





Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους αρχείου ευρετηρίου)

Έστω διατεταγμένο αρχείο με  $r_A = 30,000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, όπου το πεδίο κλειδιού διάταξης έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση. Κατασκευάζουμε πρωτεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 45 blocks



• Το ευρετήριο αρχείου είναι ένα **διατεταγμένο αρχείο** με σταθερού μήκους εγγραφές

• Το πρωτεύον ευρετήριο είναι ένα **μη πυκνό** ευρετήριο

• Το **μέγεθος** του αρχείου ευρετηρίου είναι **μικρότερο** από αυτό του αρχείου δεδομένων.



• Αναζήτηση

**Διαδική αναζήτηση** στο πρωτεύον ευρετήριο

Ανάγνωση του block από το αρχείο δεδομένων



Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

Δεδομένα όπως πριν

(Έστω διατεταγμένο αρχείο με  $r_A = 30,000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, όπου το πεδίο κλειδιού διάταξης έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση. Κατασκευάζουμε πρωτεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes)

$$bfr_A = 10$$

$$bfr_E = 68$$

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 45 blocks

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο:  $\lceil \log 3.000 \rceil = 12$  blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο:  $\lceil \log 45 \rceil + 1 = 7$  blocks

Διαδική γιατί το αρχείο ταξινομημένο



• Εισαγωγή εγγραφής

αλλαγές και στο πρωτεύον ευρετήριο

μη διατεταγμένο αρχείο υπερχειλίσης

συνδεδεμένη λίστα εγγραφών υπερχειλίσης

• Διαγραφή εγγραφής

αλλαγές και στο πρωτεύον ευρετήριο

χρήση σημαδιών διαγραφής



Access paths (μονοπάτια προσπέλασης)

• Το αρχείο ευρετηρίου καταλαμβάνει **μικρότερο χώρο** από το ίδιο το αρχείο δεδομένων (οι καταχωρήσεις είναι μικρότερες και λιγότερες)

• Κάνοντας **διαδική αναζήτηση** στο ευρετήριο (γιατί το ευρετήριο είναι διατεταγμένο αρχείο!) βρίσκουμε τον δείκτη στο block όπου αποθηκεύεται η εγγραφή που θέλουμε



**Ευρετήριο συστάδων (clustering index):** ορισμένο στο πεδίο διάταξης το οποίο όμως **δεν** είναι κλειδί

Υπάρχει μία εγγραφή για κάθε διακεκριμένη τιμή του πεδίου διάταξης (συστάδας) του αρχείου που περιέχει:

- την τιμή αυτή
- ένα δείκτη προς το πρώτο block του αρχείου δεδομένων που περιέχει μια εγγραφή με την τιμή αυτή στο πεδίο συστάδας



**Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)**

Έστω διατεταγμένο αρχείο με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο διάταξης έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes και υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιούνται άγκυρες block, κάθε νέα τιμή του πεδίου διάταξης αρχίζει στην αρχή ενός νέου block. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

$$\begin{aligned} \text{Μέγεθος αρχείου δεδομένων: } & 3.000 \text{ blocks} & bfr_A &= 10 \\ \text{Μέγεθος ευρετηρίου συστάδων: } & 15 \text{ blocks} & bfr_E &= 68 \end{aligned}$$



**Αναζήτηση**

Διαδική αναζήτηση στο ευρετήριο  
Ανάγνωση blocks από το αρχείο δεδομένων



**Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)**

(στοιχεία όπως πριν) Έστω διατεταγμένο αρχείο με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο διάταξης έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes και υπάρχουν 1000 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Υποθέτουμε ότι χρησιμοποιούνται άγκυρες block, κάθε νέα τιμή του πεδίου διάταξης αρχίζει στην αρχή ενός νέου block. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

$$\begin{aligned} \text{Μέγεθος αρχείου δεδομένων: } & 3.000 \text{ blocks} \\ \text{Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: } & 15 \text{ blocks} \\ \text{Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο: } & \lceil \log 3.000 \rceil + \text{ταιριάσματα} (= 3) \approx 15 \text{ blocks} \\ \text{Αναζήτηση με ευρετήριο: } & \lceil \log 15 \rceil + 3 = 7 \text{ blocks} \end{aligned}$$



**Δευτερεύον ευρετήριο (secondary index):** ορισμένο σε πεδίο διαφορετικό του κλειδιού διάταξης

**Περίπτωση 1:** Το πεδίο ευρετηριοποίησης είναι **κλειδί** (καλείται και **δευτερεύον κλειδί**)

Υπάρχει μία εγγραφή για κάθε εγγραφή του αρχείου που περιέχει:

- την τιμή του κλειδιού για αυτήν την εγγραφή
- ένα δείκτη προς το block (ή την εγγραφή) του αρχείου δεδομένων που περιέχει την εγγραφή με την τιμή αυτή



Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω αρχείο με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 442 blocks

45 για πρωτεύον



• Αναζήτηση

Διαδική αναζήτηση στο δευτερεύον ευρετήριο  
Ανάγνωση του block από το αρχείο δεδομένων



Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

Στοιχεία όπως πριν

(Έστω αρχείο με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes)

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου: 442 blocks

$bfr_A = 10$

$bfr_E = 68$

Αναζήτηση χωρίς ευρετήριο (σειριακή αναζήτηση, γιατί το αρχείο δεδομένων δεν είναι ταξινομημένο):  $3.000/2 = 1500$  blocks

Αναζήτηση με ευρετήριο:  $\lceil \log 442 \rceil + 1 = 10$  blocks

Για πρωτεύον ήταν 45 και 7 blocks αντίστοιχα



Περίπτωση 2: Το πεδίο ευρετηριοποίησης **δεν είναι κλειδί**

1. Πυκνό ευρετήριο: μία καταχώρηση για κάθε εγγραφή
2. Μεταβλητού μήκους εγγραφές με ένα επαναλαμβανόμενο πεδίο για το δείκτη
3. Μία εγγραφή ευρετηρίου για κάθε τιμή του πεδίου ευρετηριοποίησης + ένα ενδιάμεσο επίπεδο για την διαχείριση των πολλαπλών δεικτών



Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω μη διατεταγμένο αρχείο (αρχείο σωρού) με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο ευρετηριοποίησης (δηλαδή, το πεδίο στο οποίο θα κατασκευάσουμε το ευρετήριο) έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes. Υπάρχουν 100 διαφορετικές τιμές και οι εγγραφές είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες ως προς τις τιμές αυτές. Κατασκευάζουμε ευρετήριο συστάδων χρησιμοποιώντας την επιλογή (3), μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

Ευρετήριο  $bfr_E = 68$ ,  $b_E = 2$

Ενδιάμεσο επίπεδο  $bfr_{EE} = ?$  -- Ποια είναι η οργάνωση του;



• Αναζήτηση

Διαδική αναζήτηση στο δευτερεύον ευρετήριο  
Ανάγνωση του block (ή των blocks) από το ενδιάμεσο επίπεδο  
Ανάγνωση των blocks (συνήθως τόσα όσες οι εγγραφές που ταιριάζουν) από το αρχείο δεδομένων

## Δευτερεύον Ευρετήριο

### • Εισαγωγή

Απλή αν δεν αφορά εισαγωγή νέας τιμής στο ευρετήριο

- Εύκολη η λογική διάταξη των εγγραφών με βάση το πεδίο ευρετηριοποίησης
- Ανακτήσεις με *σύνθετες συνθήκες*, μπορεί να γίνουν χρησιμοποιώντας τα blocks του ευρετηρίου

## Δευτερεύον Ευρετήριο

- Το ευρετήριο αρχείου είναι ένα *διατεταγμένο αρχείο* με σταθερού μήκους εγγραφές
- Το δευτερεύον ευρετήριο είναι ένα *πυκνό ευρετήριο*
- Το *μέγεθος* του δευτερεύοντος ευρετηρίου είναι μικρότερο από του αρχείου δεδομένων (αν και μεγαλύτερο από το πρωτεύον).

## Ευρετήρια (επανάληψη)

Τα ευρετήρια (ενός επιπέδου) χωρίζονται σε:

- **Πρωτεύον Ευρετήριο:** ορίζεται σε ένα αρχείο που είναι **διατεταγμένο στο (κύριο) κλειδί**. Περιλαμβάνει μια καταχώρηση για κάθε block. Η καταχώρηση έχει την τιμή του κλειδιού της πρώτης εγγραφής στο block. (συχνά ονομάζεται, μη-πυκνό ευρετήριο --- sparse index ή non-dense index)
- **Ευρετήριο Συστάδων (Clustering Index):** ορίζεται σε ένα αρχείο που είναι **διατεταγμένο σε γνώρισμα που δεν είναι κλειδί**. Περιλαμβάνει μια καταχώρηση για κάθε ξεχωριστή τιμή του γνωρίσματος. Η καταχώρηση «δείχνει» το πρώτο block που περιέχει εγγραφές με αυτή την τιμή γνωρίσματος

## Ευρετήρια (επανάληψη)

- **Δευτερεύον Ευρετήριο (Secondary Index):** ορίζεται σε ένα αρχείο που είναι **μη-διατεταγμένο** στο γνώρισμα.
- Περιλαμβάνει μια καταχώρηση για κάθε εγγραφή (συχνά ονομάζεται, πυκνό ευρετήριο - dense index)

*Πόσα ευρετήρια σε ένα αρχείο δεδομένων μπορεί να έχουμε;*

## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

Ιδέα:

Τα ευρετήρια είναι αρχεία - χτίζουμε ευρετήρια πάνω στα αρχεία ευρετηρίου

Το αρχείο είναι **διατεταγμένο** και το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί (άρα πρωτεύον ευρετήριο!)

**Υπενθύμιση (παράγοντας ομαδοποίησης: αριθμός εγγραφών ανά block)**

**Παράγοντας ομαδοποίησης** (blocking factor), όταν  $B \geq R$

$bfr = \lfloor (B / R) \rfloor$ , όπου B μέγεθος block σε byte και R μέγεθος εγγραφής σε bytes

## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

- Έστω ότι το αρχείο ευρετηρίου είναι το **πρώτο ή βασικό επίπεδο**  
Έστω ότι ο παράγοντας ομαδοποίησης είναι  $f_0$  και ότι έχει  $r_1$  blocks  
Το αρχείο είναι διατεταγμένο και το πεδίο διάταξης είναι και κλειδί

- Δημιουργούμε ένα πρωτεύον ευρετήριο για το ευρετήριο πρώτου επιπέδου - **δευτέρο επίπεδο**

Παράγοντας ομαδοποίησης:  $f_0$  Αριθμός block  $\lceil (r_1 / f_0) \rceil$

- Δημιουργούμε ένα πρωτεύον ευρετήριο για το ευρετήριο δεύτερου επιπέδου - **τρίτο επίπεδο**

Παράγοντας ομαδοποίησης:  $f_0$  Αριθμός block  $\lceil (r_1 / (f_0)^2) \rceil$

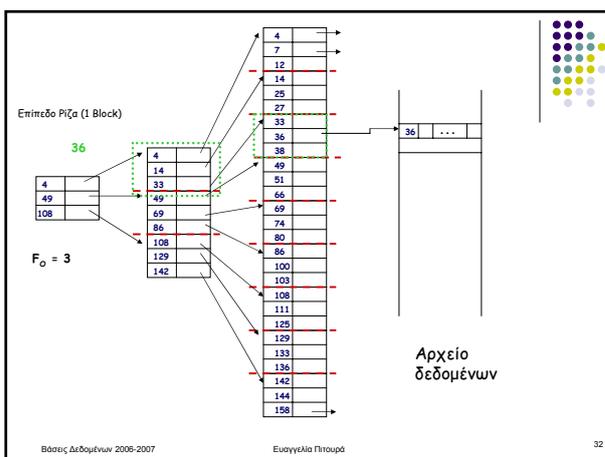
## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

- Μέχρι πόσα επίπεδα:

Μέχρι όλες οι εγγραφές του ευρετηρίου να χωρούν σε ένα block

Έστω  $t$  κορυφαίο επίπεδο  $\lceil (r_t / (f_0)^t) \rceil = 1$   
(top level)

- Το  $f_0$  ονομάζεται και *παράγοντας διακλάδωσης* του ευρετηρίου



## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

### Παράδειγμα (υπολογισμός μεγέθους ευρετηρίου)

Έστω αρχείο με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης,. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

$$f_0 = \lfloor (1024 / (9 + 6)) \rfloor = 68$$

Μέγεθος αρχείου δεδομένων: 3.000 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *πρώτου* επιπέδου: 442 blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *δευτέρου* επιπέδου:  $\lceil (442 / 68) \rceil = 7$  blocks

Μέγεθος αρχείου ευρετηρίου *τρίτου* επιπέδου:  $\lceil (7 / 68) \rceil = 1$  block

$$\text{Άρα } t = 3$$

## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

### Αναζήτηση

$p$  := διεύθυνση του block του κορυφαίου επιπέδου του ευρετηρίου

$t$  := αριθμός επιπέδων του ευρετηρίου

for  $j = t$  to 1 step -1 do

    read block με διεύθυνση  $p$  του ευρετηρίου στο επίπεδο  $j$

    αναζήτηση στο block  $p$  της εγγραφής  $i$  με τιμή  $K_j(i) \leq K_j(i+1)$

    read το block του αρχείου δεδομένων με διεύθυνση  $p$

    Αναζήτηση στο block  $p$  της εγγραφής  $i$  με τιμή  $K_j(i) \leq K_j(i+1)$

## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

### Παράδειγμα (υπολογισμός κόστους αναζήτησης)

Έστω αρχείο με  $r_A = 30.000$  εγγραφές, μέγεθος block  $B = 1024$  bytes, σταθερού μεγέθους εγγραφές μεγέθους  $R_A = 100$  bytes, μη εκτεινόμενη καταχώρηση, όπου το πεδίο κλειδιού έχει μέγεθος  $V_A = 9$  bytes αλλά δεν είναι πεδίο διάταξης,. Κατασκευάζουμε δευτερεύον ευρετήριο, μέγεθος δείκτη block  $P = 6$  bytes

$$\text{Άρα } t = 3$$

Παράδειγμα

$t + 1 = 4$  προσπελάσεις

Για το δευτερεύον ήταν 10 και χωρίς ευρετήριο 1500

## Ευρετήριο Πολλών Επιπέδων

### Εισαγωγή/διαγραφή

τροποποιήσεις πολλαπλών ευρετηρίων

*Δυναμικό* πολυεπίπεδο ευρετήριο: B-δέντρα και B+-δέντρα



Τα πολυεπίπεδα ευρετήρια μπορεί να θεωρηθούν ως δέντρα αναζήτησης

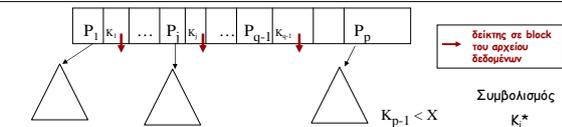
Κάθε κόμβος (block) έχει  $f_0$  δείκτες και  $f_0$  τιμές κλειδιού



- Τα αρχεία ευρετηρίων είναι απλά αρχεία, άρα και σε αυτά μπορούν να οριστούν ευρετήρια
- Καταλήγουμε λοιπόν σε μια ιεραρχία δομών ευρετηρίων (πρώτο επίπεδο, δεύτερο επίπεδο, κλπ.)
- Κάθε επίπεδο του ευρετηρίου είναι ένα *διατεταγμένο* αρχείο, συνεπώς, εισαγωγές/διαγραφές εγγραφών απαιτούν επιπλέον δουλειά
- Ένα πολύ-επίπεδο ευρετήριο αποτελεί ένα *Δέντρο Αναζήτησης*



Ένα *δέντρο αναζήτησης* (search tree) τάξεως  $p$  είναι ένα δέντρο τέτοιο ώστε κάθε κόμβος του περιέχει το πολύ  $p - 1$  τιμές αναζήτησης και  $p$  δείκτες ως εξής



Υποθέτουμε ότι οι τιμές αναζήτησης είναι μοναδικές

$K_1 < K_2 < \dots < K_{q-1}$  και για όλες τις τιμές  $X$  στα υποδέντρα ισχύει  $K_{j-1} < X < K_j$  για  $1 < j < p$ ,  $X < K_j$  για  $j = 1$ , και  $K_{j-1} < X$  για  $j = p$



Κάθε κόμβος του δέντρου είναι ένα block στο δίσκο

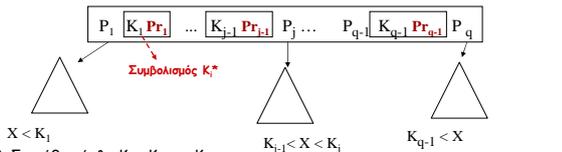
Ισοζυγιαμένο: όλοι οι κόμβοι-φύλλα στο ίδιο επίπεδο

**B-δέντρο:** ένα δέντρο αναζήτησης που παραμένει ισοζυγιαμένο και χωρίς «πολύ αδειαούς» κόμβους



Ένα **B-δέντρο τάξεως (order)  $p$**  ορίζεται ως εξής:

- Κάθε εσωτερικός κόμβος είναι της μορφής  $\langle P_1, \langle K_1, PR_1 \rangle, P_2, \langle K_2, PR_2 \rangle, \dots, \langle K_{q-1}, PR_{q-1} \rangle, P_q \rangle$ ,  $q < p$ , όπου  $P_i$  δείκτης δέντρου,  $K_i$  τιμή αναζήτησης,  $PR_i$  δείκτης δεδομένων



- Σε κάθε κόμβο  $K_1 < K_2 < \dots < K_{q-1}$

- Για όλες τις τιμές  $X$  στο υποδέντρο που δείχνει το  $P_j$  ισχύει  $K_{j-1} < X < K_j$  για  $1 < j < q$ ,  $X < K_j$  για  $j = 1$ , και  $K_{j-1} < X$  για  $j = q$



- Κάθε κόμβος έχει το **πολύ  $p$  δείκτες** δέντρου

- Κάθε κόμβος *εκτός της ρίζα* και των *φύλλων* έχει **τουλάχιστον  $\lceil p/2 \rceil$**  δείκτες δέντρου. Η ρίζα έχει τουλάχιστον 2 εκτός αν είναι ο μόνος κόμβος του δέντρου.

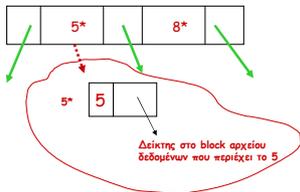
- Ένας κόμβος με  $q$  δείκτες δέντρου περιέχει  $q - 1$  τιμές πεδίου αναζήτησης (και άρα και  $q - 1$  δείκτες δεδομένων)

- Όλα τα φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Τα φύλλα έχουν την ίδια δομή εκτός του ότι οι δείκτες δέντρου είναι null.

### B-δέντρα (παράδειγμα)

5, 8, 7, 14, 19, 6, 10 και τάξη  $p = 3$  (2 τιμές ανά κόμβο, 3 δείκτες block ευρετηρίου)

Δείκτης σε block ευρετηρίου (null για κόμβους φύλλα)



Δείκτης στο block αρχείου δεδομένων που περιέχει το 5

### B-δέντρα

#### Εισαγωγή τιμής

Αρχικά ένας μόνο κόμβος (ρίζα) στο Επίπεδο 0

Όταν ο κόμβος ρίζα γεμίσει ( $p - 1$  τιμές κλειδιού), νέα εισαγωγή οδηγεί στην διάσπαση του κόμβου σε δύο κόμβους στο Επίπεδο 1: η μεσαία τιμή μένει στη ρίζα, οι υπόλοιπες μοιράζονται εξίσου σε δύο κόμβους του Επίπεδου 1

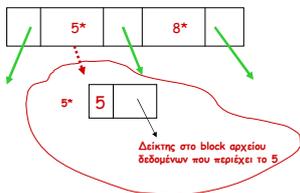
Όταν ένας κόμβος εκτός της ρίζας γεμίσει, νέα εισαγωγή οδηγεί σε διάσπαση του κόμβου σε δύο κόμβους στο ίδιο επίπεδο και μεταφορά της μεσαίας τιμής στον γονέα του κόμβου

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** η εισαγωγή της μεσαίας τιμής στο γονέα αν ο γονέας είναι γεμάτος μπορεί να οδηγήσει σε διάσπαση του γονέα. Η διάσπαση μπορεί να οδηγήσει ως τη ρίζα, οπότε δημιουργείται και νέο επίπεδο.

### B-δέντρα (παράδειγμα)

5, 8, 7, 14, 19, 6, 10 και τάξη  $p = 3$  (2 τιμές ανά κόμβο, 3 δείκτες block ευρετηρίου)

Δείκτης σε block ευρετηρίου (null για κόμβους φύλλα)



Δείκτης στο block αρχείου δεδομένων που περιέχει το 5

### B-δέντρα

#### Διαγραφή τιμής

Μια «προς διαγραφή» τιμή μπορεί να ανήκει σε εσωτερικό κόμβο

Αν σβήσουμε το  $K_i$ , το μικρότερο κλειδί του υποδέντρου  $P_{i+1}$  πρέπει να το αντικαταστήσει (δηλαδή το μικρότερο κλειδί του κόμβου στα δεξιά του κλειδιού που διαγράφεται)

*Ειδικά για τα φύλλα*, αν λόγω διαγραφής κάποιος κόμβος παραμείνει γεμάτος λιγότερο από το μισό: ενώνεται (συγχωνεύεται) με τους γειτονικούς του κόμβους - αυτή η ένωση μπορεί να διαδοθεί ως τη ρίζα οπότε και οδηγεί σε μείωση των επιπέδων.

Πειραματικά: τυχαίες εισαγωγές και διαγραφές οδηγούν σε 69% πληρότητα

### B-δέντρα

#### Τάξη $p$ ώστε κάθε κόμβος να χωρά σε ένα block

Έστω  $B$  μέγεθος block,  $V$  μέγεθος πεδίου αναζήτησης,  $Pr$  μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και  $P$  μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$$p * P + (p - 1) * (Pr + V) \leq B$$

$$p * (P + Pr + V) \leq B + V + Pr$$

$$p \leq (B + V + Pr) / (P + Pr + V)$$

Παράδειγμα,  $V = 9$  bytes,  $B = 512$  bytes,  $Pr = 7$  bytes,  $P = 6$  bytes, τότε  $p = 23$

### B-δέντρα

#### Υπολογισμός επιπέδων

Έστω όπως πριν,  $p = 23$ . Έστω ότι κάθε κόμβος είναι γεμάτος κατά 69%. Πόσα επίπεδα χρειαζόμαστε για να ευρετηριοποιήσουμε 65.000 τιμές;

$(p - 1) * 0,69 = 22 * 0,69 = 15$  κλειδιά και  $15 + 1 = 16$  δείκτες ανά κόμβο

	#κόμβων	#τιμές	#δείκτες
Ρίζα	1 κόμβος	15 (22*0,69) καταχωρήσεις	16 δείκτες
Επίπεδο 1:	16 κόμβοι	240 (16*15) καταχωρήσεις	256 δείκτες
Επίπεδο 2:	256 κόμβοι	3.840 (256*15) καταχωρήσεις	4.096 δείκτες
Επίπεδο 3:	4.096 κόμβοι	61.440	

Σύνολο:  $61.440 + 3.840 + 240 + 15$  (65.535)



Αναζήτηση

Διαβάζουμε το block της ρίζας

Αν η εγγραφή δεν υπάρχει στο κόμβο διαβάζουμε το αντίστοιχο block στο επόμενο πεδίο

Τα B-δέντρα τροποποιούνται αντίστοιχα (πως;) αν το πεδίο δεν είναι κλειδί ή πεδίο ταξινόμησης (π.χ. με χρήση ενδιάμεσου επιπέδου)



Διαφορά B+ από B-δέντρο: Αποθηκεύουμε δείκτες δεδομένων (στο αρχείο δεδομένων) μόνο στα φύλλα

Δύο τύποι κόμβων:

- εσωτερικοί κόμβοι
- φύλλα

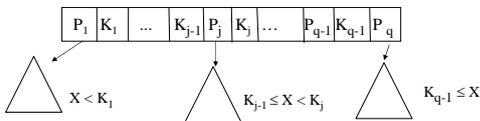
Κάποιες τιμές του πεδίου αναζήτησης μπορεί να εμφανίζονται *παραπάνω από μια φορά*



Ένα B+ -δέντρο τάξεως (order) p ορίζεται ως εξής:

1. Κάθε εσωτερικός κόμβος είναι της μορφής

$\langle P_1, K_1, P_2, K_2, \dots, K_{q-1}, P_q \rangle$   $q \leq p$ , όπου  $P_i$  δείκτης δέντρου,  $K_i$  τιμή αναζήτησης



2. Σε κάθε εσωτερικό κόμβο  $K_1 < K_2 < \dots < K_{q-1}$

3. Για όλες τις τιμές X στο υποδέντρο που δείχνει το  $P_j$  ισχύει  $K_{j-1} \leq X < K_j$  για  $1 < j < q$ ,  $X < K_j$  για  $j=1$ , και  $K_{q-1} \leq X$  για  $j=q$



4. Κάθε εσωτερικός κόμβος έχει το πολύ p δείκτες δέντρου

5. Κάθε εσωτερικός κόμβος εκτός της ρίζας έχει τουλάχιστον  $\lceil p/2 \rceil$ . Η ρίζα έχει τουλάχιστον 2 εκτός αν είναι ο μόνος κόμβος του δέντρου.

6. Ένας κόμβος με q δείκτες δέντρου περιέχει q - 1 τιμές πεδίου αναζήτησης



1. Κάθε **κόμβος-φύλλο** είναι της μορφής

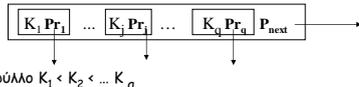
$\langle \langle K_1, P_{r_1} \rangle, \langle K_2, P_{r_2} \rangle, \dots, \langle K_q, P_{r_q} \rangle, P_{next} \rangle$ ,  $q \leq p_{leaf}$ , όπου

$p_{leaf}$  είναι η τάξη των κόμβων-φύλλων

$K_i$  τιμή αναζήτησης,

$P_{r_i}$  δείκτης δεδομένων που δείχνει στο block (ή στην εγγραφή) με τιμή στο πεδίο αναζήτησης  $K_i$  (ή σε ένα block ενδιάμεσου επιπέδου αν το πεδίο αναζήτησης δεν είναι κλειδί),

$P_{next}$  δείχνει στο επόμενο φύλλο και χρησιμοποιείται για τη γρήγορη ανάγνωση του αρχείου σε διάταξη



2. Σε κάθε κόμβο-φύλλο  $K_1 < K_2 < \dots < K_q$



3. Κάθε κόμβος-φύλλο έχει το πολύ p<sub>leaf</sub> τιμές

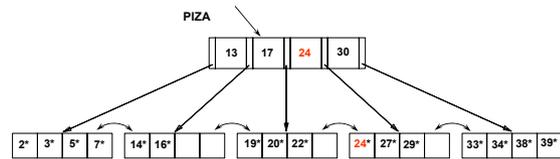
4. Κάθε κόμβος-φύλλο έχει τουλάχιστον  $\lceil p_{leaf}/2 \rceil$  τιμές.

5. Όλοι οι κόμβοι-φύλλα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

## B+-δέντρα

Η αναζήτηση ξεκινά από τη ρίζα, και οι συγκρίσεις των κλειδιών μας οδηγούν στα φύλλα

Αναζήτηση για τα 5\*, 15\*, όλες οι καταχωρήσεις  $\geq 24^*$  ...



## B+-δέντρα: Εισαγωγή

### Εισαγωγή

1. Αναζήτηση του φύλλου για εισαγωγή: έστω φύλλο P
2. Εισαγωγή τιμής K στο κόμβο P  
Αν ο κόμβος-φύλλο δεν είναι γεμάτος εισαγωγή της τιμής

## B+-δέντρα: Εισαγωγή

Αν ο κόμβος-φύλλο είναι γεμάτος (έχει  $p_{leaf}$  εγγραφές)

διάσπαση του κόμβου:

- οι πρώτες  $k = \lfloor ((p_{leaf} + 1)/2) \rfloor$  παραμένουν στον κόμβο
- οι υπόλοιπες σε καινούργιο κόμβο
- εισαγωγή (αντιγραφή) της k-οστής τιμής ( $K_k$ ) στον γονέα

## B+-δέντρα: Εισαγωγή

Αν ένας εσωτερικός κόμβος είναι γεμάτος (έχει  $p$  εγγραφές)

διάσπαση του κόμβου: έστω  $k = \lfloor ((p+1)/2) \rfloor$

- οι εγγραφές μέχρι το  $P_k$  (μετά την εισαγωγή) παραμένουν στον κόμβο
- η k-οστή  $K_k$  τιμή **μεταφέρεται (δεν αντιγράφεται)** στον πατέρα
- οι υπόλοιπες σε καινούργιο κόμβο

## B+-δέντρα: Εισαγωγή

Οι διασπάσεις κόμβων (εκτός ρίζας) "μεγαλώνουν" το δέντρο

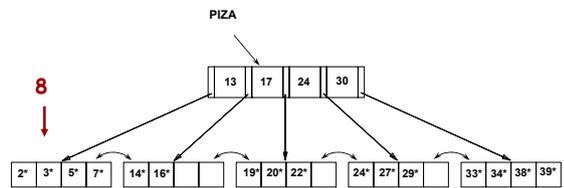
Η διάσπαση της ρίζας "υψώνει" το δέντρο

## B+-δέντρα (παράδειγμα)

5, 8, 7, 14, 19, 6, 10 και τάξη  $p = 3$  (2 τιμές ανά κόμβο, 3 δείκτες block ευρητηρίου) και  $p_{leaf} = 2$

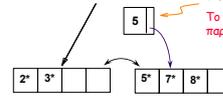
Β+-δέντρα: Εισαγωγή

Εισαγωγή της καταχώρησης 8\*

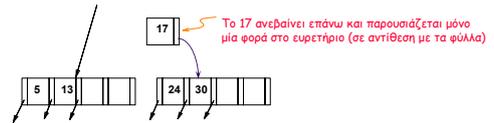


Β+-δέντρα: Εισαγωγή

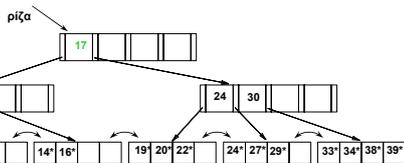
Καταχώρηση στον κόμβο γονέα (αντιγραφή)  
Το 5 ανεβαίνει επάνω, αλλά παραμένει και στο φύλλο



Καταχώρηση στον κόμβο γονέα (μεταφορά)



Β+-δέντρα: Εισαγωγή



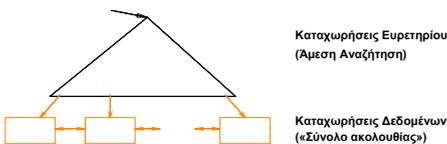
Η ρίζα διασπάστηκε οδηγώντας σε αύξηση του ύψους.

Β+-δέντρα

Όλες οι τιμές εμφανίζονται στα φύλλα και κάποιες επαναλαμβάνονται και σε εσωτερικούς κόμβους (η τιμή K σε ένα εσωτερικό κόμβο εμφανίζεται επίσης ως η πιο αριστερή τιμή στο φύλλο του υποδέντρου με ρίζα το δείκτη στα δεξιά του K)

Β+-δέντρα

- Εισαγωγή/Διαγραφή με κόστος  $\log_p N$  --- κρατούν το δέντρο σε ισορροπημένη μορφή. (F = διακλάδωση, N = αριθμός των φύλλων)
- Ελάχιστη πληρότητα 50% (εκτός της ρίζας).
- Εξαιρετική δομή ΚΑΙ για ερωτήσεις ισότητας ΚΑΙ για ερωτήσεις διαστήματος (range queries).
- Το αρχείο δεδομένων μπορεί να είναι ή όχι ταξινομημένο



Καταχωρήσεις Ευρετηρίου (Άμεση Αναζήτηση)

Καταχωρήσεις Δεδομένων («Σύνολο ακολουθίας»)

Β+-δέντρα

Τάξη p ώστε κάθε εσωτερικός-κόμβος να χωρά σε ένα block

Έστω B μέγεθος block, V μέγεθος πεδίου αναζήτησης, Pr μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και P μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$$p * P + (p - 1) * V \leq B$$

$$p * (P + V) \leq B + V$$

$$p \leq (B + V) / (P + V)$$

Παράδειγμα, V = 9 bytes, B = 512, Pr = 7 bytes, P = 6 bytes, τότε p = 34

Για Β-δέντρο, p = 23

Τάξη  $P_{leaf}$  ώστε κάθε φύλλο να χωρά σε ένα *block*

Έστω  $B$  μέγεθος block,  $V$  μέγεθος πεδίου αναζήτησης,  $P_r$  μέγεθος δείκτη δεδομένων (εγγραφής) και  $P$  μέγεθος δείκτη δέντρου (block)

$$P_{leaf} * (P_r + V) + P \leq B$$

$$P_{leaf} * (P_r + V) \leq B - P$$

$$P_{leaf} \leq (B - P) / (P_r + V)$$

Παράδειγμα,  $V = 9$  bytes,  $B = 512$ ,  $P_r = 7$  bytes,  $P = 6$  bytes, τότε  $P_{leaf} = 31$

## Υπολογισμός επιπέδων

Παράδειγμα,  $V = 9$  bytes,  $B = 512$ ,  $P_r = 7$  bytes,  $P = 6$  bytes, τότε  $p = 34$ . Έστω ότι κάθε κόμβος είναι γεμάτος κατά 69%. Πόσες καταχωρήσεις (τιμές) χωρά αν 3 επίπεδα

Ρίζα	1 κόμβος	22 ( $33 * 0,69$ ) καταχωρήσεις	23 δείκτες
Επίπεδο 1:	23 κόμβοι	506 ( $23 * 22$ ) καταχωρήσεις	529 δείκτες
Επίπεδο 2:	529 κόμβοι	11.638 ( $529 * 22$ ) καταχωρήσεις	12.167 δείκτες
Επίπεδο φύλλων:	12.167 κόμβοι	255.507 ( $12.167 * 31 * 0,69$ ) καταχωρήσεις	255.507 δείκτες

Σε 3 επίπεδα **255.507** εγγραφές έναντι 65.535 για το B-δέντρο

→ Σημείωση: εγγραφές μόνο στα φύλλα

## Παρατηρήσεις

- Τυπική Τάξη: 100. Τυπικός Παράγων Πληρότητας: 67%.
- Μέση τιμή διακλάδωσης (fan out) = 133
- Τυπικές Δυνατότητες:
  - Ύψος 4:  $133^4 = 312,900,700$  εγγραφές
  - Ύψος 3:  $133^3 = 2,352,637$  εγγραφές
- Μπορεί να κρατά τα υψηλότερα επίπεδα στη μνήμη (buffer):
  - Επίπεδο 1 = 1 block = 8 Kbytes
  - Επίπεδο 2 = 133 blocks = 1 Mbyte
  - Επίπεδο 3 = 17,689 blocks = 133 Mbytes

Nodepointer tree\_search(nodepointer P, keyvalue K)

if P is a leaf return(P);

else

if  $K < K_i$

tree\_search( $P_i$ , K)

else

find i such that  $K_i \leq K < K_{i+1}$

return tree\_search( $P_i$ , K)

end

## Αναζήτηση (αναδρομική εκδοχή)

```
nodepointer find(keyvalue K):
    return tree_search(root, K);
end;
```

## Διαγραφή

1. Αναζήτηση του φύλλου που περιέχει το  $K$ : έστω φύλλο  $P$

2. Αν υποχείλιση

αν είναι δυνατόν ανακατανομή με τον αριστερό αδελφό ( $> \lceil (n/2) \rceil$ )

αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό

αν όχι, συγχώνευση και των τριών κόμβων σε δύο κόμβους

### B+-δέντρα: Διαγραφή

#### 2. Αν υποχείλιση (αναλυτικά)

##### <ανακατανομή εγγραφών>

Αν είναι δυνατόν ανακατανομή με τον αριστερό αδελφό ( $> \lceil n/2 \rceil$ )  
αν όχι, προσπάθεια ανακατανομής με το δεξιό αδελφό

ανακατανομή εγγραφών σε κάθε κόμβο

βρείτε την εγγραφή στο γονέα του δεξιού κόμβου N

αντικατάσταση της τιμής κλειδιού στο γονέα τους με τη μικρότερη τιμή του κόμβου N

##### <συγχώνευση κόμβων>

Αν δεν είναι δυνατή η ανακατανομή

συγχώνευση κόμβων

οδηγεί σε διαγραφή στο παραπάνω επίπεδο, αφήνεται η εγγραφή που

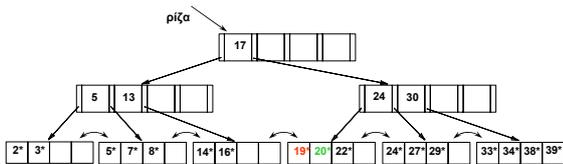
δείχνει στον κόμβο (πιθανότητα νέας υποχείλισης)

### B+-δέντρα: Διαγραφή

Στην περίπτωση συγχώνευσης, πρέπει να διαγραφεί η καταχώρηση (που δείχνει στον P ή τον αδελφό) από το γονέα του P.

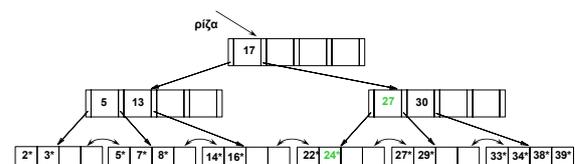
Η συγχώνευση μπορεί να φτάσει στη ρίζα, μειώνοντας το ύψος του δέντρου.

### B+-δέντρα: Παράδειγμα



Διαγραφή 19, 20

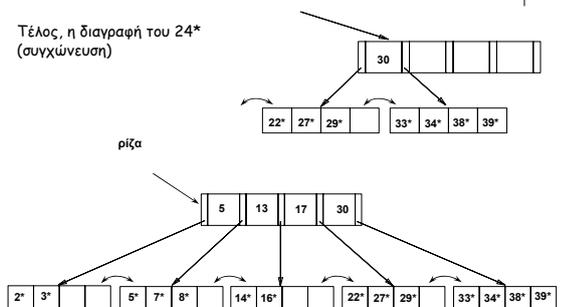
### B+-δέντρα: Διαγραφή



Το παράδειγμα μετά τη διαγραφή του 19\* και του 20\* (ανακατανομή με δεξιό αδελφό και αντικατάσταση του 24 με 27)

### B+-δέντρα: Διαγραφή

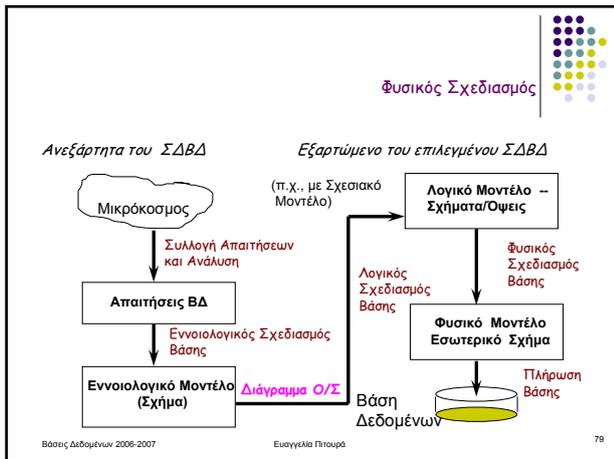
Τέλος, η διαγραφή του 24\* (συγχώνευση)



### Ευρετήρια (ανακεφαλαίωση)

#### Είδη Ευρετηρίων

- Ευρετήριο ενός επιπέδου ένα διατεταγμένο αρχείο με εγγραφές  $\langle K(i), P(i) \rangle$
- Ευρετήριο πολλών επιπέδων
- Ευρετήρια δομής δέντρου
- Ευρετήρια κατακερματισμού



- Φυσικός Σχεδιασμός
- Μετά τον σχεδιασμό Ο/Σ και το λογικό σχεδιασμό (σχεσιακό μοντέλο), έχουμε τα εννοιολογικά και λογικά (με τις όψεις) σχήματα για τη Βάση Δεδομένων.
  - Το επόμενο βήμα είναι ο **Φυσικός Σχεδιασμός**, δηλαδή η επιλογή των δομών αποθήκευσης των σχέσεων, η επιλογή των ευρετηρίων, οι αποφάσεις για συστάδες - γενικά ότι είναι απαραίτητο για να επιτευχθούν οι προσδοκώμενες επιδόσεις χρήσης της ΒΔ.
  - Η υλοποίηση μιας (φυσικής) Σχεσιακής Βάσης Δεδομένων περιλαμβάνει τη δημιουργία ΚΑΤΑΛΟΓΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ (directory system tables)
- Βάσεις Δεδομένων 2006-2007 Ευαγγελία Πιτουρά 80

Ευρετήρια

Η SQL-92 δεν περιλαμβάνει εντολές για τη δημιουργία ευρετηρίων. Τα περισσότερα εμπορικά ΣΔΒΔ το υποστηρίζουν

```
create [unique] index <index_name>
on <table_name> (<attr_list>);
```

- Η <attr\_list> μπορεί να περιέχει παραπάνω από ένα γνωρίσματα.
- Προαιρετικό UNIQUE σημαίνει ότι το <attr\_list> είναι κλειδί του <table\_name>.

Βάσεις Δεδομένων 2006-2007 Ευαγγελία Πιτουρά 81

Ευρετήρια

```
drop index <index_name>
```

- Η Oracle δημιουργεί αυτόματα ευρετήρια για κάθε UNIQUE ή PRIMARY KEY ορισμό.

```
select <index_name> from user_indexes
```

Βάσεις Δεδομένων 2006-2007 Ευαγγελία Πιτουρά 82

Φυσικός Σχεδιασμός

Για να κάνουμε όσο το δυνατόν καλύτερο τον Φυσικό Σχεδιασμό πρέπει να :

Κατανοήσουμε το **Φόρτο Εργασίας (workload)**

- Ποιές είναι οι σημαντικές ερωτήσεις και πόσο συχνά εμφανίζονται.
- Ποιές είναι οι πιο σημαντικές τροποποιήσεις και πόσο συχνά εμφανίζονται.
- Ποια είναι η επιθυμητή επίδοση για την εκτέλεση αυτών των ερωτήσεων και τροποποιήσεων.

Βάσεις Δεδομένων 2006-2007 Ευαγγελία Πιτουρά 83

Φυσικός Σχεδιασμός

Πριν δημιουργήσουμε ένα ευρετήριο, πρέπει να συνυπολογίσουμε και την επίδρασή του σε ενημερώσεις του φορτίου εργασίας!

Ένα ευρετήριο κάνει τις ερωτήσεις ΠΙΟ ΓΡΗΓΟΡΕΣ και τις ενημερώσεις ΠΙΟ ΑΡΓΕΣ

Επιπλέον, απαιτεί και χώρο στον δίσκο

Βάσεις Δεδομένων 2006-2007 Ευαγγελία Πιτουρά 84



Για κάθε ερώτηση (query) το φόρτο εργασίας:  
 Σε ποιες σχέσεις έχει πρόσβαση?  
 Ποια γνωρίσματα ανακαλεί?  
 Ποια γνωρίσματα υπεισέρχονται στις συνθήκες για selection/join? Πόσο επιλεκτικές είναι αυτές οι συνθήκες?

Για κάθε ενημέρωση (insert/delete/update):  
 Ποια γνωρίσματα υπεισέρχονται στις συνθήκες για selection/join? Πόσο επιλεκτικές είναι αυτές οι συνθήκες?  
 Ο τύπος της ενημέρωσης (INSERT/DELETE/UPDATE), και τα γνωρίσματα που θα επηρεασθούν



### Αποφάσεις που Απαιτούνται

Τι ευρετήρια πρέπει να δημιουργηθούν;  
 Ποιες σχέσεις πρέπει να έχουν ευρετήρια; Ποια γνωρίσματα χρησιμοποιούνται για αναζήτηση; Πρέπει να ορίσουμε πολλαπλά ευρετήρια;  
 Για κάθε ευρετήριο, τι είδους ευρετήριο πρέπει να είναι;  
 Συστάδες: Δέντρο/Κατακερματισμός; Δυναμικό/Στατικό; Πυκνό/Μη-πυκνό;  
 Χρειάζονται αλλαγές και στο εννοιολογικό/λογικό Σχήμα;  
 Διαφορετικό κανονικοποιημένο σχήμα;  
 Denormalization (μήπως χρειάζεται από-κανονικοποίηση);  
 Όψεις, Επανάληψη Δεδομένων (replication) ...



- Για κάθε σχέση (Relation):
  - Όνομα, Όνομα Αρχείου, Δομή Αρχείου (π.χ., Αρχείο Σωρού)
  - Όνομα Γνωρίσματος και Τύπος, για κάθε Γνώρισμα
  - Όνομα Ευρετηρίου, για κάθε Ευρετήριο
  - Περιορισμοί Ακεραιότητας
- Για κάθε Ευρετήριο:
  - Δομή (π.χ. B+ δέντρο) και πεδία για αναζήτηση
- Για κάθε Όψη (view):
  - Όνομα Όψης και Ορισμός αυτής
- Επιπλέον, στατιστικά στοιχεία χρήσης, δικαιοδοσίες, μέγεθος ενδιάμεσης μνήμης, κλπ.

*Οι κατάλογοι σε ένα σχεσιακό σύστημα αποθηκεύονται και οι ίδιοι σαν σχέσεις*