

ΜΥΕ034 Υπολογιστική Γεωμετρία

3η Ομάδα Ασκήσεων

[Προθεσμία Παράδοσης: **28 Μαΐου 2025** (έως τις **18:00**)]

Άσκηση 1 [4+6+8+8 = 26]

Δώστε εκφράσεις για το πλήθος κορυφών, ακμών, εδρών και $3d$ -κελιών σε μια απλή διάταξη n επιπέδων στον 3-διάστατο χώρο. Αποδείξτε τις απαντήσεις σας.

Άσκηση 2 [14]

Βρείτε τη δυϊκή εικόνα του (ως προς τον μετασχηματισμό δυϊκότητας $D: (a,b) \leftrightarrow y = 2ax - b$) του συνόλου σημείων (στο σύνορο και στο εσωτερικό) του (πλαγίου) παραλληλογράμμου με κορυφές $(0,0)$, $(2,1)$, $(3,3)$ και $(1,2)$ και δικαιολογήστε την απάντησή σας.

Άσκηση 3 [16]

Θεωρούμε κυρτό πολύγωνο P με n κορυφές. Θέλουμε να προεπεξεργαστούμε το P ώστε για δοθείσα ημιευθεία R να μπορούμε να απαντήσουμε σε $O(\log n)$ χρόνο εάν η R τέμνει το P .

Περιγράψτε την προεπεξεργασία και τον αλγόριθμο επίλυσης του παραπάνω προβλήματος για ημιευθεία R (η οποία περιγράφεται από την αρχή της $p = (p_x, p_y)$ και ένα άλλο σημείο $q = (q_x, q_y)$ που ανήκει στην ημιευθεία). Ποια είναι η πολυπλοκότητα χρόνου και χώρου της προεπεξεργασίας; Δικαιολογήστε γιατί η πολυπλοκότητα χρόνου του αλγορίθμου σας που ελέγχει εάν η R τέμνει το P είναι $O(\log n)$.

Άσκηση 4 [24] [Προθεσμία Παράδοσης: **θα ανακοινωθεί**]

Θεωρήστε το σύνολο S που περιέχει τα εξής 8 σημεία του επιπέδου: $A = (100,350)$, $B = (150,300)$, $C = (200,150)$, $D = (250,400)$, $E = (300,200)$, $F = (350,250)$, $G = (400,450)$ και $H = (450,100)$.

- [9] Σχεδιάστε το kd-δέντρο για το σύνολο S .
- [15] Σχεδιάστε την κύρια δομή (δέντρο πρώτου επιπέδου) ενός δέντρου περιοχής για τα σημεία του συνόλου S καθώς και τη δευτερεύουσα δομή (δέντρο δεύτερου επιπέδου) σε καθένα από τα 2 παιδιά της ρίζας της κύριας δομής.

Άσκηση Bonus →

Άσκηση Bonus [15]

Έστω A ένα σύνολο n οριζόντιων ευθυγράμμων τμημάτων στο επίπεδο.

Περιγράψτε τον ταχύτερο αλγόριθμο που μπορείτε να επινοήσετε για να ελεγχθεί εάν υπάρχει ευθεία γραμμή η οποία τέμνει όλα τα ευθύγραμμα τμήματα στο σύνολο A . Δικαιολογήστε την ορθότητα του αλγορίθμου σας και δώστε την πολυπλοκότητα χρόνου και χώρου του (συναρτήσει του πλήθους n των ευθυγράμμων τμημάτων στο σύνολο A).