισμού Ομοιότητας

Περαιτέρω συζήτηση για το διανυσματικό μοντέλο

Μέθοδοι υπολογισμού ομοιότητας: μετρούν το βαθμό ομοιότητας μεταξύ ενός ερωτήματος και των εγγράφων.



Σημειώστε τη διαφορά με τις μεθόδους που υποστηρίζουν μόνο επακριβή αναζήτηση (exact match). Για παράδειγμα, στο Boolean μοντέλο ένα κείμενο χαρακτηρίζεται είτε σχετικό είτε άσχετο ως προς το ερώτημα.

Ομοιότητα Εγγράφων

Πρόβλημα: Πόσο μοιάζουν δύο έγγραφα;

Ιδέα: Όσο περισσότερες κοινές λέξεις έχουν δύο κείμενα, τόσο περισσότερο μοιάζουν. (boolean)

Παράδειγμα:

Έστω τα ακόλουθα έγγραφα. Πόσο μοιάζουν μεταξύ τους;

d_1 *ant ant bee*
d_2 *dog bee dog hog dog ant dog*
d_3 *cat gnu dog eel fox*

Διανυσματικό Μοντέλο: δυαδικά βάρη

Ο χώρος των όρων

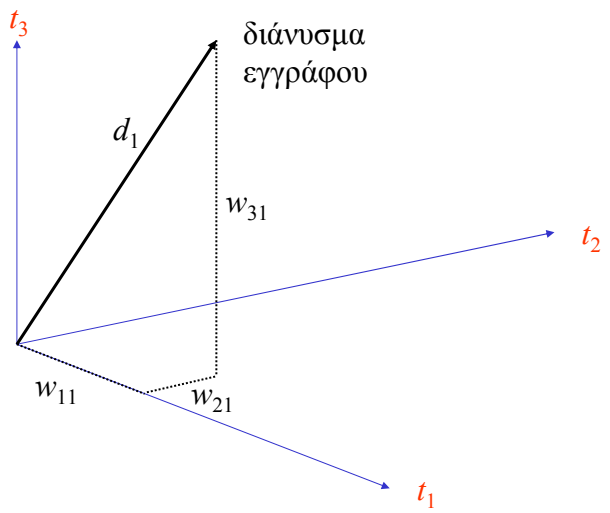
Αποτελείται από *m* διαστάσεις, όπου *m* είναι ο αριθμός των μοναδικών όρων που χρησιμοποιούνται στα έγγραφα.

Διάνυσμα

Το έγγραφο *dj* αναπαρίσταται ως διάνυσμα με συντεταγμένες *wij* (όρος *i*, έγγραφο *j*).

$w_{ij} = 1$ αν ο *i*-οστός όρος εμφανίζεται στο *dj*
$w_{ij} = 0$ διαφορετικά

Διανυσματικό Μοντέλο: δυαδικά βάρη



Διανυσματικό Μοντέλο: δυαδικά βάρη

document	text	terms
d_1	*ant ant bee*	*ant bee*
d_2	*dog bee dog hog dog ant dog*	*ant bee dog hog*
d_3	*cat gnu dog eel fox*	*cat dog eel fox gnu*

	ant	bee	cat	dog	eel	fox	gnu	hog
d_1	1	1						
d_2	1	1		1				1
d_3			1	1	1	1	1	

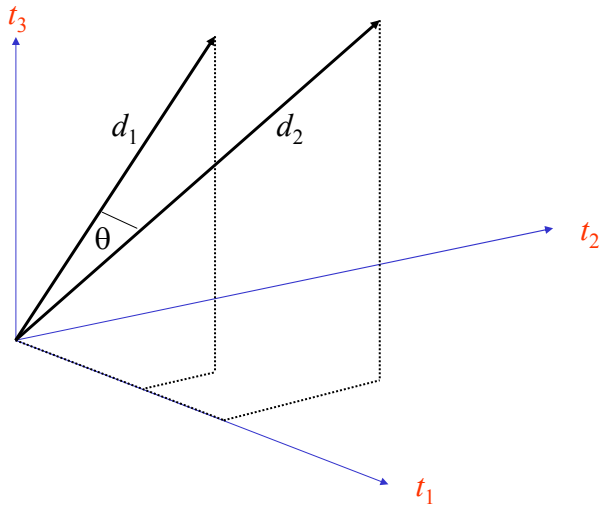
3 διανύσματα
8 διαστάσεις

$w_{ij} = 1$ αν το d_j περιέχει τον i-οστό όρο

Ομοιότητα Εγγράφων

Η ομοιότητα μεταξύ δύο εγγράφων υπολογίζεται με βάση τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ των δύο αντίστοιχων διανυσμάτων.

Πιο συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται το συνημίτονο της γωνίας θ.



Παράδειγμα: δυαδικά βάρη

document	text	terms
d_1	*ant ant bee*	*ant bee*
d_2	*dog bee dog hog dog ant dog*	*ant bee dog hog*
d_3	*cat gnu dog eel fox*	*cat dog eel fox gnu*

	ant	bee	cat	dog	eel	fox	gnu	hog	*length*
d_1	1	1							√2
d_2	1	1		1				1	√4
d_3			1	1	1	1	1		√5

Παράδειγμα: δυαδικά βάρη

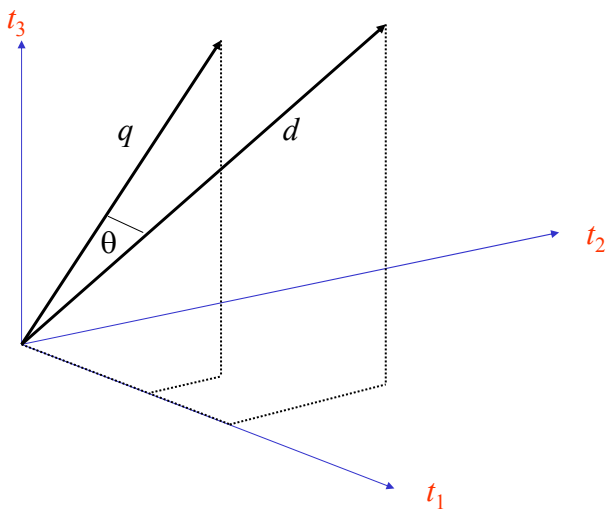
Πίνακας ομοιότητα εγγράφων

	d_1	d_2	d_3
d_1	1	0.71	0
d_2	0.71	1	0.22
d_3	0	0.22	1

Ομοιότητα Ερωτήματος-Εγγράφου

Η ομοιότητα μεταξύ ενός ερωτήματος q και ενός εγγράφου d προσδιορίζεται πάλι με το συνημίτονο της μεταξύ τους γωνίας.

Στην πράξη, ένα ερώτημα έχει πολύ μικρότερο μήκος από ένα έγγραφο



Ομοιότητα Ερωτήματος-Εγγράφου

ερώτημα		
q	*ant dog*	
έγγραφα	περιεχόμενα	διαφορετικοί όροι
d_1	*ant ant bee*	*ant bee*
d_2	*dog bee dog hog dog ant dog*	*ant bee dog hog*
d_3	*cat gnu dog eel fox*	*cat dog eel fox gnu*

	ant	bee	cat	dog	eel	fox	gnu	hog
q	1			1				
d_1	1	1						
d_2	1	1		1				1
d_3			1	1	1	1	1	

Ο πίνακας έχει μηδενικά στις υπόλοιπες θέσεις.

Ομοιότητα Ερωτήματος-Εγγράφου

	d_1	d_2	d_3
q	1/2 0.5	1/√2 0.71	1/√10 0.32

Με βάση το ερώτημα και τα έγγραφα του παραδείγματος το έγγραφο που χαρακτηρίζεται περισσότερο σχετικό ως προς *q* είναι το d_2, μετά το d_1 και τέλος το d_3.

Χρήση του Διανυσματικού Μοντέλου

Ερώτημα με κατώφλι (περιοχής)

Για το ερώτημα q το σύστημα επιστρέφει όλα τα έγγραφα που έχουν βαθμό ομοιότητας μεγαλύτερο από κάποιο κατώφλι (π.χ., > 0.6).

Ερώτημα top-*k*

Για το ερώτημα q το σύστημα επιστρέφει τα k έγγραφα που έχουν το μεγαλύτερο βαθμό ομοιότητας ως προς το q.

Γενίκευση: μη δυαδικά βάρη

Το Διανυσματικό Μοντέλο βελτιώνεται με την εισαγωγή επιπλέον πληροφορίας για τον προσδιορισμό των βαρών w_{ij}

Μερικές από τις πληροφορίες αυτές είναι οι εξής:

- Το πλήθος των εγγράφων που περιέχουν τον όρο,
- Πόσες φορές εμφανίζεται ένας όρος σε ένα έγγραφο,
- Το μήκος των εγγράφων.

Διανυσματικό Μοντέλο: μη δυαδικά βάρη

Ο χώρος των όρων

Αποτελείται από *m* διαστάσεις, όπου *m* είναι ο αριθμός των μοναδικών όρων που χρησιμοποιούνται στα έγγραφα.

Διάνυσμα

Το έγγραφο d_j αναπαρίσταται ως διάνυσμα με συντεταγμένες w_{ij} (όρος *i*, έγγραφο *j*).

$w_{ij} > 0$ αν ο *i*-οστός όρος εμφανίζεται στο d_j
$w_{ij} = 0$ διαφορετικά

Η τιμή w_{ij} ορίζεται ως το βάρος του *i*-οστού όρου στο *j*-οστό έγγραφο.

Προσδιορισμός Βαρών

Η **γενική μορφή** προσδιορισμού των βαρών w_{ij} είναι:

$$w_{ij} = TF_{ij} \times IDF_i$$

Όπου TF_{ij} είναι ένας παράγοντας που εξαρτάται από τη συχνότητα εμφάνισης του *i*-οστού όρου στο *j*-οστό έγγραφο.

Ο παράγοντας IDF_i εξαρτάται από το πλήθος των εγγράφων που περιέχουν τον όρο t_i.

Προσδιορισμός Βαρών

Εναλλακτικές μορφές του $TF_{t,d}$

περιγραφή	$TF_{t,d}$
δυαδικός σχηματισμός	1 ή 0
συνήθης σχηματισμός	$f_{t,d}$
λογαριθμικός σχηματισμός	$1 + \ln(f_{t,d})$
κανονικοποιημένος σχηματισμός	$\frac{f_{t,d}}{\max_x\{f_{x,d}\}}$
εναλλακτικός κανονικοποιημένος σχηματισμός Το C είναι μία σταθερά η οποία αν λάβει τιμές μεταξύ 0.3 και 0.5 έχει τα καλύτερα αποτελέσματα	$C + (1 - C) \cdot \frac{f_{t,d}}{\max_x\{f_{x,d}\}}$

Προσδιορισμός Βαρών

Εναλλακτικές μορφές του IDF_t

περιγραφή	IDF_t
δυαδικός σχηματισμός	1
1ος λογαριθμικός σχηματισμός	$\ln\left(\frac{N}{n_t}\right)$
2ος λογαριθμικός σχηματισμός	$\ln\left(1 + \frac{N}{n_t}\right)$
3ος λογαριθμικός σχηματισμός	$\frac{\ln(N/n_t)}{\ln(N)}$
υπερβολικός σχηματισμός	$\frac{1}{n_t}$
1ος κανονικοποιημένος σχηματισμός	$\ln\left(1 + \frac{\max_x\{n_x\}}{n_t}\right)$
2ος κανονικοποιημένος σχηματισμός	$\ln\left(\frac{N-n_t}{n_t}\right)$

Προσδιορισμός Βαρών

Εναλλακτικές μορφές του L_d, L_q Μέγεθος αρχείου, ερώτησης

περιγραφή	L_d
μοναδιαίος σχηματισμός	1
διανυσματικός σχηματισμός	$\sqrt{\sum_{x \in \mathcal{T}_d} w_{x,d}^2}$
1ος προσεγγιστικός σχηματισμός	$\lvert\mathcal{T}_d\rvert$
2ος προσεγγιστικός σχηματισμός	$\sqrt{\lvert\mathcal{T}_d\rvert}$
3ος προσεγγιστικός σχηματισμός	$\log_2(\lvert\mathcal{T}_d\rvert)$
4ος προσεγγιστικός σχηματισμός	f_d
5ος προσεγγιστικός σχηματισμός	$\sqrt{f_d}$

Προσδιορισμός Βαρών

Εναλλακτικές μορφές υπολογισμού ομοιότητας

περιγραφή	$S_{vector}(q,d)$
εσωτερικό γινόμενο	$\sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})$
μέθοδος συνημιτόνου	$\frac{1}{L_q \cdot L_d} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})$
απλή πιθανοτική μετρική	$\sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (C + IDF_t)$
σύνθετη πιθανοτική μετρική	$\sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (C + IDF_t) \cdot TF_{t,d}$
εναλλακτικό εσωτερικό γινόμενο	$\sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} \frac{w_{t,d}}{L_d}$
μέθοδος Dice	$\frac{2}{L_q^2 + L_d^2} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})$
μέθοδος Jaccard	$\frac{\sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})}{L_q^2 + L_d^2 - \sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})}$
μέθοδος επικάλυψης	$\frac{\sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})}{\min(L_q^2, L_d^2)}$

Ένα Παράδειγμα Συγκεκριμένου Μοντέλου

περιγραφή	έκφραση
συνάρτηση ομοιότητας	$S_{vector}(q,d) = \frac{1}{L_q \cdot L_d} \cdot \sum_{t \in \mathcal{T}_{q,d}} (w_{t,q} \cdot w_{t,d})$
υπολογισμός IDF_t	$IDF_t = \ln\left(1 + \frac{N}{n_t}\right)$
υπολογισμός $w_{t,d}$	$w_{t,d} = TF_{t,d}$
υπολογισμός $TF_{t,d}$	$TF_{t,d} = 1 + \ln(f_{t,d})$
υπολογισμός L_d	$L_d = \sqrt{\sum_{x \in \mathcal{T}_d} w_{x,d}^2}$
υπολογισμός $w_{t,q}$	$w_{t,q} = TF_{t,q} \cdot IDF_t$
υπολογισμός $TF_{t,q}$	$TF_{t,q} = 1 + \ln(f_{t,q})$
υπολογισμός L_q	$L_q = 1$

Παράδειγμα Υπολογισμού Ομοιότητας

Έστω το ερώτημα *q* = {κομήτης, Χάλεϋ} που αποτελείται από δύο όρους

t1 = κομήτης και *t2* = Χάλλεϋ

Ενδιαφερόμαστε για το βαθμό ομοιότητας του ερωτήματος *q* με καθένα από τα έγγραφα της συλλογής εγγράφων *D* …

Παράδειγμα Υπολογισμού Ομοιότητας

Συλλογή εγγράφων

d1 : Ο κομήτης του Χάλλεϋ μας επισκέπτεται περίπου κάθε εβδομήντα έξι χρόνια.
d2 : Ο κομήτης του Χάλλεϋ πήρε το όνομά του από τον αστρονόμο Έντμοντ Χάλλεϋ.
d3 : Ένας κομήτης διαγράφει ελλειπτική τροχιά.
d4 : Ο πλανήτης Άρης έχει δύο φυσικούς δορυφόρους, το Δείμο και το Φόβο.
d5 : Ο πλανήτης Δίας έχει 63 γνωστούς φυσικούς δορυφόρους.
d6 : Ένας κομήτης έχει μικρότερη διάμετρο από ότι ένας πλανήτης.
d7 : Ο Άρης είναι ένας πλανήτης του ηλιακού μας συστήματος.

Information Retrieval Models

Probabilistic Model

Κλασικά Μοντέλα Ανάκτησης

Τρία είναι τα, λεγόμενα, κλασικά μοντέλα ανάκτησης:

Λογικό (Boolean) που βασίζεται στη Θεωρία Συνόλων

Διανυσματικό (Vector) που βασίζεται στη Γραμμική Άλγεβρα

Πιθανοκρατικό (Probabilistic) που βασίζεται στη Θεωρία Πιθανοτήτων

Το Διανυσματικό και το Πιθανοκρατικό έχουν σημαντική επικάλυψη αν και στηρίζονται σε εντελώς διαφορετικές θεωρίες.

Πιθανοκρατικό Μοντέλο

Στόχος: να ορίσουμε το IR πρόβλημα σε πιθανοτικό πλαίσιο

- Για κάθε ερώτηση ***q*** (επερώτημα) υπάρχει ένα **ιδανικό σύνολο κειμένων** (R) που το ικανοποιεί.
- Επεξεργαζόμαστε την ερώτηση με βάση *τις ιδιότητες αυτού του συνόλου.*
- Ποιες είναι όμως αυτές οι ιδιότητες;
- Αρχικά γίνεται μία πρόβλεψη και στη συνέχεια η πρόβλεψη βελτιώνεται.

Πιθανοκρατικό Μοντέλο

- Αρχικά επιστρέφεται ένα σύνολο εγγράφων.
- Ο χρήστης εξετάζει τα κείμενα αναζητώντας σχετικά κείμενα.
- Το σύστημα IR χρησιμοποιεί το feedback του χρήστη ώστε να προσδιοριστεί καλύτερα το ιδανικό σύνολο κειμένων.
- Η διαδικασία επαναλαμβάνεται.
- Η περιγραφή του ιδανικού συνόλου κειμένων πραγματοποιείται πιθανοτικά.

Ανεξάρτητες Μεταβλητές και Πιθανότητα υπό Συνθήκη

Έστω *a,* και *b* δύο γεγονότα με πιθανότητες να συμβούν $P(a)$ και $P(b)$ αντίστοιχα.

Ανεξάρτητα Γεγονότα

Τα γεγονότα *a* και *b* είναι ανεξάρτητα αν και μόνο αν:

$$P(a \cap b) = P(b)\, P(a)$$

Υπό Συνθήκη Πιθανότητα

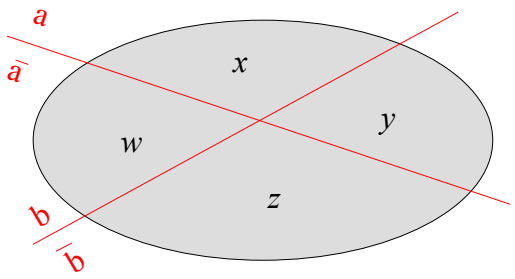
$P(a \mid b)$ είναι η πιθανότητα του *a* δεδομένου του *b*.

Τα γεγονότα $a_1, ..., a_n$ καλούνται υπό συνθήκη ανεξάρτητα αν και μόνο αν:

$$P(a_i \mid a_j) = P(a_i) \quad \text{για όλα τα } i \text{ και } j$$

Παράδειγμα I

$\bar{a}$ είναι η άρνηση του γεγονότος a



$P(a) = x + y$

$P(b) = w + x$

$P(a \mid b) = x / (w + x)$

$\boldsymbol{P(a \mid b)\, P(b) = P(a \cap b) = P(b \mid a)\, P(a)}$

Παράδειγμα II

Ανεξάρτητα γεγονότα

Έστω a και b οι τιμές που φέρνουν δύο ίδια ζάρια. Ισχύει:

$P(a{=}5 \mid b{=}3) = P(a{=}5) = 1/6$

Μη ανεξάρτητα

Έστω a και b οι τιμές που φέρνουν δύο ίδια ζάρια και t το άθροισμά τους. Τότε ισχύει:

$t = a + b$

$P(t{=}8 \mid a{=}2) = 1/6$
$P(t{=}8 \mid a{=}1) = 0$

Θεώρημα του Bayes

Έστω *a* και *b* δύο γεγονότα.

$P(a \mid b)$ είναι η πιθανότητα να συμβεί το γεγονός *a* δεδομένου ότι έχει συμβεί το γεγονός *b*.

Θεώρημα Bayes

$$P(a \mid b) = \frac{P(b \mid a)\, P(a)}{P(b)}$$

Ισχύει επίσης ότι:

$$P(a \mid b)\, P(b) = P(a \cap b) = P(b \mid a)\, P(a)$$

Θεώρημα Bayes: παράδειγμα

Example

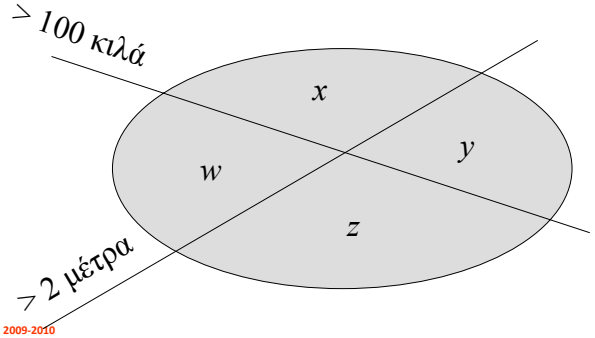
a βάρος πάνω από 100 κιλά

b ύψος πάνω από 2 μέτρα.

$P(a \mid b) = x / (w+x) = x / P(b)$

$P(b \mid a) = x / (x+y) = x / P(a)$

$x = P(a \cap b)$



Αρχή Πιθανοκρατικής Κατάταξης
Probabilistic Ranking Principle (PRP)

"If a reference retrieval system's response to each request is a ranking of the documents in the collections in order of decreasing **probability of usefulness** to the user who submitted the request, where the probabilities are estimated as accurately a possible on the basis of whatever data is made available to the system for this purpose, then the overall effectiveness of the system to its users will be the best that is obtainable on the basis of that data."

Εάν η απάντηση ενός συστήματος ανάκτησης σε κάθε ερώτημα είναι μία λίστα εγγράφων ταξινομημένη με φθίνουσα διάταξη ως προς την **πιθανότητα σχετικότητας** του κάθε εγγράφου ως προς το χρήστη, όπου οι πιθανότητες υπολογίζονται όσο γίνεται ακριβέστερα με βάση τα δεδομένα που είναι διαθέσιμα, η συνολική αποτελεσματικότητα του συστήματος θα είναι η καλύτερη δυνατή.

W.S. Cooper

Πιθανοκρατική Βαθμολόγηση

"Για ένα δεδομένο ερώτημα, εάν γνωρίζουμε κάποια από τα σχετικά έγγραφα, οι **όροι** που εμφανίζονται σε αυτά θα πρέπει να έχουν μεγαλύτερη **βαρύτητα** κατά την αναζήτηση άλλων σχετικών εγγράφων.

Κάνοντας διάφορες παραδοχές σχετικά με την κατανομή των όρων και χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Bayes είναι δυνατόν να υπολογίσουμε τα βάρη αυτά."

Van Rijsbergen

Βασικές Έννοιες

- Η πιθανότητα ένα έγγραφο να είναι σχετικό ως προς το ερώτημα θεωρείται ότι εξαρτάται μόνο από τους όρους που περιέχονται στο έγγραφο και από τους όρους που περιέχονται στο ερώτημα.

- Η σχετικότητα ενός εγγράφου d ως προς το ερώτημα q δεν εξαρτάται από τη σχετικότητα άλλων εγγράφων της συλλογής.

- Για κάποιο ερώτημα q το σύνολο των σχετικών εγγράφων ***R*** είναι το **ιδανικό σύνολο** που μπορούμε να έχουμε ως απάντηση.

Βασικές Έννοιες

Για ένα ερώτημα q και ένα έγγραφο d το πιθανοκρατικό μοντέλο χρειάζεται μία εκτίμηση για την πιθανότητα $P(R \mid d)$ που δηλώνει την πιθανότητα το έγγραφο d να είναι σχετικό ως προς το ερώτημα.

P(R|d) πιθανότητα το έγγραφο να είναι σχετικό με το ερώτημα

$P(\overline{R}|d)$ πιθανότητα το έγγραφο να μην είναι σχετικό με το ερώτημα

Μέτρο Ομοιότητας (odds of being relevant to q):

$S(q, d)$, ομοιότητα του εγγράφου d ως προς το ερώτημα q:

$$\frac{\text{πιθανότητα } d \text{ σχετικό}}{\text{πιθανότητα } d \text{ μη σχετικό}} = \frac{P(R \mid d)}{P(\overline{R} \mid d)}$$

Οι τιμές της $S(\ )$ μπορεί να είναι από πολύ μικρές έως πολύ μεγάλες και για αυτό χρησιμοποιείται συνήθως ο λογάριθμος για την άμβλυνση των διαφορών.

Βασικές Έννοιες

$$S(q, d) = \frac{P(R \mid d)}{P(\bar{R} \mid d)}$$

$$= \frac{P(d \mid R)\, P(R)}{P(d \mid \bar{R})\, P(\bar{R})} \qquad \text{θεώρημα Bayes}$$

$P(d \mid R)$ είναι η πιθανότητα να διαλέξουμε τυχαία το έγγραφο d από τη συλλογή των σχετικών με την ερώτηση εγγράφων R.

$$\frac{P(d \mid R)\, \cancel{P(R)}}{P(d \mid \bar{R})\, \cancel{P(\bar{R})}}$$

Ίδια (σταθερά) για όλα τα έγγραφα της συλλογής (έστω μια σταθερά k)

Άρα πρέπει να εκτιμήσουμε/υπολογίσουμε αυτές τις πιθανότητες

Πως; Κοιτάμε τους όρους (terms) που εμφανίζονται στο d

Βασικές Έννοιες

$$\frac{P(d \mid R)\, \cancel{P(R)}}{P(d \mid \bar{R})\, \cancel{P(\bar{R})}}$$

P(d | R): Πιθανότητα να επιλέξουμε το έγγραφο d από τα σχετικά με την ερώτηση

Θα χρησιμοποιήσουμε τους όρους k_i που έχει το έγγραφο d για να την υπολογίσουμε

Βασικές Έννοιες

Ανάκτηση Δυαδικής Ανεξαρτησίας

Binary Independence Retrieval (BIR)

Τα βάρη των όρων είναι δυαδικά και οι όροι είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους (η παρουσία ή μη κάποιου όρου δεν επηρεάζει τους υπόλοιπους).

Το βάρος ενός όρου σε ένα έγγραφο είναι είτε 1 (αν ο όρος περιέχεται στο έγγραφο) είτε 0 (σε διαφορετική περίπτωση).

Όπως και στο Λογικό αλλά και στο Διανυσματικό μοντέλο, η σχετικότητα ενός εγγράφου καθορίζεται από τους όρους που περιέχονται σε αυτό.

Naïve Bayes

Έστω **x** = (x_1, x_2, ... x_n) το διάνυσμα του εγγράφου *d* όπου
x_i = 1 αν ο i-οστός όρος περιέχεται στο έγγραφο, x_i = 0 διαφορετικά.

Η εκτίμηση της πιθανότητας $P(d \mid R)$ γίνεται χρησιμοποιώντας την πιθανότητα $P(\mathbf{x} \mid R)$

Εάν οι όροι είναι ανεξάρτητοι τότε:

$$\boldsymbol{P(x \mid R)} = P(x_1 \cap R)\, P(x_2 \cap R) \ldots P(x_n \cap R)$$

$$= P(x_1 \mid R)\, P(x_2 \mid R) \ldots P(x_n \mid R)$$

$$= \prod \boldsymbol{P(x_i \mid R)}$$

$\boldsymbol{P(x_i \mid R)}$ είναι η πιθανότητα ο όρος x_i να βρίσκεται σε ένα έγγραφο που επιλέγεται τυχαία από το ιδανικό σύνολο *R*.

Αντίστοιχα $P(x_i \mid \bar{R})$

Το μοντέλο αυτό είναι γνωστό και ως **Naive Bayes**

Συνάρτηση Ομοιότητας

$$S(q, d) = k \frac{\prod P(x_i \mid R)}{\prod P(x_i \mid \bar{R})}$$

Αφού το κάθε x_i είναι 0 ή 1 έχουμε:

$$S = k \prod_{x_i = 1} \frac{P(x_{i=1} \mid R)}{P(x_{i=1} \mid \bar{R})} \prod_{x_i = 0} \frac{P(x_{i=0} \mid R)}{P(x_{i=0} \mid \bar{R})}$$

Το σπάμε: όροι που το x_i είναι 1 και όροι που το x_i είναι 0

Συνάρτηση Ομοιότητας

Για τους όρους που εμφανίζονται στο ερώτημα θέτουμε:

$p_i = P(x_i = 1 \mid R)$ p_i πιθανότητα ότι ένα έγγραφο που επιλέγεται από το ιδανικό σύνολο έχει τον όρο x_i

$r_i = P(x_i = 1 \mid \bar{R})$ r_i το ίδιο για το μη ιδανικό

Για τους όρους που δεν εμφανίζονται στο ερώτημα έστω:

$p_i = r_i$

όροι με $q_i = 0$ είναι ίσοι με $p_i/r_i = 1$

$$S = k \prod_{x_i = q_i = 1} \frac{p_i}{r_i} \prod_{x_i = 0, q_i = 1} \frac{1 - p_i}{1 - r_i}$$

Πολλαπλασιάζουμε το δεξί γινόμενο με τους όρους που υπάρχουν στο έγγραφο και διαιρούμε το αριστερό γινόμενο με τον ίδιο όρο

$$= k \prod_{x_i = q_i = 1} \frac{p_i (1 - r_i)}{r_i (1 - p_i)} \prod_{q_i = 1} \frac{1 - p_i}{1 - r_i}$$

σταθερή ποσότητα για δεδομένο ερώτημα (ανεξάρτητη του εγγράφου)

Συνάρτηση Ομοιότητας

Με λογαρίθμηση της σχέσης και αγνοώντας σταθερούς παράγοντες η συνάρτηση ομοιότητας $S_{prob}(q,d)$ παίρνει τη μορφή:

$$S_{prob}(q,d) = \log\left(S(q,d)\right)$$

$$\boxed{S_{prob}(q,d) = \sum_i \log \frac{p_i \cdot (1-r_i)}{r_i \cdot (1-p_i)}}$$

Όπου η άθροιση αφορά στους όρους που βρίσκονται και στο ερώτημα και στο έγγραφο.

Σχέση με το Διανυσματικό Μοντέλο

Στο Διανυσματικό μοντέλο ανάκτησης θεωρήστε ότι η *i*-οστή συνιστώσα του διανύσματος ενός εγγράφου (βάρος) ισούται με την ποσότητα

$$\log \frac{p_i \cdot (1-r_i)}{r_i \cdot (1-p_i)}$$

ενώ το διάνυσμα του ερωτήματος *q* ισούται με άσσους για τους όρους που ανήκουν στο ερώτημα και μηδενικά διαφορετικά.

Τότε, η συνάρτηση ομοιότητας $S_{prob}(q,d)$ ισούται με το εσωτερικό γινόμενο των δύο διανυσμάτων.

Αρχική Εκτίμηση των $P(x_i \mid R)$

Αρχικά θέτουμε τιμές στις πιθανότητες :

$$p_i = P(x_i \mid R) = c$$

p_i πιθανότητα ότι ένα έγγραφο που επιλέγεται από το ιδανικό σύνολο έχει τον όρο x_i

$$r_i = P(x_i \mid \bar{R}) = n_i / N$$

r_i το ίδιο για το μη ιδανικό

όπου:

c είναι μία τυχαία σταθερά (π.χ., 0.5) ίδια για όλους τους όρους

η κατανομή των όρων ανάμεσα στα μη σχετικά ακολουθεί την κατανομή που ακολουθεί σε όλη τη συλλογή – δεν επηρεάζει την επιλογή

n_i είναι το πλήθος των εγγράφων που περιέχουν τον i-οστό όρο

N πλήθος εγγράφων συλλογής

Προσαρμογή Τιμών των $P(x_i \mid R)$

Είναι προφανές ότι η αυθαίρετη ανάθεση τιμών δεν μπορεί να οδηγεί πάντα σε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Για τη βελτίωση της ποιότητας των αποτελεσμάτων οι πρώτες εφαρμογές του Πιθανοκρατικού μοντέλου χρειάζονταν την παρέμβαση του χρήστη για την αναπροσαρμογή των τιμών.

Εναλλακτικά μπορεί να χρησιμοποιηθεί και αυτοματοποιημένος τρόπος. Αρχικά εκτελείται το ερώτημα με τις αρχικές εκτιμήσεις. Επιλέγονται τα k καλύτερα έγγραφα. Έστω k_i ο αριθμός των εγγράφων που περιέχουν τον i-οστό όρο. Θέτουμε:

$$p_i = P(x_i \mid R) = k_i / k$$

$$r_i = P(x_i \mid \bar{R}) = (n_i - k_i) / (N - k)$$

Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα

Πλεονεκτήματα:

1. Απλό μοντέλο
2. Τα κείμενα ταξινομούνται σε φθίνουσα διάταξη ως προς την πιθανότητα να είναι σχετικά

Μειονεκτήματα:

1. Χρειάζεται να μαντέψουμε
2. Δε λαμβάνεται υπ' όψιν η συχνότητα εμφάνισης
3. Θεωρεί ότι οι όροι είναι ανεξάρτητοι