

Κωδικοποίηση σχήματος και απόκρυψη σφάλματος
στο σύνορο αντικειμένου βίντεο

Η ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

υποβάλλεται στην
ορισθείσα από την Γενική Συνέλευση Ειδικής Σύνθεσης
του Τμήματος Πληροφορικής Εξεταστική Επιτροπή

από την

Ευαγγελία Τσιλιγιάννη

ως μέρος των Υποχρεώσεων για τη λήψη του

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ
ΜΕ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ
ΣΤΙΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ-ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Ιανουάριος 2010

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Ευρετήριο Σχημάτων	iii
Ευρετήριο Πινάκων	v
Περίληψη	vii
1 Εισαγωγή	1
2 Κωδικοποίηση βίντεο	5
2.1 Κωδικοποίηση αντικειμένων βίντεο	5
2.2 Κωδικοποίηση βίντεο στο διεθνές πρότυπο MPEG-4	8
2.2.1 Βασικές συντακτικές δομές	8
2.2.2 Κωδικοποίηση	8
2.3 Κωδικοποίηση σχήματος	9
2.3.1 Δυαδική και greyscale κωδικοποίηση σχήματος	11
2.3.2 Κωδικοποίηση συνόρου	12
2.3.3 Αξιολόγηση της ποιότητας του κωδικοποιημένου σχήματος	12
2.3.4 Απόδοση της κωδικοποίησης και έλεγχος της παραμόρφωσης	13
2.3.5 Απόκρυψη σφαλμάτων	13
3 Προσεγγίσεις με splines	15
3.1 Παράσταση τμηματικά πολυωνυμικών καμπυλών	16
3.2 Συναρτήσεις βάσης B-splines	18
3.3 Καμπύλες B-splines	20
3.4 Κλειστές περιοδικές καμπύλες B-splines	22
3.5 Το πρόβλημα της προσέγγισης συνόλου σημείων	23
3.5.1 Προσέγγιση σημείων με splines και ελάχιστα τετράγωνα	23
3.6 Καμπύλες προσέγγισης με B-splines	25
3.7 Συναρτήσεις βάσης T-splines	29
3.8 Καμπύλες προσέγγισης με T-splines	30
4 Κωδικοποίηση με B-splines	35
4.1 Ανασκόπηση βιβλιογραφίας	36
4.2 Αναπαράσταση του συνόρου με τετραγωνικές B-splines	37

4.3	Κωδικοποίηση του συνόρου με τετραγωνικές B-splines	39
4.3.1	Μέτρηση κόστους κωδικοποίησης	39
4.3.2	Μέτρηση παραμόρφωσης	39
4.3.3	Προβλήματα βελτιστοποίησης	40
4.3.4	Αποδεκτό σύνολο σημείων ελέγχου	41
4.4	Ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης	41
4.5	Σχήμα κωδικοποίησης των σημείων ελέγχου	45
4.6	Παρουσίαση αποτελεσμάτων	47
5	Απόκρυψη σφάλματος	53
5.1	Χωρικές τεχνικές απόκρυψης σφάλματος	54
5.1.1	Απόκρυψη σφάλματος με τετραγωνική καμπύλη Bezier	54
5.1.2	Προσέγγιση του γνωστού συνόρου με τετραγωνικό πολυώνυμο και απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite	54
5.1.3	Κυβικές καμπύλες Bezier για προσέγγιση του γνωστού συνόρου και απόκρυψη σφάλματος	55
5.2	Προσέγγιση του συνόρου ενός αντικειμένου βίντεο	56
5.2.1	Επιλογή καμπύλης προσέγγισης	58
5.2.2	Επιλογή τμήματος του συνόρου εκατέρωθεν του απολεσθέντος τμήματος	60
5.2.3	Προτεινόμενος αλγόριθμος προσέγγισης του γνωστού συνόρου	62
5.3	Απόκρυψη σφάλματος απολεσθέντος συνόρου	64
5.3.1	Επιλογή και προσέγγιση τμήματος του γνωστού συνόρου	65
5.3.2	Υπολογισμός της κατεύθυνσης του συνόρου στα σημεία σύνδεσης	67
5.3.3	Καμπύλη απόκρυψης σφάλματος	68
5.4	Σύγκριση μεθόδων απόκρυψης σφάλματος	76
5.4.1	Σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Schuster, Li και Katsaggelos	77
5.4.2	Σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Soares και Pereira	80
5.5	Απόκρυψη σφάλματος σε κωδικοποιημένο σύνολο	85
5.6	Αριθμητικά αποτελέσματα	89
6	Συμπεράσματα	93
6.1	Κωδικοποίηση συνόρου με B-splines και κατάλληλο σχήμα κωδικοποίησης	93
6.2	Απόκρυψη σφάλματος στο σύνολο αντικειμένου	94
	Βιβλιογραφία	97

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

1.1	Ανάλυση εικόνας σε αντικείμενα	3
2.1	Σχήμα και υφή ενός αντικειμένου	6
2.2	Ανάλυση εικόνας σε επίπεδα	7
2.3	Δομή κωδικοποιητή βίντεο	9
2.4	Δομή αποκωδικοποιητή βίντεο	9
2.5	Κωδικοποίηση σχήματος	10
2.6	α -επίπεδο και περίγραμμα ενός VOP	12
3.1	Τετραγωνική τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη	17
3.2	Υπολογισμός των συναρτήσεων βάσης B-splines	19
3.3	Συναρτήσεις βάσης B-splines: ομοιόμορφος διαμερισμός	21
3.4	Συναρτήσεις βάσης B-splines: μη ομοιόμορφος διαμερισμός	21
3.5	Προσέγγιση με B-splines	26
3.6	Σημεία ελέγχου προσέγγισης με B-splines	28
3.7	Προσέγγιση με T-splines	31
3.8	Γραμμικές συναρτήσεις βάσης T-splines	33
3.9	Τετραγωνικές συναρτήσεις βάσης B-splines και T-splines	33
4.1	Κωδικοποίηση αλυσίδας	37
4.2	Τετραγωνική καμπύλη B-spline	38
4.3	Ζώνη παραμόρφωσης	39
4.4	Ζώνη αποδεκτών σημείων ελέγχου	41
4.5	Κυλιόμενο παράθυρο	43
4.6	Αναπαράσταση με κατευθυνόμενο ακυκλικό γράφο	44
4.7	Κωδικοποιημένο σύνορο <i>fork</i>	47
4.8	Κωδικοποιημένο σύνορο <i>hammer</i>	48
4.9	Κωδικοποίηση συνόρου για διάφορες τιμές παραμόρφωσης	49
4.10	Κόστος κωδικοποίησης και παραμόρφωση	49
4.11	Μορφές συνόρων που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα	50
4.12	Κωδικοποίηση με μελέτη της πιθανότητας εμφάνισης των συμβόλων	51
4.13	Κωδικοποίηση προσαρμοσμένη στο σύνορο	51
5.1	Απόκρυψη σφάλματος με τετραγωνική καμπύλη Bezier	55

5.2	Απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier	57
5.3	Προσέγγιση συνόρου με B-splines	58
5.4	Προσέγγιση συνόρου με T-splines	59
5.5	Σύγκριση προσεγγίσεων με T-splines και B-splines	59
5.6	Επιλογή μέρους του συνόρου και προσέγγιση με T-splines	61
5.7	Προσέγγιση συνόρου με φθίνουσα καμπύλη	62
5.8	Προσέγγιση συνόρου με διακυμάνσεις ως προς τη μονοτονία	64
5.9	Καμπύλη προσέγγισης και εφαπτομένη	65
5.10	Εφαπτομενικές ευθείες στα σημεία σύνδεσης	67
5.11	Υπολογισμός νέων σημείων ελέγχου	68
5.12	Απόκρυψη σφάλματος με την προτεινόμενη μέθοδο	69
5.13	Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite (παράδειγμα 1)	71
5.14	Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite (παράδειγμα 2)	71
5.15	Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite (παράδειγμα 3)	72
5.16	Απόκρυψη σφάλματος με πολυώνυμο Hermite και με καμπύλη B-spline	73
5.17	Απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier	74
5.18	Απόκρυψη σφάλματος με καμπύλη Bezier και με B-spline	75
5.19	Σημεία ελέγχου προτεινόμενης μεθόδου και της μεθόδου [27]	77
5.20	Σύγκριση της μεθόδου [23] με την προτεινόμενη (I)	78
5.21	Σύγκριση της μεθόδου [23] με την προτεινόμενη (II)	79
5.22	Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο [23] και την προτεινόμενη (<i>fountain</i>)	80
5.23	Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο [23] και την προτεινόμενη (<i>glass</i>)	80
5.24	Σύγκριση της μεθόδου [27] με την προτεινόμενη (I)	81
5.25	Σύγκριση της μεθόδου [27] με την προτεινόμενη (II)	83
5.26	Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο [27] και την προτεινόμενη (<i>fountain</i>)	84
5.27	Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο [27] και την προτεινόμενη (<i>glass</i>)	84
5.28	Κωδικοποιημένο σύνορο <i>fountain</i>	85
5.29	Υπολογισμός νέων σημείων ελέγχου σε κωδικοποιημένο σύνορο.	86
5.30	Απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου <i>glass</i> και <i>fork</i>	87
5.31	Απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου <i>fountain</i>	87
5.32	Απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου <i>hammer</i>	88
5.33	Αντικείμενα για την ποσοτική αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου	89

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

5.1	Αριθμητικά αποτελέσματα προτεινόμενης μεθόδου.	89
5.2	Αριθμητικά αποτελέσματα προτεινόμενης μεθόδου για κωδικοποιημένο σύνορο	90
5.3	Αριθμητικά αποτελέσματα της μεθόδου [27]	90

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ευαγγελία Τσιλιγιάννη του Βασιλείου και της Ελένης. MSc, Τμήμα Πληροφορικής, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Ιανουάριος 2010. Κωδικοποίηση σχήματος και απόκρυψη σφάλματος στο σύνολο αντικειμένου βίντεο. Επιβλέπων: Λυσίμαχος- Παύλος Κόντης.

Οι εξελίξεις στις τηλεπικοινωνίες, τις τελευταίες δεκαετίες, δημιούργησαν νέες απαιτήσεις, οι οποίες οδήγησαν σε σημαντικές αλλαγές στην κωδικοποίηση οπτικών δεδομένων. Το MPEG-4 είναι το πρώτο διεθνές πρότυπο τυποποίησης που βασίζεται σε κωδικοποίηση αντικειμένων οποιουδήποτε σχήματος, η σύνθεση των οποίων αναπαριστά μια σκηνή βίντεο. Οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ενός αντικειμένου είναι το σχήμα, η υφή και η κίνηση. Το σχήμα είναι μια πληροφορία που συμβάλλει σημαντικά στην υποκειμενική ποιότητα της εικόνας και η κωδικοποίησή του βελτιώνει την αποτελεσματικότητα της κωδικοποίησης και της αναπαραστάσης του βίντεο.

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτέλεσε η κωδικοποίηση του σχήματος ενός αντικειμένου βίντεο με μεθόδους που βασίζονται στην προσέγγιση του περιγράμματος ή συνόρου του αντικειμένου με καμπύλες splines. Ειδικότερα μελετήθηκε και υλοποιήθηκε αλγόριθμος κωδικοποίησης με τετραγωνικές B-splines, που επιλύει με βέλτιστο τρόπο το πρόβλημα ελέγχου κόστους κωδικοποίησης και παραμόρφωσης. Στο πλαίσιο της υλοποίησης του αλγορίθμου, διερευνήθηκε η βελτίωση του σχήματος κωδικοποίησης με σκοπό την ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης.

Σε περιβάλλοντα μετάδοσης δεδομένων με μεγάλη συχνότητα εμφάνισης σφαλμάτων, όπως είναι οι ασύρματες επικοινωνίες και το διαδίκτυο, η επανεκπομπή της πληροφορίας σε περιπτώσεις απώλειας ενδέχεται να καθυστερήσει τη μετάδοση. Εάν η απώλεια είναι μερική, τεχνικές “απόκρυψης σφάλματος” είναι δυνατόν να αποκαταστήσουν την πληροφορία που έχει χαθεί. Στην παρούσα εργασία προτάθηκε μια νέα μέθοδος για την αποκατάσταση τμήματος του συνόρου που έχει απολεσθεί, εξαιτίας σφαλμάτων κατά τη μετάδοση. Η μέθοδος βασίζεται στη μοντελοποίηση του συνόρου που έχει ληφθεί σωστά με κατάλληλη spline που δεν αλλοιώνει τα βασικά χαρακτηριστικά του (shape preserving). Η ενσωμάτωση αυτών των χαρακτηριστικών στην κατασκευή της νέας καμπύλης που αντικαθιστά το απολεσθέν τμήμα, οδηγεί σε επιτυχημένη “απόκρυψη σφάλματος”.

ABSTRACT

Evangelia V. Tsiligianni, MSc, Computer Science Department, University of Ioannina, Greece, January 2010. Shape coding and boundary error concealment for video objects. Thesis Supervisor: Lysimachos Paul Kondi

In the recent decades, new requirements of visual data coding have been set due to evolution in communications field. The innovation of MPEG-4 video coding standard is the coding of arbitrary shape video objects (VOs). In MPEG-4, a video scene is composed by several VOs. Shape, texture and motion are the parameters used to describe a VO. Shape is critical to the perception of the VO quality by the human eye. Thus, shape information is significant for video representation and plays an important role in video coding efficiency.

In this thesis, we have studied shape coding techniques based on a contour representation of the object shape, namely, the object boundary. We present a shape coding method that approximates the boundary with a quadratic B-spline curve. Such a description introduces distortion between the original and the encoded boundary. The solution presented here is optimal for the rate-distortion control. Moreover, the developed algorithm makes use of a new encoding scheme that achieves low coding cost.

In error-prone communications like wireless networks and the Internet, retransmission of lost or damaged packets may incur delay. Error concealment techniques have been developed to correct transmission errors. As far as shape is concerned, transmission errors lead to missing boundary parts. We propose a new error concealment method to recover a broken boundary. The method is based on an appropriate modeling of the received boundary parts. A spline curve that does not introduce changes in boundary direction (shape preserving) is used for this purpose. We use the estimated direction to construct a smooth concealment spline representing successfully the lost boundary part.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Καθώς το βίντεο έχει εξελιχθεί σε έναν πολύ σημαντικό τομέα των σύγχρονων τηλεπικοινωνιακών εφαρμογών, καθίσταται αναγκαία η ανάπτυξη νέων προτύπων τυποποίησης συμπίεσης δεδομένων, για την κάλυψη λειτουργιών και δυνατοτήτων, που απαιτούν οι νέες εφαρμογές. Η σύγχρονη αναπαράσταση της πληροφορίας βίντεο βασίζεται στην αντίληψη μιας σκηνής ως σύνθεσης αντικειμένων βίντεο (Σχ. 1.1). Ένα αντικείμενο αντιστοιχεί σε μια ξεχωριστή οντότητα που μπορεί να προσπελαστεί και να υποστεί επεξεργασία ανεξάρτητα από άλλα αντικείμενα. Εφαρμογές όπως η ανάπτυξη ψηφιακών βιβλιοθηκών, η αποθήκευση και η ανάκτηση δεδομένων με βάση το περιεχόμενο (content based storage and retrieval), οι τηλεοπτικές εφαρμογές και οι εφαρμογές για φορητά μέσα επικοινωνίας, χρειάζονται δυνατότητα προσπέλασης των δεδομένων με βάση την περιγραφή αντικειμένων. Η αυτόνομη προσπέλαση ενός αντικειμένου σε μια σκηνή βίντεο δίνει τη δυνατότητα στο χρήστη να επέμβει στην εικόνα, με την έννοια της αλληλεπίδρασης (interaction). Μπορεί να εστιάσει την προσοχή του στην επεξεργασία κάποιου αντικειμένου που εκείνος επιθυμεί, να αλλάξει χαρακτηριστικά του αντικειμένου, να επιλέξει τα αντικείμενα που θα συμμετέχουν σε μια σκηνή βίντεο, να χρησιμοποιήσει συνθετικά αντικείμενα.

Το διεθνές πρότυπο τυποποίησης οπτικής πληροφορίας MPEG-4, που προτάθηκε το 1998 από την Ομάδα Ειδικών για Κινούμενες Εικόνες (Moving Pictures Experts Group-MPEG), αποτελεί μια συλλογή μεθόδων για την κωδικοποίηση ακουστικών και οπτικών (Audio, Visual - AV) ψηφιακών δεδομένων. Αν και αυτό το πρότυπο προτάθηκε αρχικά για τηλεπικοινωνιακά συστήματα βίντεο χαμηλού ρυθμού μετάδοσης (low bit-rate video communications), η χρήση του αργότερα επεκτάθηκε, με αποτέλεσμα να χρησιμοποιείται πλέον για ένα μεγάλο εύρος ρυθμού μετάδοσης, από μερικά kbps έως δεκάδες Mbps. Το MPEG-4 προσφέρει δυνατότητες για αποτελεσματική κωδικοποίηση, κωδικοποίηση μικτών δεδομένων (ήχος, εικόνα, ομιλία), είναι ανθεκτικό στα σφάλματα και δίνει τη δυνατότητα διαδραστικής επέμβασης σε μια σκηνή, στον παραλήπτη.

Το MPEG-4 είναι το πρώτο διεθνές πρότυπο που επιτρέπει τη μετάδοση αντικειμένων βίντεο οποιουδήποτε σχήματος. Σε αντίθεση με τα πρότυπα MPEG-1 ή H.263 που κωδικοποιούν μια ακολουθία ορθογώνιων πλαισίων (frames), ένας κωδικοποιητής που χρησιμοποιεί ως βάση αντικείμενα (object-based video coder), κωδικοποιεί αντικείμενα οποιουδήποτε

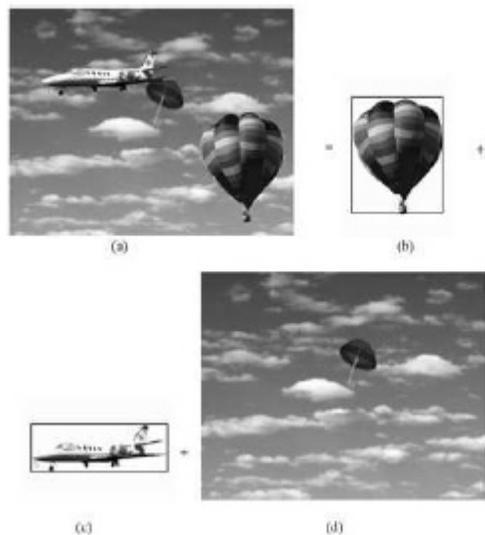
σχήματος. Η ιδέα της κωδικοποίησης αντικειμένων βασίζεται στην κατάτμηση μιας εικόνας σε περιοχές με κοινά χαρακτηριστικά, όπως είναι το σχήμα (shape) και οι τιμές των εικονοστοιχείων, δηλαδή η υφή (texture) της περιοχής. Στην περίπτωση του βίντεο χρησιμοποιείται επιπλέον η πληροφορία κίνησης (motion). Κάθε αντικείμενο μπορεί να κωδικοποιηθεί και να μεταδοθεί ξεχωριστά. Η πληροφορία σύνθεσης αντικειμένων μεταδίδεται ανεξάρτητα από τα αντικείμενα. Στο MPEG-4 ορίζεται μόνο αποκωδικοποιητής βίντεο. Το πρόβλημα της ανάλυσης της εικόνας αποφεύγεται χρησιμοποιώντας προκατατμημένες ακολουθίες βίντεο. Αυτό οδηγεί στη δημιουργία ενός κωδικοποιητή που χρησιμοποιεί ως βάση αντικείμενα.

Για την περιγραφή ενός αντικειμένου βίντεο χρησιμοποιούνται, όπως προαναφέραμε, ως παράμετροι το σχήμα, η υφή και η κίνηση. Το σχήμα του αντικειμένου είναι μια πληροφορία που συμβάλλει σημαντικά στη βελτίωση της υποκειμενικής ποιότητας της εικόνας και αυξάνει την αποτελεσματικότητα της κωδικοποίησης και της αναπαράστασης του βίντεο. Η κωδικοποίηση του σχήματος επομένως αποτελεί μια περιοχή ιδιαίτερου επιστημονικού ενδιαφέροντος. Εκτός από την κωδικοποίηση βίντεο, η κωδικοποίηση του σχήματος ενός αντικειμένου χρησιμοποιείται και σε άλλες εφαρμογές, όπως είναι η αναγνώριση αντικειμένων (object recognition), η σχεδίαση αντικειμένων CAD, η μοντελοποίηση τριδιάστατων αντικειμένων κ.ά.

Ένα θέμα που σχετίζεται με την κωδικοποίηση και μετάδοση της πληροφορίας του σχήματος είναι η αντιμετώπιση σφαλμάτων που μπορούν να συμβούν κατά τη μετάδοση. Με την απόκρυψη σφάλματος του σχήματος (shape error concealment) προσπαθούμε να αντικαταστήσουμε εσφαλμένη πληροφορία που λαμβάνεται στον αποκωδικοποιητή με δεδομένα που μπορούν να περιγράψουν το τμήμα του σχήματος του αντικειμένου που δεν έχει ληφθεί σωστά.

Στην παρούσα εργασία, αρχικά θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα της κωδικοποίησης του σχήματος (shape coding) ενός αντικειμένου. Για την κωδικοποίηση του σχήματος έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι προσέγγισης μεταξύ των οποίων η μέθοδος των Meier, Schuster και Katsaggelos [15] που χρησιμοποιεί τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες B-splines. Η μέθοδος επιτυγχάνει μια αναπαράσταση του περιγράμματος του σχήματος που εμφανίζει ομαλότητα και είναι βέλτιστη ως προς το κόστος κωδικοποίησης και την παραμόρφωση του σχήματος. Η μέθοδος αυτή υλοποιήθηκε στο πλαίσιο αυτής της εργασίας και επιπλέον διερευνήθηκε το σχήμα κωδικοποίησης. Επίσης θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα της ανεπιτυχούς μετάδοσης ενός τμήματος του περιγράμματος και θα προσπαθήσουμε να “αποκρύψουμε” το σφάλμα, κατασκευάζοντας κατάλληλη καμπύλη που θα αντικαθιστά το απολεσθέν τμήμα (καμπύλη απόκρυψης). Και σε αυτό το πρόβλημα θα χρησιμοποιήσουμε τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες.

Η παρούσα εργασία αποτελείται από έξι κεφάλαια. Στο κεφάλαιο 2 θα παρουσιαστούν κάποιες σημαντικές δομές που χρησιμοποιούνται στην κωδικοποίηση βίντεο με βάση το πρότυπο MPEG-4, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στον ορισμό του περιγράμματος του σχήματος ενός αντικειμένου, αλλά και στον τρόπο διαχείρισης αυτής της πληροφορίας, τόσο στο στάδιο της κωδικοποίησης όσο και στο στάδιο της αποκωδικοποίησης και της από-



Σχήμα 1.1: Ανάλυση εικόνας σε αντικείμενα.

κρυφής σφαλμάτων που συνέβησαν κατά τη μετάδοση. Όπως προαναφέρθηκε, σημαντικό εργαλείο στην επίλυση των προβλημάτων που θα αντιμετωπίσουμε αποτελούν οι τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες. Στο κεφάλαιο 3 θα δούμε σύντομα τον ορισμό και κάποιες σημαντικές ιδιότητες αυτών των καμπυλών. Στο κεφάλαιο 4 θα μελετήσουμε το θέμα της κωδικοποίησης του σχήματος ενός αντικειμένου. Θα παρουσιάσουμε τη μέθοδο κωδικοποίησης με B-splines [15], που υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, και θα συζητήσουμε το σχήμα κωδικοποίησης που παίζει καθοριστικό ρόλο στην επιτυχία της μεθόδου. Στο κεφάλαιο 5 θα προσπαθήσουμε να αντιμετωπίσουμε την εμφάνιση σφαλμάτων κατά τη μετάδοση του περιγράμματος, προτείνοντας μια νέα μέθοδο ανακατασκευής του σχήματος (απόκρυψη σφαλμάτων). Τέλος, στο κεφάλαιο 6 θα καταγράψουμε τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την μελέτη των προβλημάτων με τα οποία ασχοληθήκαμε στην παρούσα εργασία, καθώς και προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΒΙΝΤΕΟ

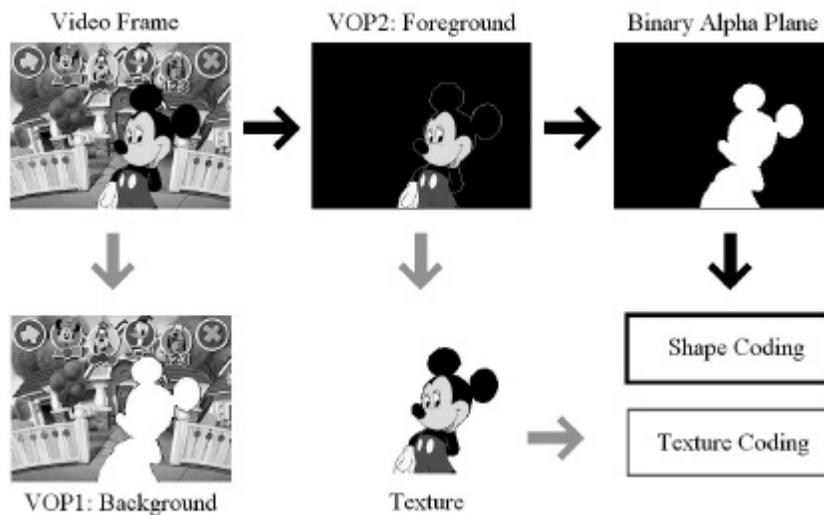
Καθοριστικό ρόλο στην αποστολή και λήψη οπτικής και ακουστικής πληροφορίας σε πραγματικό χρόνο, διαμέσου κάποιου τηλεπικοινωνιακού καναλιού, παίζει η αποδοτική κωδικοποίηση των δεδομένων μετάδοσης. Το εύρος του καναλιού μπορεί να ποικίλει και εξαρτάται από την εφαρμογή και τα μέσα μετάδοσης. Στόχος της κωδικοποίησης βίντεο είναι η μείωση του ρυθμού μετάδοσης των δεδομένων και η προσαρμογή του στις δυνατότητες του καναλιού και των μέσων μετάδοσης (scalability).

Εξαιτίας του μεγάλου εύρους των απαιτήσεων για διαφορετικούς ρυθμούς μετάδοσης, έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι. Μια κατηγορία αλγορίθμων επιτρέπει την αποδοτική κωδικοποίηση σημάτων βίντεο, χωρίς να προσπαθεί να αναλύσει το περιεχόμενο. Μια δεύτερη κατηγορία ορίζει και κωδικοποιεί περιοχές και αντικείμενα. Η πρώτη κατηγορία είναι γνωστή ως waveform-based, ενώ η δεύτερη ως content-dependent. Στην παρούσα εργασία θα ασχοληθούμε με ζητήματα κωδικοποίησης που αφορούν κωδικοποιητές αντικειμένων, δηλαδή ανήκουν στην κατηγορία των content-dependent κωδικοποιητών. Ειδικότερα, θα μελετήσουμε το πρόβλημα της κωδικοποίησης του σχήματος (shape coding) ενός αντικειμένου βίντεο και της αντιμετώπισης σφαλμάτων που μπορεί να προκύψουν κατά τη μετάδοσή του.

Το παρόν κεφάλαιο αποτελεί μια εισαγωγή στο ζήτημα της κωδικοποίησης οπτικής πληροφορίας βίντεο. Μετά από μια σύντομη συζήτηση σχετικά με τις καινοτομίες που εισάγονται από τους κωδικοποιητές αντικειμένων, θα παρουσιάσουμε τις βασικές δομές και τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται στην κωδικοποίηση βίντεο, στο πλαίσιο που καθορίζεται από το διεθνές πρότυπο MPEG-4. Στη συνέχεια θα δούμε αναλυτικότερα το θέμα της κωδικοποίησης του σχήματος ενός αντικειμένου, καθώς και της αντιμετώπισης σφαλμάτων, ζητήματα που θα προσπαθήσουμε να αντιμετωπίσουμε στα επόμενα κεφάλαια.

2.1 Κωδικοποίηση αντικειμένων βίντεο

Οι αλγόριθμοι που κωδικοποιούν αντικείμενα, ανήκουν στους αλγορίθμους κωδικοποίησης εικόνας δεύτερης γενιάς, οι οποίοι κωδικοποιούν μια εικόνα αφού πρώτα την κατατμήσουν

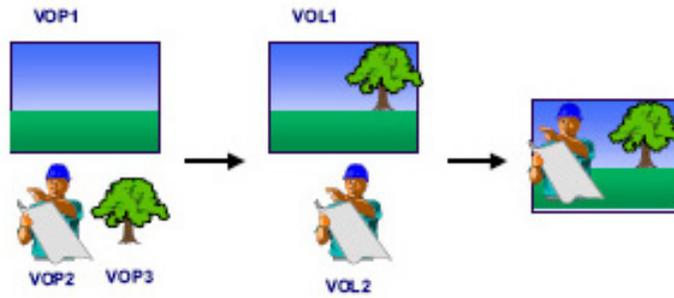


Σχήμα 2.1: Σχήμα και υφή ενός αντικειμένου.

σε περιοχές. Κάθε περιοχή περιγράφεται ξεχωριστά με παραμέτρους το σχήμα (shape) και την υφή (texture) της περιοχής. Στην περίπτωση του βίντεο, εκτός από το σχήμα και την υφή μιας περιοχής απαιτείται επιπλέον η πληροφορία κίνησης (motion). Η τριπλέτα αυτών των πληροφοριών μπορεί να περιγράψει πλήρως ένα κινούμενο αντικείμενο βίντεο (*Video Object-VO*). Το αντικείμενο αποτελεί μια δομική μονάδα που έχει σημασιολογική έννοια και είναι δυνατή η αυτόνομη προσπέλασή του. Μια εικόνα περιέχει πολλά αντικείμενα. Μεταδίδοντας πληροφορία που περιγράφει τον τρόπο σύνθεσης πολλών αντικειμένων, καθίσταται εφικτή η κατάλληλη τοποθέτηση των αντικειμένων σε μια σκηνή βίντεο, στον αποκωδικοποιητή. Ξεχωριστά πραγματοποιείται και η κωδικοποίηση των παραμέτρων που περιγράφουν τα αντικείμενα, δηλαδή του σχήματος, της υφής και της κίνησης. Τα χαρακτηριστικά αυτά μπορούν να υποστούν επεξεργασία ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, να αντιμετωπιστούν σφάλματα που έχουν προκύψει κατά τη μετάδοσή τους και να συντεθούν στο δέκτη κατάλληλα, ώστε να δώσουν ένα στιγμιότυπο του αντικειμένου. Στο Σχ. 2.1 βλέπουμε την ανάλυση μιας εικόνας σε αντικείμενα, καθώς και την ανάλυση της πληροφορίας που περιγράφει ένα αντικείμενο σε σχήμα και υφή.

Η βασική ιδέα που εισήγαγε την κωδικοποίηση αντικειμένων στην κωδικοποίηση εικόνας και βίντεο προτάθηκε το 1985, από τους M. Kunt, A. Ikonomopoulos, M. Kocher [12]. Πρόκειται για την πρώτη τεχνική κωδικοποίησης εικόνας με βάση την κατάταξη της σε περιοχές ομογενούς υφής (texture). Κάθε περιοχή κωδικοποιείται ξεχωριστά με παραμέτρους το περίγραμμα και την τιμή της φωτεινότητας που την χαρακτηρίζει. Ο έλεγχος του κόστους κωδικοποίησης επιτυγχάνεται με έλεγχο του πλήθους των τμημάτων κατάταξης. Η πρόταση για κωδικοποίηση του σχήματος του αντικειμένου βασίζεται στην παρατήρηση ότι το σχήμα μιας περιοχής είναι περισσότερο σημαντικό στην αντίληψη της εικόνας, ενώ η φωτεινότητα (luminance) παίζει λιγότερο σημαντικό ρόλο.

Το 1989, ο OBASC (Object-Based Analysis-Synthesis Coder, [18]), χωρίζει μια ακολουθία εικόνων σε κινούμενα αντικείμενα, που κωδικοποιούνται ανεξάρτητα. Για να οριστεί



Σχήμα 2.2: Ανάλυση εικόνας σε επίπεδα.

ένα αντικείμενο χρησιμοποιείται ως κριτήριο η κίνηση. Το αντικείμενο περιγράφεται από την κίνηση, το σχήμα και τις τιμές χρώματος, οι οποίες αφορούν φωτεινότητα και χρωματική κατανομή (chrominance).

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, στο διεθνές πρότυπο MPEG-4 δεν αντιμετωπίζεται το πρόβλημα της ανάλυσης της εικόνας [31]. Θεωρείται ότι λαμβάνονται ως είσοδος στον κωδικοποιητή αντικείμενα βίντεο και ορίζεται μόνο ο τρόπος σύνθεσής τους στον αποκωδικοποιητή. Η αυτόματη κατάτμηση μιας εικόνας είναι δυνατόν να υλοποιηθεί σε ελεγχόμενα περιβάλλοντα. Για παράδειγμα, σε τηλεοπτικές εφαρμογές χρησιμοποιούνται τεχνικές που βασίζονται κυρίως στο χρώμα (chroma keying techniques), που παρέχουν ένα αξιόπιστο αποτέλεσμα όταν τα αντικείμενα βρίσκονται σε ομοιόμορφο φόντο. Επειδή η ανάλυση της εικόνας είναι μια σημαντική παράμετρος επιτυχίας και εξέλιξης του MPEG-4, η ανάπτυξη τέτοιων εργαλείων είναι ένα ανοιχτό ερευνητικό θέμα στο οποίο αναμένεται ιδιαίτερη πρόοδος στο άμεσο μέλλον.

Η κωδικοποίηση της πληροφορίας βίντεο και η ποιότητα της τελικής εικόνας βελτιώνεται χρησιμοποιώντας κωδικοποιητές αντικειμένων. Ένα αντικείμενο μπορεί να υποστεί ειδική μεταχείριση κατά την κωδικοποίηση ανάλογα με τη σημασία που κατέχει στη δημιουργία μιας σκηνής βίντεο. Μπορεί κανείς να πετύχει καλύτερη ποιότητα αναπαράστασης ή μεγαλύτερη προστασία από σφάλματα, σε σύγκριση με άλλα αντικείμενα, χρησιμοποιώντας κατάλληλους αλγόριθμους ή αλλάζοντας τις παραμέτρους κωδικοποίησης. Οι βελτιώσεις αυτές είναι δυνατόν να πραγματοποιηθούν με το ίδιο συνολικό κόστος (πλήθος bits) κωδικοποίησης. Αυτό επιτυγχάνεται διαφοροποιώντας τη δέσμευση του πλήθους των bits (bit allocation) για την περιγραφή κάθε αντικειμένου ή για την περιγραφή συγκεκριμένων χαρακτηριστικών, ανάλογα με τον ρόλο τους στην ποιότητα της εικόνας (π.χ. δέσμευση περισσότερων bits για κωδικοποίηση του σχήματος σε σχέση με την κωδικοποίηση της υφής). Μπορεί δηλαδή πιο εύκολα να εφαρμοστεί ένα σύστημα κατανομής του κόστους κωδικοποίησης προσαρμοσμένο στον τρόπο αντίληψης της οπτικής πληροφορίας από τον άνθρωπο.

2.2 Κωδικοποίηση βίντεο στο διεθνές πρότυπο MPEG-4

2.2.1 Βασικές συντακτικές δομές

Οι συντακτικές δομές που θα αναφερθούν σε αυτή την ενότητα αφορούν τη δυνατότητα του MPEG-4 να παρέχει λειτουργίες για την αυτόνομη προσπέλαση ενός αντικειμένου βίντεο σε μια ακολουθία εικόνων. Ειδικότερα, δίνεται η δυνατότητα προσπέλασης ενός χρονικού στιγμιότυπου ενός αντικειμένου που περιλαμβάνεται σε μια εικόνα.

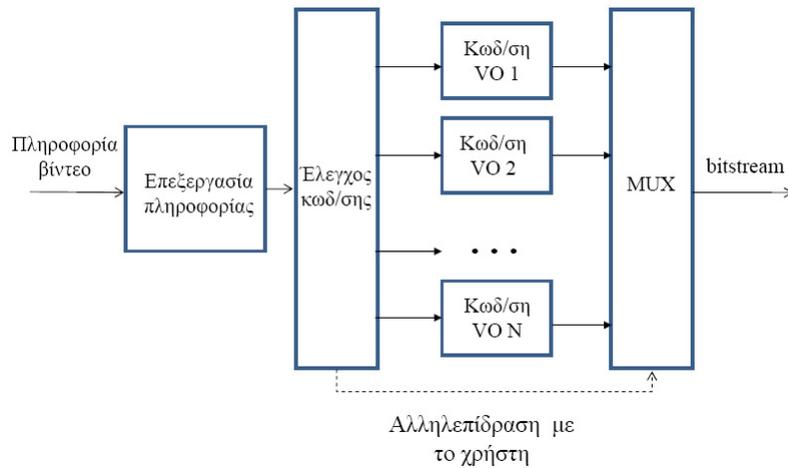
Ένα αντικείμενο έχει τρεις διαστάσεις: τις δύο διαστάσεις του επιπέδου και τον χρόνο. Το αντικείμενο μπορεί να αποτελείται από πολλά επίπεδα *Video Object Layers (VOL)*. Κάθε VOL έχει επίσης τρεις διαστάσεις και αναπαριστά διαφορετικά επίπεδα ενός προσαρμοζόμενου bitsream ή διαφορετικά τμήματα ενός αντικειμένου. Χρησιμοποιείται επομένως για την επίτευξη χρονικής και χωρικής κλιμάκωσης (scalability). Ένα στιγμιότυπο ενός επιπέδου του αντικειμένου, σε μια ορισμένη χρονική στιγμή, αποκαλείται *Video Object Plane (VOP)*. Ένα VOP αποτελεί ένα πλαίσιο γύρω από το στιγμιότυπο του αντικειμένου, που μπορεί να είναι ορθογώνιο ή να έχει οποιοδήποτε σχήμα και περιέχει το στιγμιότυπο. Περιγράφεται πλήρως από τις διακυμάνσεις της υψής και το σχήμα του. Διαδοχικά επίπεδα VOP μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ομάδα, αποτελώντας ένα *Group Of Video Object Planes (GVOP)*. Μια *συνεδρία βίντεο (video session)* είναι η υψηλότερη συντακτική δομή και μπορεί να αποτελείται από αρκετά αντικείμενα βίντεο (VOs) [31].

Στο Σχ. 2.2 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα ανάλυσης ενός αντικειμένου βίντεο (VO) σε δύο επίπεδα (VOL). Το επίπεδο VOL1 αποτελείται από το δένδρο και το φόντο. Το επίπεδο VOL2 περιλαμβάνει τον άνθρωπο. Το επίπεδο VOL1 αναλύεται σε δύο ξεχωριστά επίπεδα στιγμιότυπων VOP1 και VOP3. Έτσι το VOL1 μπορεί να προσαρμοστεί ανάλογα με τις δυνατότητες μιας εφαρμογής, με την έννοια ότι ο αποκωδικοποιητής μπορεί να επιλέξει να αποκωδικοποιήσει ένα VOP του επιπέδου VOL1 λόγω περιορισμένων πόρων. Το VOL2 έχει μόνο ένα επίπεδο στιγμιότυπου, το VOP2. Το VOP2 μπορεί να παρασταθεί με ένα χρονικό ή με ένα χωρικό bitsream. Έτσι ο αποκωδικοποιητής μπορεί να αποφασίσει ποιο επίπεδο θα χρησιμοποιηθεί για την αναπαράσταση του VOL2. Το συγκεκριμένο παράδειγμα θα μπορούσε να αναλυθεί με τρία αντικείμενα VO1, VO2, VO3 που θα αναπαριστούν τον άνθρωπο, το δένδρο και το φόντο, χρησιμοποιώντας ένα επίπεδο VOL για το καθένα.

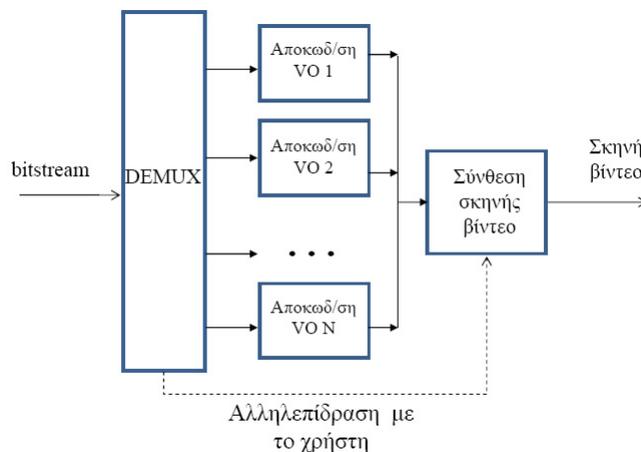
2.2.2 Κωδικοποίηση

Στο Σχ. 2.3 παρουσιάζεται η γενική δομή ενός κωδικοποιητή με βάση το πρότυπο MPEG-4. Βασικό χαρακτηριστικό αυτής της δομής είναι ότι κάθε αντικείμενο κωδικοποιείται ξεχωριστά. Μπορούν δηλαδή να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά εργαλεία και αλγόριθμοι σύμφωνα με τα χαρακτηριστικά του αντικειμένου.

Στο Σχ. 2.4 παρουσιάζεται η γενική δομή ενός αποκωδικοποιητή. Στον αποκωδικοποιητή κάθε αντικείμενο αποκωδικοποιείται ξεχωριστά και η σχηνή συντίθεται με βάση την πληροφορία σύνθεσης, η οποία επίσης μεταδίδεται ξεχωριστά. Σε κάποιες εφαρμογές είναι δυνατή η αλληλεπίδραση με το χρήστη, δηλαδή επιτρέπεται στο χρήστη να επιλέξει τα αντικείμενα που θα αποκωδικοποιήσει και να επέμβει στον τρόπο σύνθεσής τους.



Σχήμα 2.3: Δομή κωδικοποιητή βίντεο με βάση το πρότυπο MPEG-4.

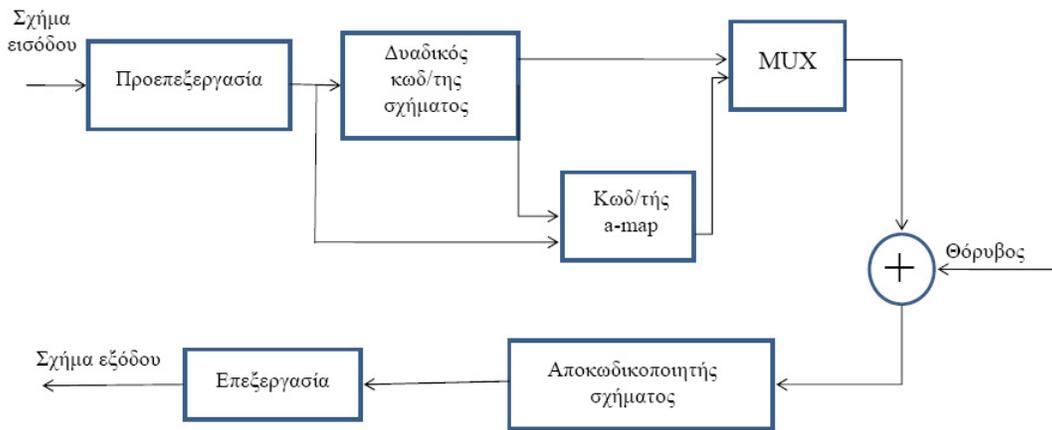


Σχήμα 2.4: Δομή αποκωδικοποιητή βίντεο με βάση το πρότυπο MPEG-4.

Η κωδικοποίηση σχήματος, υψής και κίνησης γίνεται σε επίπεδο VOP. Τα VOPs χωρίζονται σε ομάδες ορθογωνίων πλαισίων που αποτελούνται από 16×16 εικονοστοιχεία, τα λεγόμενα macroblocks (MBs). Η πληροφορία της υψής και της κίνησης κωδικοποιείται με τρόπο παρόμοιο με τα προηγούμενα πρότυπα. Η κωδικοποίηση του σχήματος θα συζητηθεί αναλυτικά στην επόμενη ενότητα.

2.3 Κωδικοποίηση σχήματος

Η κωδικοποίηση αντικειμένων οποιουδήποτε σχήματος αποτελεί τη βασική καινοτομία του MPEG-4, η οποία καθίσταται εφικτή με την κωδικοποίηση και μετάδοση της πληροφορίας του σχήματος ενός αντικειμένου. Η κωδικοποίηση σχήματος (shape coding) μπορεί να περιλαμβάνει την αναπαράσταση του σχήματος ενός αντικειμένου είτε με βάση τα εικονο-



Σχήμα 2.5: Κωδικοποίηση σχήματος.

στοιχεία που ανήκουν στο αντικείμενο είτε με βάση το περίγραμμα του σχήματος. Πρέπει, ωστόσο, να σημειώσουμε ότι η κωδικοποίηση σχήματος δεν είναι απαραίτητο να γίνει χωριστά από την κωδικοποίηση υφής του αντικειμένου, αφού τα δύο αυτά χαρακτηριστικά σχετίζονται μεταξύ τους.

Υπάρχουν τρεις κατηγορίες κωδικοποιητών. Οι bitmap-based κωδικοποιητές κωδικοποιούν κάθε εικονοστοιχείο, είτε ανήκει στο αντικείμενο είτε όχι. Οι contour-based κωδικοποιητές κωδικοποιούν το περίγραμμα του σχήματος αντικειμένου. Για να ληφθεί το bitmap του αντικειμένου πρέπει να γεμίσουμε το περίγραμμα με κατάλληλη τιμή ετικέτας (bitmap label). Οι έμμεσοι κωδικοποιητές σχήματος (implicit shape coders) χρησιμοποιούνται στην περίπτωση που η πληροφορία σχήματος μεταδίδεται μαζί με την πληροφορία υφής.

Στο Σχ. 2.5 παρουσιάζεται η διαδικασία κωδικοποίησης/αποκωδικοποίησης σχήματος. Το στάδιο της προεπεξεργασίας περιλαμβάνει αφαίρεση του θορύβου και απλοποίηση του σχήματος με σκοπό τη βελτίωση της κωδικοποίησης. Στη συνέχεια πραγματοποιείται η κωδικοποίηση του απλοποιημένου σχήματος. Τα κωδικοποιημένα δεδομένα πολυπλέκονται στη συνέχεια με την πληροφορία σύνθεσης και μεταδίδονται στον αποκωδικοποιητή. Μετά την αποκωδικοποίηση των δεδομένων είναι δυνατή η επεξεργασία τους με σκοπό για παράδειγμα την αντιμετώπιση σφαλμάτων. Τα αντικείμενα μπορούν στη συνέχεια να συντεθούν σε μια σκηνή βίντεο.

Στις επόμενες παραγράφους θα περιγράψουμε τον τρόπο με τον οποίο επιτυγχάνεται η κωδικοποίηση του σχήματος στο πλαίσιο που καθορίζει το MPEG-4. Θα δούμε την έννοια της δυαδικής κωδικοποίησης, θα ορίσουμε κριτήρια απόδοσης της κωδικοποίησης και ποιότητας του κωδικοποιημένου σχήματος. Τέλος, θα αναφερθούμε στο ζήτημα αντιμετώπισης σφαλμάτων που μπορεί να προκύψουν κατά τη μετάδοση.

2.3.1 Δυαδική και greyscale κωδικοποίηση σχήματος

Η πληροφορία του σχήματος μεταδίδεται με την αποστολή ενός VOP του αντικειμένου. Το VOP περικλείεται συνήθως σε ένα ορθογώνιο πλαίσιο (bounding box), το οποίο ελαχιστοποιεί το πλήθος των MBs που πρέπει να κωδικοποιηθούν (Σχ. 2.6).

Ένα σχήμα περιγράφεται με έναν χάρτη α -map. Πρόκειται για έναν πίνακα M_k , που αντιστοιχεί σε ένα VOP, κάθε στοιχείο του οποίου περιέχει πληροφορία για το αντίστοιχο εικονοστοιχείο του VOP. Ο πίνακας M_k είναι μεγέθους $X \cdot Y$, όπου X και Y είναι το μήκος και το ύψος του VOP,

$$M_k = \{m_k(x, y) \mid 0 \leq x \leq X, 0 \leq y \leq Y\}, \quad 0 \leq m_k \leq 255. \quad (2.1)$$

Ένας χάρτης α -map αναπαριστά τα εικονοστοιχεία που ανήκουν σε ένα αντικείμενο. Εάν $m_k(x, y) > 0$, τότε το εικονοστοιχείο (x, y) ανήκει στο VO, διαφορετικά, αν $m_k(x, y) = 0$, το εικονοστοιχείο (x, y) δεν ανήκει στο VO. Η ανάλυση ενός α -map είναι η ίδια με την ανάλυση της φωτεινότητας της εικόνας. Κάθε περιοχή του χάρτη που αντιστοιχεί σε ένα MB αναφέρεται ως binary alpha block (BAB). Για κάθε MB κωδικοποιούνται οι α -τιμές που εξαρτώνται από το περιεχόμενο που έχει υπολογιστεί για κάθε εικονοστοιχείο.

Δυαδική κωδικοποίηση σχήματος

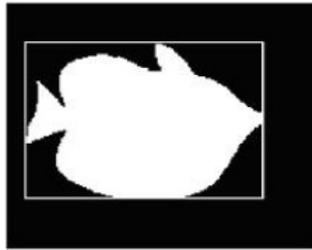
Στη δυαδική κωδικοποίηση σχήματος (binary shape coding) διακρίνονται τρεις τύποι MBs:

- Τα διαφανή (transparent) MBs τα οποία δεν περιέχουν κάποια πληροφορία.
- Τα MBs που ανήκουν πλήρως στο αντικείμενο (opaque).
- Τα MBs που βρίσκονται στο σύνορο του αντικειμένου (boundary). Περιέχουν εικονοστοιχεία που ανήκουν στο αντικείμενο και εικονοστοιχεία που ανήκουν στο φόντο.

Σε δυαδικά σχήματα (binary shapes), για τα εικονοστοιχεία που ανήκουν στο φόντο ισχύει $m_k(x, y) = 0$ και για τα εικονοστοιχεία που ανήκουν στο αντικείμενο $m_k(x, y) = 255$. Στο Σχ. 2.6 βλέπουμε την απεικόνιση του σχήματος ενός αντικειμένου με τη βοήθεια ενός χάρτη α -map. Το περίγραμμα του σχήματος ορίζεται ως το σύνολο των εικονοστοιχείων που ανήκουν στο φόντο και έχουν έναν τουλάχιστο 4-connect γείτονα (δηλαδή εικονοστοιχεία πάνω, κάτω, αριστερά και δεξιά) που ανήκει στο αντικείμενο (η τιμή του αντίστοιχου στοιχείου στον α -map είναι 1) [15].

Greyscale κωδικοποίηση σχήματος

Επειδή η δυαδική κωδικοποίηση σχήματος μπορεί να περιγράψει περιοχές απολύτως ορατές ή απολύτως άορατες, κάτι που δεν συμβαίνει σε φυσικές εικόνες, ορίζεται η κωδικοποίηση greyscale (greyscale shape coding). Υποθέτουμε λοιπόν, ότι κάποια εικονοστοιχεία που ανήκουν στο αντικείμενο μπορεί να είναι ημιορατά ή αλλιώς να έχουν ένα ενδιάμεσο επίπεδο διαφάνειας (transparency). Η κωδικοποίησή τους γίνεται με τρόπο παρόμοιο με την κωδικοποίηση υφής με 8×8 DCT, χρησιμοποιώντας 8 bits ανά εικονοστοιχείο.



Σχήμα 2.6: α -επίπεδο και περίγραμμα ενός VOP.

Οι greyscale α -maps αναπαριστούν τη διαφάνεια ενός εικονοστοιχείου. Για αδιαφανές αντικείμενο (opaque object) οι αντίστοιχες α -τιμές (α -values) είναι 255. Για διαφανές αντικείμενο κυμαίνονται μεταξύ 1 και 255.

Σχεδόν παντού στη βιβλιογραφία που αφορά την κωδικοποίηση του σχήματος ενός αντικειμένου βίντεο χρησιμοποιείται δυαδική κωδικοποίηση.

2.3.2 Κωδικοποίηση συνόρου

Στην παρούσα εργασία, για να περιγράψουμε το σχήμα ενός αντικειμένου θα χρησιμοποιήσουμε το περίγραμμα του σχήματος. Στο εξής θα αναφερόμαστε στο περίγραμμα του σχήματος του αντικειμένου με τον όρο σύνоро (boundary). Το πλήθος γειτονικών εικονοστοιχείων που το αποτελούν θα ονομάζονται σημεία του συνόρου (boundary points). Θα αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της κωδικοποίησης του σχήματος ανεξάρτητα από την κωδικοποίηση της υφής, δηλαδή ως ένα πρόβλημα κωδικοποίησης μιας επίπεδης καμπύλης (curve coding).

Βασικό κριτήριο της κωδικοποίησης αποτελεί η μείωση του κόστους κωδικοποίησης, δηλαδή η αύξηση της απόδοσης. Θα πρέπει επομένως να συνδυάσει κανείς μια περιγραφή του συνόρου που θα ελαχιστοποιεί το μέγεθος της πληροφορίας που πρέπει να κωδικοποιηθεί, με την εφαρμογή κατάλληλου σχήματος κωδικοποίησης. Σημαντικό ρόλο σε αυτή την κατεύθυνση παίζει η αναπαράσταση του συνόρου με καμπύλη που είναι απλή στην περιγραφή της και προσεγγίζει το σύνоро με ακρίβεια.

2.3.3 Αξιολόγηση της ποιότητας του κωδικοποιημένου σχήματος

Όπως προαναφέρθηκε, η κωδικοποίηση του σχήματος ενός αντικειμένου οδηγεί σε μια καμπύλη που προσεγγίζει το σύνоро του σχήματος. Η προσέγγιση αυτή εισάγει πάντοτε κάποια παραμόρφωση (distortion). Στο MPEG-4 χρησιμοποιούνται δύο κριτήρια μέτρησης της ποιότητας του κωδικοποιημένου σχήματος. Το πρώτο είναι η μέγιστη τιμή των ελάχιστων Ευκλείδειων αποστάσεων d_{\max}^* μεταξύ των σημείων του αρχικού συνόρου και της καμπύλης που το προσεγγίζει. Το δεύτερο κριτήριο είναι ο λόγος d_n μεταξύ του πλήθους των εικονοστοιχείων που εσφαλμένα ανατέθηκαν στο σχήμα του αντικειμένου προς το πλήθος των εικονοστοιχείων που πραγματικά ανήκουν στο αντικείμενο.

2.3.4 Απόδοση της κωδικοποίησης και έλεγχος της παραμόρφωσης

Η απόδοση ενός σχήματος κωδικοποίησης αναφέρεται στους πόρους που απαιτούνται για τη μετάδοση των δεδομένων κωδικοποίησης. Μπορεί να μετρηθεί είτε με το απόλυτο κόστος κωδικοποίησης σε bits (bit-rate) είτε με το σχετικό μέτρο $e = R/N_B$ σε bits ανά σημείο του συνόρου που κωδικοποιείται (bits per boundary point-bbp), όπου R είναι το συνολικό κόστος κωδικοποίησης του συνόρου και N_B το πλήθος των σημείων του συνόρου.

Η μείωση του κόστους κωδικοποίησης θα ήταν λάθος να αντιμετωπιστεί ανεξάρτητα από την ποιότητα του κωδικοποιημένου σχήματος. Η απλοποίηση του συνόρου, ώστε να μειωθεί η πληροφορία που πρέπει να κωδικοποιηθεί, συνεπάγεται αύξηση της παραμόρφωσης, δηλαδή κακή ποιότητα του κωδικοποιημένου σχήματος. Αντίστροφα, μείωση της παραμόρφωσης συνεπάγεται αύξηση του απαιτούμενου πλήθους των bits κωδικοποίησης. Οι αλγόριθμοι κωδικοποίησης πρέπει να αντιμετωπίσουν την εγγενή σύγκρουση που υπάρχει μεταξύ της μείωσης του κόστους της κωδικοποίησης και της μείωσης παραμόρφωσης. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται ως έλεγχος κόστους–παραμόρφωσης (rate–distortion control).

2.3.5 Απόκρυψη σφαλμάτων

Όταν αναφερόμαστε σε απόκρυψη σφαλμάτων εννοούμε την αντιμετώπιση της απώλειας κάποιου πακέτου μετάδοσης της πληροφορίας σχήματος, που έχει ως αποτέλεσμα την απώλεια τμήματος του σχήματος του αντικειμένου. Πρόκειται για μια επεξεργασία του κωδικοποιημένου σχήματος που πραγματοποιείται στον δέκτη και έχει ως στόχο να ελαχιστοποιήσει τις συνέπειες της απώλειας στο χρήστη, αντικαθιστώντας το απολεσθέν τμήμα με δεδομένα που προσπαθούν να προσεγγίσουν την άγνωστη πληροφορία.

Οι τεχνικές απόκρυψης σφαλμάτων του σχήματος (shape error concealment) διαφοροποιούνται ανάλογα με το αν χρησιμοποιούν δεδομένα από προηγούμενα πλαίσια μετάδοσης ή εάν χρησιμοποιούν πληροφορία που παρέχεται στο τρέχον πλαίσιο. Στην πρώτη περίπτωση αναφερόμαστε σε χρονική απόκρυψη (temporal concealment), ενώ στη δεύτερη σε χωρική απόκρυψη (spatial concealment).

Στη χρονική απόκρυψη τα εσφαλμένα δεδομένα αντικαθίστανται από δεδομένα που αντιγράφονται από προηγούμενα πλαίσια. Οι τεχνικές αυτές είναι επιτυχείς όταν το σχήμα του αντικειμένου δεν αλλάζει σημαντικά με το χρόνο.

Στη χωρική απόκρυψη έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές. Μια ιδέα αναφέρεται στην αντιγραφή πληροφορίας από γειτονικές στο απολεσθέν τμήμα περιοχές. Μια άλλη ιδέα είναι η κατασκευή καμπύλης απόκρυψης του σφάλματος, με επεξεργασία της πληροφορίας που παρέχουν τα γειτονικά προς το απολεσθέν τμήματα του συνόρου. Για την κατασκευή της καμπύλης έχουν προταθεί κυβικά πολυώνυμα και καμπύλες Bezier. Περισσότερα για αυτές τις τεχνικές που αποτελούν και το κύριο μέρος αυτής της εργασίας θα δούμε στο κεφάλαιο 5.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ ΜΕ SPLINES

Η αναπαράσταση γεωμετρικής πληροφορίας και η σχεδίαση γεωμετρικών αντικειμένων με χρήση υπολογιστών αποτελούν προβλήματα στα οποία καμπύλες που αποτελούνται από ένα πολυώνυμο ή λόγο πολυωνύμων, δεν επιτυγχάνουν να δώσουν ικανοποιητικές λύσεις. Η προσέγγιση ελεύθερων μορφών πραγματικών αντικειμένων είναι ακόμη δυσκολότερο να επιτευχθεί με καμπύλες αυτού του τύπου. Σε αυτή την κατηγορία ανήκει και το πρόβλημα περιγραφής ενός διατεταγμένου συνόλου σημείων, που αποτελούν το περίγραμμα ή σύνορο ενός αντικειμένου βίντεο. Οι βασικοί λόγοι που ένα πολυώνυμο δεν μπορεί να ανταποκριθεί ικανοποιητικά σε προβλήματα αυτού του είδους είναι οι εξής:

1. Για να ικανοποιήσουμε ένα μεγάλο πλήθος περιορισμών θα πρέπει το πολυώνυμο που θα χρησιμοποιήσουμε να είναι μεγάλου βαθμού. Για παράδειγμα για να παρεμβάλουμε n σημεία με ένα πολυώνυμο, πρέπει ο βαθμός του πολυωνύμου που θα χρησιμοποιήσουμε να είναι ίσος με $n - 1$. Η χρησιμοποίηση πολυωνύμων μεγάλου βαθμού συνεπάγεται αστάθεια στους αριθμητικούς υπολογισμούς.
2. Η προσέγγιση σύνθετων σχημάτων με μεγάλη ακρίβεια είναι αδύνατη με τη χρήση μιας μόνο πολυωνυμικής συνάρτησης.

Οι παραπάνω λόγοι έχουν οδηγήσει στη χρησιμοποίηση καμπυλών που είναι τμηματικά πολυωνυμικές, τις λεγόμενες splines.

Η δυνατότητα αναπαράστασης οπτικής πληροφορίας που σχετίζεται με τη μορφή των αντικειμένων βίντεο (video objects) καθιστά τις splines χρήσιμες σε τεχνικές επεξεργασίας βίντεο. Η αναπαράσταση παρέχει μαθηματικό μοντέλο και εύκολη γεωμετρική ερμηνεία [19]. Στη μετάδοση βίντεο, οι splines έχουν χρησιμοποιηθεί τόσο στην κωδικοποίηση [15] όσο και στην ανακατασκευή τμήματος του συνόρου ενός αντικειμένου, σε περίπτωση ανεπιτυχούς μετάδοσης [4], [23], [27].

Στην παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε τις splines για την κωδικοποίηση του συνόρου ενός αντικειμένου σύμφωνα με τη μέθοδο που προτάθηκε στο [15]. Επίσης θα προσπαθήσουμε να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της απώλειας ενός τμήματος του συνόρου ενός αντικειμένου κατά τη μετάδοση, κατασκευάζοντας spline που θα αντικαταστήσει το

απολεσθέν τμήμα και θα συνδέεται ομαλά με το τμήμα του συνόρου που έχει μεταδοθεί σωστά.

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε το μαθηματικό υπόβαθρο που απαιτείται για την κατανόηση και την επίλυση των παραπάνω προβλημάτων. Θα αναφερθούμε στις τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες και ειδικότερα σε καμπύλες που παράγονται από συναρτήσεις βάσης B-splines. Χρησιμοποιώντας B-splines θα παρουσιάσουμε τον τρόπο κατασκευής μιας καμπύλης προσέγγισης ενός συνόλου σημείων. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε σε μια άλλη κατηγορία συναρτήσεων βάσης, τις T-splines, οι οποίες θα φανούν ιδιαίτερα χρήσιμες στην προσέγγιση ενός ταξινομημένου συνόλου σημείων που εμφανίζει μονοτονία.

3.1 Παράσταση τμηματικά πολυωνυμικών καμπυλών

Για την παράσταση μιας τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης θα χρησιμοποιήσουμε τμηματικά πολυωνυμικές συναρτήσεις βάσης. Ο συγκεκριμένος τρόπος παράστασης εμφανίζει, όπως θα δούμε στη συνέχεια, πολλά πλεονεκτήματα.

Έστω C μια τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη,

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot f_i(u), \quad u \in [0, 1], \quad (3.1)$$

όπου f_i τμηματικά πολυωνυμικές συναρτήσεις, που αποτελούν βάση του διανυσματικού χώρου όλων των πολυωνυμικών συναρτήσεων, επιθυμητού βαθμού και ομαλότητας, και P_i οι συντελεστές των πολυωνυμικών συναρτήσεων βάσης, τα λεγόμενα σημεία ελέγχου (control points). Σημειώνουμε ότι το διάστημα παραμέτρησης των καμπυλών που θα χρησιμοποιήσουμε στο εξής θα είναι το $[0, 1]$, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.

Στο Σχ. 3.1 παρουσιάζεται μια τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη δευτέρου βαθμού. Η καμπύλη αποτελείται από τρία τμήματα, C_0, C_1 και C_2 . Τα σημεία ένωσης των τμημάτων της καμπύλης v_0, v_1, v_2, v_3 λέγονται κόμβοι (breakpoints). Τα τμήματα της καμπύλης κατασκευάζονται ώστε στα σημεία ένωσής τους να υπάρχει κάποιος βαθμός ομαλότητας, όχι απαραίτητα ο ίδιος σε κάθε κόμβο. Λέμε ότι η καμπύλη C είναι ομαλότητας C^k στο σημείο u_i , αν

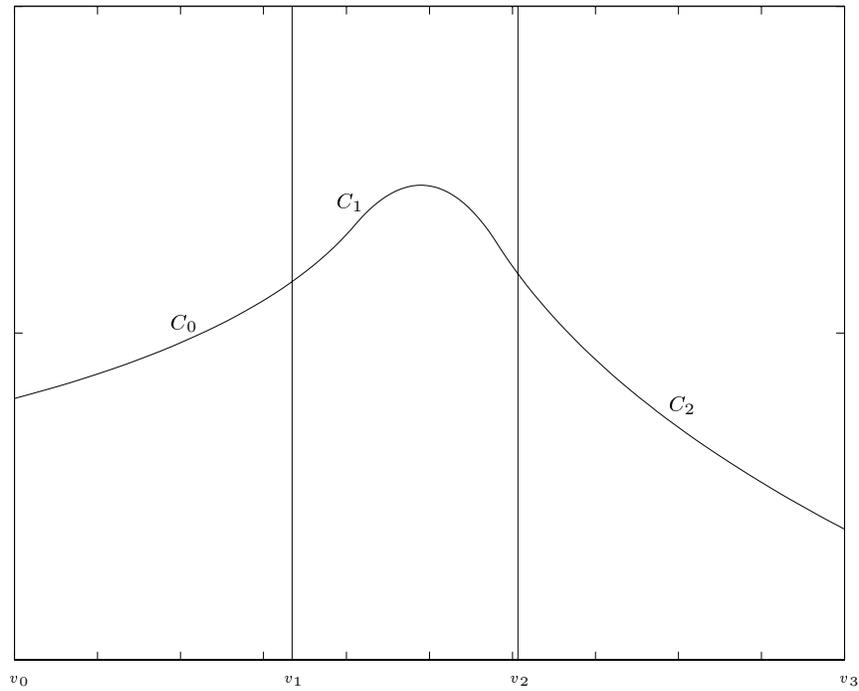
$$C_i^{(j)}(u_i) = C_{i+1}^{(j)}(u_i), \quad 0 \leq j \leq k,$$

όπου $C^{(j)}$ η j -οστή παράγωγος της καμπύλης C . Ο βαθμός ομαλότητας της spline καθορίζεται από την ομαλότητα των συναρτήσεων βάσης. Τα σημεία ελέγχου μιας καμπύλης μπορούν να μετακινηθούν, χωρίς να επηρεαστεί η ομαλότητα της καμπύλης.

Ειδικές κατηγορίες splines

Στη συνέχεια αναφέρονται μερικές από τις πιο γνωστές splines, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν σε προσεγγίσεις και πειράματα που θα δούμε σε επόμενα κεφάλαια.

- B-splines. Από τις πιο δημοφιλείς splines είναι οι καμπύλες που παράγονται με τη βοήθεια συναρτήσεων βάσης B-splines. Η μορφή μιας καμπύλης αυτού του τύπου



Σχήμα 3.1: Τετραγωνική τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη.

μπορεί εύκολα να γίνει αντιληπτή μέσω της παράστασής της με σημεία ελέγχου. Οι B-splines παρουσιάζουν ευστάθεια και αποδοτικότητα στους υπολογισμούς.

- Bezier splines. Οι καμπύλες Bezier αποτελούν ειδική περίπτωση των B-splines. Εάν ως συναρτήσεις βάσης χρησιμοποιηθούν πολυώνυμα Bernstein, τότε η spline ονομάζεται Bezier.
- T-splines. Οι τραπεζοειδείς συναρτήσεις βάσης ή αλλιώς T-splines προκύπτουν από τις συναρτήσεις βάσης B-splines. Μια ιδιαίτερα σημαντική ιδιότητα αυτών των συναρτήσεων είναι ότι αν χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα προσέγγισης, μπορούν να παράγουν καμπύλες που διατηρούν τη μονοτονία των σημείων που επιχειρούμε να προσεγγίσουμε. Το αποτέλεσμα αυτό επιτυγχάνεται με εφαρμογή απλών περιορισμών στους συντελεστές των συναρτήσεων βάσης T-splines και αποδεικνύεται ιδιαίτερα χρήσιμο στην περίπτωση προσέγγισης συνόρου αντικειμένου, όπως θα δούμε σε επόμενο κεφάλαιο.
- Hermite splines. Πρόκειται για splines οι οποίες εμφανίζουν ομαλότητα C^1 στα σημεία ένωσης των πολυωνυμικών τμημάτων. Η ιδιότητα αυτή έχει ως αποτέλεσμα τα σημεία ένωσης να μην γίνονται αντιληπτά από το ανθρώπινο μάτι και η καμπύλη να χαρακτηρίζεται από “φυσικότητα”.

3.2 Συναρτήσεις βάσης B-splines

Έστω το διάνυσμα πραγματικών αριθμών $U = (u_0, u_1, \dots, u_m)$, με $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_m$. Τα σημεία u_i ονομάζονται κόμβοι (knots) και το διάνυσμα U με συνιστώσες τους κόμβους λέγεται διάνυσμα κόμβων (knot vector). Για τον ορισμό των συναρτήσεων βάσης B-splines θα χρησιμοποιήσουμε τον αναδρομικό τύπο

$$\begin{aligned} N_{i,0}(u) &= \begin{cases} 1, & \text{αν } u_i \leq u < u_{i+1}, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \\ N_{i,p}(u) &= \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u), \end{aligned} \quad (3.2)$$

όπου $N_{i,p}(u)$ είναι η i -στή συνάρτηση βάσης βαθμού p (τάξης $p + 1$).

Παρατηρούμε ότι:

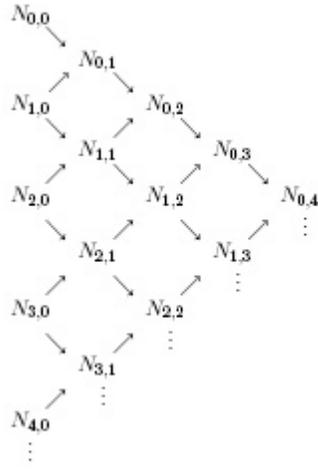
- Η $N_{i,0}(u)$ είναι βηματική συνάρτηση ίση με μηδέν παντού εκτός από το διάστημα $[u_i, u_{i+1})$.
- Για $p > 0$, η $N_{i,p}(u)$ είναι συνδυασμός δύο συναρτήσεων βάσης βαθμού $p - 1$.
- Ο υπολογισμός ενός συνόλου συναρτήσεων βάσης απαιτεί τον ορισμό ενός διανύσματος κόμβων U και του βαθμού p .
- Η $N_{i,p}(u)$ είναι τμηματικά πολυωνυμική συνάρτηση που ορίζεται σε όλο τον άξονα των πραγματικών αριθμών. Γενικά όμως ενδιαφέρει το διάστημα $[u_0, u_m]$.
- Το διάστημα $[u_i, u_{i+1})$ καλείται i -στό διάστημα κόμβων (knot span).
- Για ευκολότερο υπολογισμό των συναρτήσεων βάσης βαθμού p μπορούμε να σχηματίσουμε τον τριγωνικό πίνακα του σχήματος 3.2.

Στα σχήματα 3.3 και 3.4 παρουσιάζονται οι συναρτήσεις βάσης βαθμού μηδέν έως δύο, για δύο διαφορετικά διανύσματα κόμβων, ένα ομοιόμορφο και ένα μη ομοιόμορφο, αντίστοιχα. Ομοιόμορφο χαρακτηρίζεται το διάνυσμα κόμβων στο οποίο οι κόμβοι κατανέμονται ομοιόμορφα, διαφορετικά χαρακτηρίζεται μη ομοιόμορφο. Σε ένα μη ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων διαδοχικοί κόμβοι μπορούν έχουν την ίδια τιμή (πολλαπλότητα κόμβων). Το διάνυσμα κόμβων επηρεάζει σημαντικά τη μορφή των B-splines και της καμπύλης που παράγεται από αυτές.

Στη συνέχεια αναφέρονται μερικές σημαντικές ιδιότητες των B-splines. Υποθέτουμε ότι ο βαθμός είναι p και το διάνυσμα κόμβων είναι το $U = (u_0, u_1, \dots, u_m)$.

Ιδιότητες των συναρτήσεων βάσης B-splines

1. Η $N_{i,p}(u)$ είναι ίση με μηδέν, αν το u βρίσκεται εκτός του διαστήματος $[u_i, u_{i+p+1})$ (τοπικός φορέας).



Σχήμα 3.2: Υπολογισμός των συναρτήσεων βάσης B-splines.

2. Σε οποιοδήποτε διάστημα κόμβων $[u_i, u_{i+1})$ το πολύ $p + 1$ συναρτήσεις $N_{i,p}$ είναι μη μηδενικές και αυτές είναι οι $N_{i-p,p}, \dots, N_{i,p}$.
3. Ισχύει $N_{i,p}(u) \geq 0$ για όλα τα i, p και u .
4. Για οποιοδήποτε διάστημα κόμβων $[u_i, u_{i+1})$, ισχύει $\sum_{j=i-p}^i N_{j,p}(u) = 1$, για όλα τα $u \in [u_i, u_{i+1})$.
5. Στο εσωτερικό ενός διαστήματος κόμβων η $N_{i,p}(u)$ είναι ένα πολυώνυμο, επομένως η $N_{i,p}(u)$ είναι άπειρες φορές συνεχώς παραγωγίσιμη. Στους κόμβους η $N_{i,p}(u)$ είναι $p - k$ φορές συνεχώς παραγωγίσιμη, όπου k είναι η πολλαπλότητα του κόμβου. Επομένως αυξάνοντας το βαθμό αυξάνεται και ο βαθμός ομαλότητας, ενώ αυξάνοντας την πολλαπλότητα του κόμβου μειώνεται ο βαθμός ομαλότητας.
6. Εκτός της περίπτωσης $p = 0$, η $N_{i,p}(u)$ εμφανίζει ένα ακριβώς μέγιστο.
7. Ένα διάνυσμα κόμβων της μορφής $U = \underbrace{\{0, \dots, 0\}}_{p+1}, \underbrace{\{1, \dots, 1\}}_{p+1}$ δίνει πολυώνυμο Bernstein βαθμού p .
8. Για διάνυσμα κόμβων της μορφής $U = \underbrace{\{a, \dots, a\}}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{\{b, \dots, b\}}_{p+1}$ ισχύει η εξής ιδιότητα: Αν το πλήθος των κόμβων είναι $m + 1$, τότε στο $[a, b]$ ορίζονται $n + 1$ συναρτήσεις βάσης, όπου $n = m - p - 1$. Ισχύει $N_{0,p}(a) = 1$ και $N_{0,p}(b) = 1$. Από την ιδιότητα 4 έπεται ότι $N_{i,p}(a) = 0$, για $i \neq 0$ και $N_{i,p}(b) = 0$, για $i \neq n$.

3.3 Καμπύλες B-splines

Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις βάσης B-splines, μπορούμε να παραστήσουμε τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες, βαθμού το πολύ p , τις οποίες στο εξής θα αναφέρουμε ως καμπύλες B-splines. Μια τέτοια καμπύλη περιγράφεται από μια σχέση της μορφής

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot N_{i,p}(u), \quad a \leq u \leq b, \quad (3.3)$$

όπου P_i τα σημεία ελέγχου (control points), $N_{i,p}$ οι συναρτήσεις βάσης βαθμού p και $U = (\underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1})$ το διάνυσμα κόμβων, που αποτελείται από $m + 1$ κόμβους. Συνήθως θεωρούμε $a = 0, b = 1$.

Μερικές σημαντικές ιδιότητες των καμπυλών B-splines είναι οι εξής:

1. Αν για το πλήθος των σημείων ελέγχου και το βαθμό της καμπύλης ισχύει $n = p$ και $U = (\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1})$, τότε η (3.3) δίνει καμπύλη Bezier.
2. Αν $n + 1$ το πλήθος των σημείων ελέγχου, p ο βαθμός της καμπύλης και $m + 1$ το πλήθος των κόμβων, τότε ισχύει

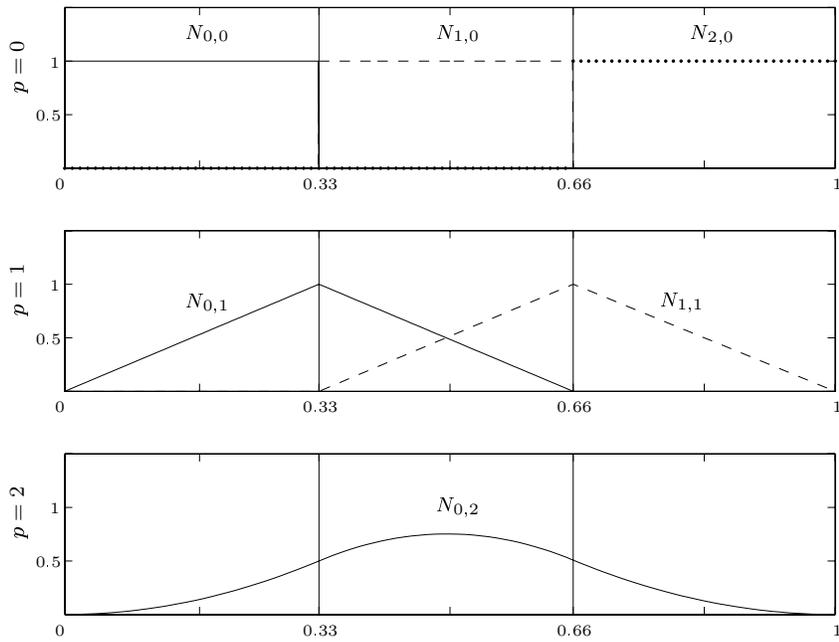
$$m = n + p + 1. \quad (3.4)$$

3. Η καμπύλη διέρχεται από το αρχικό και το τελικό σημείο ελέγχου

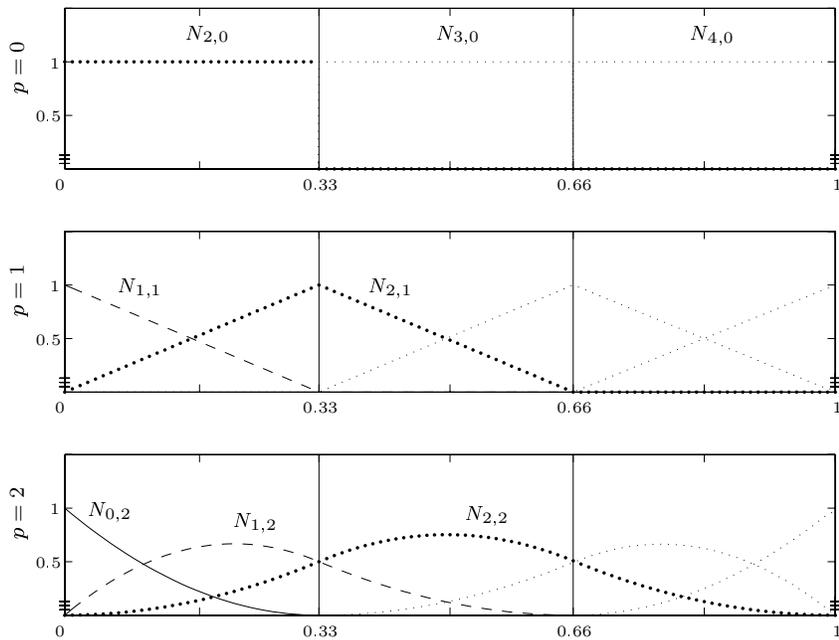
$$\begin{aligned} C(0) &= P_0 \\ C(1) &= P_n. \end{aligned} \quad (3.5)$$

4. (Strong convex hull property) Η καμπύλη περιέχεται στο κυρτό περίβλημα του πολυγώνου που σχηματίζουν τα σημεία ελέγχου (control polygon).
5. Όσο πιο μικρός είναι ο βαθμός της καμπύλης τόσο πιο κοντά ακολουθεί η B-spline το πολύγωνο που σχηματίζουν τα σημεία ελέγχου.
6. Η συνέχεια και η παραγωγισιμότητα της C έπονται από το γεγονός ότι οι συναρτήσεις βάσης είναι συνεχείς και παραγωγίσιμες. Η C είναι p φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό των διαστημάτων που ορίζουν οι κόμβοι και $p - k$ φορές συνεχώς παραγωγίσιμη σε έναν κόμβο πολλαπλότητας k .

Σύμφωνα με την ιδιότητα 2 των συναρτήσεων βάσης, σε κάποιο διάστημα κόμβων $[u_i, u_{i+1})$ το πολύ $p + 1$ συναρτήσεις βάσης είναι μη μηδενικές. Σύμφωνα με τη σχέση (3.3) το σχήμα της καμπύλης σε εκείνο το διάστημα επηρεάζεται από περιορισμένο πλήθος σημείων ελέγχου. Ένα ορισμένο σημείο ελέγχου επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης σε $p + 1$ διαστήματα κόμβων. Γενικά το πλήθος των σημείων ελέγχου που επηρεάζουν τη μορφή ενός τμήματος της καμπύλης εξαρτάται από το βαθμό της καμπύλης και τη μορφή του διανύσματος των κόμβων.



Σχήμα 3.3: Συναρτήσεις βάσης B-splines για ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων $U = (0, 0.33, 0.66, 1)$.



Σχήμα 3.4: Συναρτήσεις βάσης B-splines για μη ομοιόμορφο διάνυσμα κόμβων $U = (0, 0, 0, 0.33, 0.66, 1, 1, 1)$.

3.4 Κλειστές περιοδικές καμπύλες B-splines

Όταν η spline είναι κλειστή και οι κόμβοι κατανέμονται ομοιόμορφα, τότε αναφερόμαστε σε κλειστή περιοδική καμπύλη B-spline. Οι συναρτήσεις βάσης σε αυτή την περίπτωση ονομάζονται περιοδικές διότι, για δεδομένο βαθμό, έχουν όλες το ίδιο σχήμα. Η i -στή συνάρτηση βάσης προκύπτει με μετατόπιση της προηγούμενης $(i - 1)$ συνάρτησης βάσης (Σχ. 3.3). Η ιδιότητα αυτή οδηγεί σε εύκολο υπολογισμό της καμπύλης B-spline. Θα παρουσιάσουμε στη συνέχεια πιο αναλυτικά την περίπτωση των τετραγωνικών περιοδικών καμπυλών, τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο.

Τετραγωνική κλειστή περιοδική καμπύλη B-spline. Θεωρούμε παραμέτρηση στο διάστημα $[0, 1]$ και ομοιόμορφο διάλυσμα κόμβων. Υπολογίζοντας τις συναρτήσεις βάσης δευτέρου βαθμού λαμβάνουμε

$$\begin{aligned} N_{0,2}(u) &= \frac{(1-u)^2}{2}, \\ N_{1,2}(u) &= \frac{-2u^2 + 2u + 1}{2}, \\ N_{2,2}(u) &= \frac{u^2}{2}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Όπως είδαμε στην ενότητα 3.3, ένα ορισμένο σημείο ελέγχου επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης σε $p+1$ διαστήματα κόμβων, όπου p ο βαθμός της καμπύλης. Άρα για $p = 2$ κάθε σημείο ελέγχου επηρεάζει τη μορφή της καμπύλης σε τρία διαδοχικά υποδιαστήματα κόμβων. Ισοδύναμα, τρία σημεία ελέγχου P_j, P_{j+1}, P_{j+2} ορίζουν ένα τμήμα μιας τετραγωνικής B-spline. Σε αυτή την περίπτωση το j -στό τμήμα της spline δίνεται από τη σχέση

$$Q_j(P_j, P_{j+1}, P_{j+2}, u) = \sum_{i=0}^2 P_{j+i} \cdot N_{i,2}(u), \quad u \in [0, 1]. \quad (3.7)$$

Αντικαθιστώντας στην (3.7) τις συναρτήσεις βάσης (3.6) και κάνοντας πράξεις οδηγούμαστε η σχέση

$$\begin{aligned} 2 \cdot Q_j(P_j, P_{j+1}, P_{j+2}, u) &= u^2(P_j - 2P_{j+1} + P_{j+2}) \\ &+ u(-2P_j + 2P_{j+1}) \\ &+ 1(P_j + P_{j+1}), \end{aligned} \quad (3.8)$$

η οποία σε μητρική μορφή γράφεται

$$\begin{aligned} Q_j(P_j, P_{j+1}, P_{j+2}, u) &= U \cdot M \cdot P \\ &= \begin{pmatrix} u^2 & u & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.5 & -1.0 & 0.5 \\ -1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_j \\ P_{j+1} \\ P_{j+2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Η καμπύλη B-spline προκύπτει από τη σχέση

$$Q(u') = \sum_{j=0}^{n-2} Q_j(P_j, P_{j+1}, P_{j+2}, u' - j), \quad \mu\epsilon \quad 0 \leq u' \leq n - 1. \quad (3.10)$$

Ανάλογες σχέσεις μπορούν να εξαχθούν και για splines μεγαλύτερου βαθμού. Για την παρεμβολή του αρχικού και τελικού σημείου (που ταυτίζονται στην περίπτωση των κλειστών καμπυλών), πρέπει στο ταξινομημένο σύνολο σημείων ελέγχου να επαναλάβουμε κάποια σημεία. Για περισσότερες λεπτομέρειες παραπέμπουμε στο [3].

3.5 Το πρόβλημα της προσέγγισης συνόλου σημείων

Τα προβλήματα που θα αντιμετωπίσουμε στα επόμενα κεφάλαια αφορούν την περιγραφή του συνόρου ενός αντικειμένου βίντεο με συνεχή καμπύλη. Το είδος της περιγραφής που θα επιλέξει κανείς εξαρτάται από το πρόβλημα που καλείται να αντιμετωπίσει. Σε αυτή την εργασία δύο είναι τα προβλήματα που θα μας απασχολήσουν: Το ζήτημα της κωδικοποίησης του συνόρου ενός αντικειμένου και το ζήτημα της απόκρυψης σφαλμάτων που προκύπτουν κατά τη μετάδοση του κωδικοποιημένου συνόρου. Σε ό,τι αφορά την κωδικοποίηση του συνόρου, οι Meier, Schuster και Katsaggelos στο [15], προτείνουν έναν αλγόριθμο υπολογισμού σημείων ελέγχου κοντά στο σύνορο, με τα οποία κατασκευάζεται μια καμπύλη προσέγγισης B-spline. Ορίζοντας μια ζώνη παραμόρφωσης γύρω από το σύνορο, ο αλγόριθμος επιτυγχάνει να διατηρήσει την καμπύλη προσέγγισης κοντά στο σύνορο. Σε ό,τι αφορά την απόκρυψη σφάλματος, χρειαζόμαστε μια προσέγγιση που περιγράφει σωστά την κατεύθυνση τμήματος του συνόρου, που βρίσκεται κοντά στο απολεσθέν τμήμα. Ορίζοντας το σύνορο ως ένα ταξινομημένο σύνολο σημείων, θα αντιμετωπίσουμε αυτό το πρόβλημα, ως πρόβλημα προσέγγισης (data fitting).

Η κατασκευή μιας καμπύλης που να διέρχεται ή έστω να προσεγγίζει ένα σύνολο σημείων (data fitting) είναι ένα γνωστό πρόβλημα, για το οποίο έχουν προταθεί διάφορες λύσεις. Γενικά, μπορεί να ζητηθεί η καμπύλη να διέρχεται από όλα τα σημεία, οπότε έχουμε ένα πρόβλημα παρεμβολής (interpolation), ή να προσεγγίζει τα σημεία με κάποια απόκλιση, οπότε έχουμε ένα πρόβλημα προσέγγισης (approximation). Στις επόμενες παραγράφους θα αναφερθούν τεχνικές προσέγγισης και ειδικότερα τεχνικές κατασκευής καμπύλης που μπορεί να παραστήσει τη γενική μορφή των δεδομένων σημείων (capture the shape of data).

3.5.1 Προσέγγιση σημείων με splines και ελάχιστα τετράγωνα

Δύο μεγάλες κατηγορίες αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων προσέγγισης είναι οι ολικοί (global) και οι τοπικοί (local) αλγόριθμοι. Οι ολικοί αλγόριθμοι συνήθως στοχεύουν στην επίλυση ενός συστήματος εξισώσεων που περιγράφουν το πρόβλημα, που μπορεί να είναι γραμμικό ή μη γραμμικό, και παράγουν μια καμπύλη που ικανοποιεί κατά προσέγγιση όλα τα δεδομένα και τους περιορισμούς. Οι τοπικοί αλγόριθμοι λαμβάνουν υπόψη τους τοπικά δεδομένα και κατασκευάζουν μια καμπύλη τμηματικά. Έχουν περισσότερο γεωμετρικό χαρακτήρα και μπορούν να αντιμετωπίσουν καλύτερα “ιδιομορφίες”. Ωστόσο, οι τοπικοί αλγόριθμοι εμφανίζουν μεγάλη δυσκολία στην επίτευξη συνέχειας στα όρια των τμημάτων της καμπύλης. Συχνά για την επίτευξη βέλτιστης ολικής ή τοπικής λύσης χρησιμοποιούνται επαναληπτικοί αλγόριθμοι, που έχουν ως στόχο την ελαχιστοποίηση κάποιου

μέτρου απόκλισης από τα δεδομένα.

Επειδή αναφερόμαστε στην περιγραφή μέρους του συνόρου ενός αντικειμένου βίντεο, η μορφή του οποίου γενικά δεν είναι απλή, θα χρησιμοποιήσουμε προσεγγίσεις που αποτελούνται από τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες. Το πρόβλημα προσέγγισης διατυπώνεται ως εξής: Δεδομένου ενός συνόλου σημείων $S = \{Q_0, Q_1, \dots, Q_r\}$, με $Q_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, \dots, r$, που περιγράφουν τμήμα του συνόρου ενός αντικειμένου, ζητείται ο προσδιορισμός τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης C , βαθμού το πολύ p , που να προσεγγίζει τα $r + 1$ σημεία με n τμηματικά πολυωνυμικές συναρτήσεις,

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot f_{i,p}(u), \quad u \in [0, 1], \quad (3.11)$$

όπου $f_{i,p}$ κατάλληλες συναρτήσεις βάσης και P_i άγνωστοι συντελεστές. Συνήθως σε τέτοιου είδους προβλήματα, το πλήθος n των πολυωνυμικών τμημάτων είναι μικρότερο από το πλήθος των δεδομένων και αποτελεί μια παράμετρο της προσέγγισης που πρέπει να προκαθοριστεί. Οι κόμβοι της προσέγγισης δεν συμπίπτουν με τα δεδομένα.

Ο βαθμός p της καμπύλης προσέγγισης μπορεί να δίνεται ή ο προσδιορισμός κατάλληλου βαθμού να αποτελεί μέρος του προβλήματος. Αν θέλουμε η καμπύλη να έχει ομαλότητα C^k , τότε θα πρέπει ο βαθμός που θα επιλέξουμε να ικανοποιεί τη σχέση

$$p \geq k + 1. \quad (3.12)$$

Στις προσεγγίσεις που θα συναντήσουμε, θα απαιτήσουμε ομαλότητα τουλάχιστον C^1 , επομένως θα χρησιμοποιήσουμε τετραγωνικές καμπύλες.

Τέλος, ένα πρόβλημα προσέγγισης προϋποθέτει τον ορισμό κάποιου μέγιστου ορίου απόκλισης της καμπύλης από τα δεδομένα. Ο πιο γνωστός τρόπος προσδιορισμού μιας προσέγγισης είναι η επίλυση ενός προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων. Ζητούμε δηλαδή την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος

$$\sum_{i=0}^r (Q_i - C(\bar{u}_i))^2, \quad (3.13)$$

όπου \bar{u}_i κατάλληλες παραμετρικές τιμές, τον τρόπο υπολογισμού των οποίων θα δούμε στη παράγραφο 3.6. Δεδομένου του βαθμού p της καμπύλης και του πλήθους n των πολυωνύμων που την αποτελούν, η ελαχιστοποίηση του παραπάνω αθροίσματος προκύπτει με κατάλληλο προσδιορισμό των $n + 1$ συντελεστών των συναρτήσεων βάσης P_i (σημεία ελέγχου). Οι συντελεστές P_i προκύπτουν από την επίλυση ενός $(n + 1) \times (n + 1)$ συστήματος γραμμικών εξισώσεων (κανονικές εξισώσεις), στο οποίο οδηγούμαστε απαιτώντας να ισχύει η (3.13).

Ωστόσο, πέραν της συνθήκης των ελαχίστων τετραγώνων, είναι δυνατόν να ζητείται η ικανοποίηση επιπλέον συνθηκών, όπως για παράδειγμα η καμπύλη να διέρχεται από ορισμένα σημεία ή να προσεγγίζει κάποια σημεία με διαφορετικό βάρος. Σε αυτή την περίπτωση θα πρέπει να τροποποιήσουμε κατάλληλα την (3.13).

Στην επόμενη παράγραφο θα δούμε πώς μπορούμε να προσεγγίσουμε ένα σύνολο σημείων με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας τμηματικά πολυωνυμικές

καμπύλες B-splines. Οι καμπύλες αυτές, αν και δίνουν αρκετά καλές προσεγγίσεις, δεν επιτυγχάνουν πάντοτε να διατηρήσουν χαρακτηριστικά όπως είναι η μονοτονία των δεδομένων. Για το λόγο αυτό θα μελετήσουμε στη συνέχεια τις καμπύλες T-splines, με τις οποίες θα μπορέσουμε να παράγουμε μονότονες προσεγγίσεις. Σημειώνουμε εδώ ότι χαρακτηρίζουμε το διατεταγμένο σύνολο S ως ένα σύνολο σημείων με μονοτονία, όταν ισχύει μία από τις ακόλουθες συνθήκες:

1. Αν $x_i \leq x_{i+1}$, τότε $y_i \leq y_{i+1}$, για κάθε $i = 0, \dots, r$.
2. Αν $x_i \leq x_{i+1}$, τότε $y_i \geq y_{i+1}$, για κάθε $i = 0, \dots, r$.

Οι μέθοδοι αυτές θα αξιοποιηθούν σε επόμενο κεφάλαιο για την περιγραφή τμήματος του συνόρου αντικειμένου. Για τη βελτιστοποίηση της περιγραφής θα προτείνουμε έναν επαναληπτικό αλγόριθμο, που οδηγεί στον προσδιορισμό βέλτιστης προσέγγισης, ρυθμίζοντας κατάλληλα το πλήθος των συντελεστών P_i .

3.6 Καμπύλες προσέγγισης με B-splines

Θεωρούμε τα σημεία Q_0, Q_1, \dots, Q_r , με $Q_i = (x_i, y_i)$, $i = 0, \dots, r$. Θα περιγράψουμε τον τρόπο υπολογισμού μιας τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης B-spline, βαθμού το πολύ p , που προσεγγίζει τα παραπάνω $r + 1$ σημεία με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων και διέρχεται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο. Ο προσδιορισμός της καμπύλης ισοδυναμεί με τον προσδιορισμό $n + 1$ σημείων ελέγχου P_i , που αποτελούν τους συντελεστές των συναρτήσεων βάσης B-splines. Η καμπύλη περιγράφεται από τη σχέση

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot N_{i,p}(u), \quad u \in [0, 1], \quad (3.14)$$

και πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες

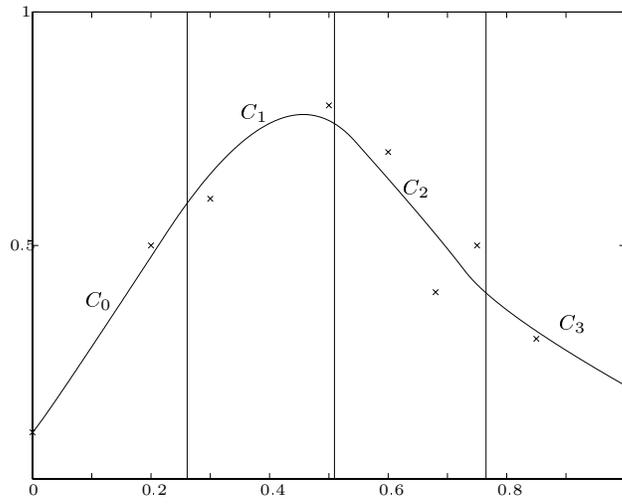
$$\begin{aligned} C(0) &= Q_0 \\ C(1) &= Q_r. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Η συνθήκη (3.15) ικανοποιείται θέτοντας

$$\begin{aligned} P_0 &= Q_0 \\ P_n &= Q_r, \end{aligned} \quad (3.16)$$

ενώ τα υπόλοιπα σημεία Q_k προσεγγίζονται με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων. Ζητάμε δηλαδή τον προσδιορισμό των $n - 1$ συντελεστών P_1, \dots, P_{n-1} έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το άθροισμα:

$$\sum_{k=1}^{r-1} (Q_k - C(\bar{u}_k))^2. \quad (3.17)$$



Σχήμα 3.5: Καμπύλη προσέγγισης που προκύπτει συνδυάζοντας ελάχιστα τετράγωνα με B-splines.

Η εφαρμογή των συνθηκών ελαχιστοποίησης του παραπάνω αθροίσματος οδηγεί [19] στο $(n - 1) \times (n - 1)$ γραμμικό σύστημα:

$$(N^T N) \cdot P = R, \quad (3.18)$$

όπου N ένας $(r - 1) \times (n - 1)$ πίνακας

$$N = \begin{pmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(\bar{u}_{r-1}) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_{r-1}) \end{pmatrix}$$

R διάνυσμα με $n - 1$ συνιστώσες

$$R = \begin{pmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) \cdot R_1 + \cdots + N_{1,p}(\bar{u}_{r-1}) \cdot R_{r-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(\bar{u}_1) \cdot R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(\bar{u}_{r-1}) \cdot R_{r-1} \end{pmatrix}$$

με $R_k = Q_k - N_{0,p}(\bar{u}_k)Q_0 - N_{m,p}(\bar{u}_k)Q_m$, $k = 1, \dots, r - 1$, και P το διάνυσμα των συντελεστών (σημεία ελέγχου) με $n - 1$ συνιστώσες

$$P = \begin{pmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{pmatrix}.$$

Από την επίλυση του παραπάνω συστήματος εξισώσεων λαμβάνουμε τους συντελεστές P_1, \dots, P_{n-1} .

Η επιλογή του διανύσματος κόμβων. Η επιλογή των παραμετρικών τιμών \bar{u}_k και του διανύσματος κόμβων $U = (u_0, u_1, \dots, u_m)$ επηρεάζει το σχήμα και την παραμέτρηση της

καμπύλης. Το διάνυσμα κόμβων χωρίζει τον παραμετρικό χώρο σε διαστήματα που λέγονται διαστήματα κόμβων (knot spans). Οι τιμές των κόμβων ορίζουν τον τρόπο με τον οποίο τα control points επηρεάζουν την καμπύλη. Διαδοχικοί κόμβοι μπορούν να έχουν την ίδια τιμή (πολλαπλότητα κόμβων) και τότε ορίζουν διάστημα κόμβων μηδενικού μήκους. Στην περίπτωση που δύο διαδοχικοί κόμβοι u_i, u_{i+1} έχουν την ίδια τιμή, υποδηλώνεται ότι στο σημείο u_i δύο νέα control points “ενεργοποιούνται” ταυτόχρονα (και δύο “απενεργοποιούνται”). Η πολλαπλότητα των κόμβων έχει συνέπειες στην ομαλότητα της καμπύλης (δημιουργεί “γωνίες”). Σε ένα κόμβο με πολλαπλότητα q η καμπύλη είναι $p - q$ φορές συνεχώς παραγωγίσιμη, όπου p ο βαθμός της καμπύλης.

Για την επιλογή των παραμετρικών τιμών \bar{u}_k , θα θεωρήσουμε ότι $u \in [0, 1]$ και θα αναφέρουμε τρεις μεθόδους όπως προτείνεται στο [19].

- Ομοιόμορφη κατανομή των παραμετρικών τιμών.

$$\bar{u}_k = \begin{cases} 0, & k = 0, \\ \frac{k}{r}, & k = 1, \dots, r-1, \\ 1, & k = r. \end{cases} \quad (3.19)$$

Όταν τα δεδομένα δεν κατανέμονται ομοιόμορφα, η μέθοδος αυτή μπορεί να προκαλέσει μη επιθυμητά αποτελέσματα στη μορφή της καμπύλης, π.χ. βρόχους.

- Κατανομή των παραμετρικών τιμών με τη μέθοδο “μήκος χορδής”.

Έστω d το συνολικό μήκος χορδής

$$d = \sum_{k=1}^r |Q_k - Q_{k-1}|, \quad (3.20)$$

όπου $|Q_k - Q_{k-1}|$ η απόσταση μεταξύ δύο σημείων Q_k και Q_{k-1} . Τότε, επιλέγουμε

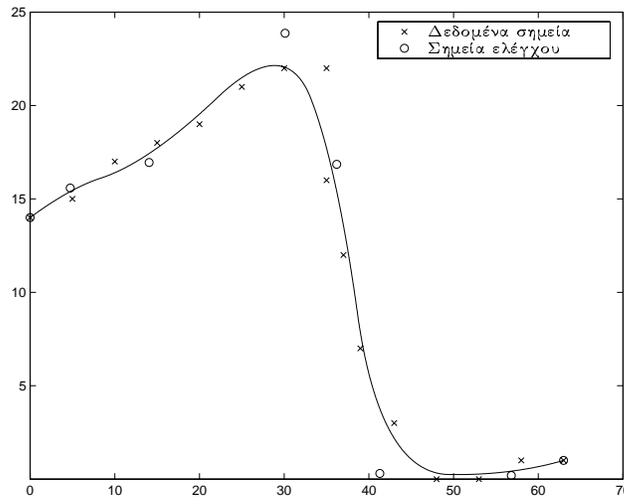
$$\bar{u}_k = \begin{cases} 0, & k = 0, \\ \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{d}, & k = 1, \dots, r-1, \\ 1, & k = r. \end{cases} \quad (3.21)$$

Η μέθοδος αυτή είναι η πιο συνηθισμένη και δίνει αρκετά καλά αποτελέσματα. Προσφέρει καλή παραμέτρηση της καμπύλης με την έννοια ότι προσεγγίζει μια ομοιόμορφη παραμέτρηση.

- Κατανομή των παραμετρικών τιμών με τη μέθοδο της “κεντρομόλου”.

Έστω

$$d = \sum_{k=1}^r \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}. \quad (3.22)$$



Σχήμα 3.6: Καμπύλη προσέγγισης που προκύπτει συνδυάζοντας ελάχιστα τετράγωνα με B-splines. Σημεία ελέγχου καμπύλης προσέγγισης.

Τότε, επιλέγουμε

$$\bar{u}_k = \begin{cases} 0, & k = 0, \\ \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d}, & k = 1, \dots, r-1, \\ 1, & k = r. \end{cases} \quad (3.23)$$

Η μέθοδος αυτή δίνει καλύτερα αποτελέσματα από τη μέθοδο “μήκος χορδής” όταν τα δεδομένα εμφανίζουν πολύ μικρές γωνίες.

Αφού επιλέξουμε τις παραμετρικές τιμές \bar{u}_k , μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα διάνυσμα κόμβων. Η επιλογή του μπορεί να γίνει κατανέμοντας τους κόμβους ομοιόμορφα, που όμως δεν συνιστάται, γιατί μπορεί να οδηγήσει σε σύστημα με μη αντιστρέψιμο πίνακα συντελεστών. Θα χρησιμοποιήσουμε την ακόλουθη τεχνική που προτείνεται στο [19]. Η τοποθέτηση των knots πρέπει να αντικατοπτρίζει την τοποθέτηση των $\{\bar{u}_k\}$. Σύμφωνα με την ιδιότητα 2 των καμπυλών B-splines, χρειαζόμαστε συνολικά $n + p + 2$ κόμβους. Από αυτούς $2(p + 1)$ κόμβοι είναι ακραίοι, ενώ το πλήθος των εσωτερικών κόμβων είναι $n - p$. Άρα προκύπτουν $n - p + 1$ διαστήματα κόμβων μη μηδενικού μήκους. Έστω

$$d = \frac{r + 1}{n - p + 1}.$$

Ορίζουμε τα εσωτερικά knots από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} i &= \text{int}(jd), \\ \alpha &= jd - i \\ u_{j+p} &= (1 - \alpha)\bar{u}_{j+p} + \alpha\bar{u}_i, \quad j = 1, \dots, n - p, \end{aligned} \quad (3.24)$$

όπου η συνάρτηση $\text{int}(\ell)$ υπολογίζει τον κοντινότερο στην τιμή ℓ μεγαλύτερο ακέραιο. Ο παραπάνω υπολογισμός εγγυάται ότι κάθε διάστημα κόμβων περιέχει μια παραμετρική τιμή

\bar{u}_k . Υπό αυτή τη συνθήκη ο deBoor αποδεικνύει ότι ο $N^T N$ είναι θετικά ορισμένος και έχει καλή κατάσταση. Το σύστημα εξισώσεων (3.18) επιλύεται με τη μέθοδο του Gauss.

Στο Σχ. 3.5 παρουσιάζεται η προσέγγιση εννέα σημείων με spline που αποτελείται από τέσσερα πολυωνυμικά τμήματα, δηλαδή περιγράφεται από πέντε σημεία ελέγχου. Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι κόμβοι της προσέγγισης. Στο Σχ. 3.6 σε μια προσέγγιση δεξαέξι σημείων, έχουν σχεδιαστεί τα οκτώ σημεία ελέγχου που περιγράφουν την καμπύλη.

3.7 Συναρτήσεις βάσης T-splines

Ακόμα και όταν τα δεδομένα εμφανίζουν μονοτονία, η λύση που προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων δεν διατηρεί απαραίτητα αυτήν την ιδιότητα. Για την παραγωγή μιας τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης που διατηρεί τη “μορφή” των δεδομένων (shape preserving) πρέπει να εισαχθούν επιπλέον περιορισμοί που αφορούν τους συντελεστές παραγωγής της καμπύλης. Οι περιορισμοί είναι απλές γραμμικές συνθήκες, εφόσον για την παράσταση της καμπύλης επιλεγθούν κατάλληλες συναρτήσεις βάσης. Τότε το πρόβλημα ανάγεται σε πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων με μη αρνητικούς περιορισμούς (non-negative least squares problem) [2].

Για τον προσδιορισμό μιας λύσης που διατηρεί τη μονοτονία, θα κατασκευάσουμε μια τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη χρησιμοποιώντας ως συναρτήσεις βάσης τις T-splines. Θεωρώντας ένα διάλυσμα κόμβων $U = (u_0, u_1, \dots, u_m)$, με $u_0 \leq u_1 \leq \dots \leq u_m$, οι T-splines προκύπτουν από τις B-splines σύμφωνα με τη σχέση

$$T_{i,p}(u) = \sum_{j=i}^m N_{j,p}(u_j), \quad u \in [0, 1], \quad i = 0, \dots, m. \quad (3.25)$$

Οι συναρτήσεις $T_{i,p}$, που λέγονται τραπεζοειδείς εξαιτίας της μορφής τους (Σχ. 3.8), είναι γραμμικά ανεξάρτητες και σχηματίζουν μια βάση στο χώρο των πολυωνυμικών συναρτήσεων βαθμού p .

Μια καμπύλη spline C , βαθμού το πολύ p , μπορεί να παρασταθεί ως

$$C(u) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot T_{i,p}(\bar{u}_i), \quad u \in [0, 1]. \quad (3.26)$$

Οι νέες συναρτήσεις βάσης έχουν μια σειρά χρήσιμων ιδιοτήτων όπως:

1. Ο φορέας της $T_{i,p}$ είναι το διάστημα $[u_i, u_{m+p}]$.
2. $T_{i,p}(u) = 1$ για $u \in [u_{i+p}, u_{m+1}]$, $i = 0, \dots, m - 1$.
3. Υπολογίζονται εύκολα από τις B-splines.

Οι T-splines είναι κατάλληλες για αριθμητικούς υπολογισμούς, αν και τα προβλήματα είναι ελαφρώς πιο ευαίσθητα σε διαταραχές των δεδομένων σε σχέση με τα αντίστοιχα προβλήματα με B-splines, δηλαδή δεν έχουν τόσο καλή κατάσταση.

3.8 Καμπύλες προσέγγισης με T-splines

Επανερχόμαστε στο πρόβλημα του προσδιορισμού μιας τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης που διατηρεί τη μονοτονία των δεδομένων. Ο προσδιορισμός μιας τέτοιας καμπύλης είναι απλός για καμπύλες πρώτου και δευτέρου βαθμού, με βάση την εργασία του G. Beliakon [2]. Στη γραμμική περίπτωση ($p = 1$) αρκεί η κατασκευή καμπύλης χρησιμοποιώντας B-splines. Οι περιορισμοί στους συντελεστές, που εξασφαλίζουν διατήρηση της μονοτονίας είναι απλοί. Έστω

$$C(u) = \sum_{i=0}^m a_i \cdot N_{i,1}(\bar{u}_i), \quad u \in [0, 1]. \quad (3.27)$$

Τότε η καμπύλη C είναι αύξουσα, αν ισχύει η συνθήκη

$$a_i \leq a_{i+1}, \quad i = 0, \dots, m-1. \quad (3.28)$$

Στην περίπτωση τετραγωνικής ($p = 2$) τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης πρέπει να χρησιμοποιήσουμε T-splines. Θεωρούμε λοιπόν την καμπύλη C ,

$$C(u) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot T_{i,2}(\bar{u}_i), \quad u \in [0, 1]. \quad (3.29)$$

Τότε αναγκαία και ικανή συνθήκη για να είναι η παραγόμενη καμπύλη αύξουσα είναι η

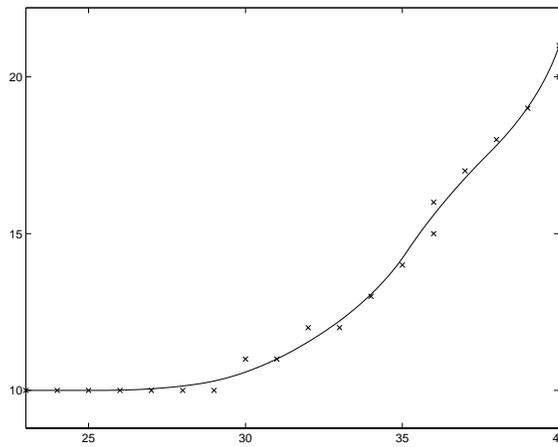
$$b_i \geq 0, \quad i = 0, \dots, m. \quad (3.30)$$

Η διατήρηση αύξουσας μονοτονίας σε υψηλότερου βαθμού ($p > 2$) splines, που περιγράφονται από την (3.26), μπορεί επίσης να επιτευχθεί απαιτώντας μη αρνητικούς συντελεστές. Όμως επειδή η συνθήκη αυτή δεν είναι αναγκαία, η καμπύλη που θα παραχθεί δεν θα αποτελεί απαραίτητα τη βέλτιστη προσέγγιση με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων.

Χρησιμοποιώντας τις παραπάνω προτάσεις, θα προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε κατάλληλο σύστημα εξισώσεων, για την προσέγγιση $r+1$ σημείων Q_0, Q_1, \dots, Q_r με τετραγωνική spline, με την έννοια των ελαχίστων τετραγώνων. Θεωρούμε ότι τα σημεία εμφανίζονται αύξουσα μονοτονία και ζητούμε η καμπύλη προσέγγισης να είναι αύξουσα και να διέρχεται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο. Η προσέγγιση περιγράφεται από την (3.29) και ο προσδιορισμός της ισοδυναμεί με τον προσδιορισμό των $n+1$ σημείων ελέγχου b_i , που αποτελούν τους συντελεστές των συναρτήσεων βάσης T-splines. Οι συντελεστές αυτοί θα προκύψουν με εφαρμογή της συνθήκης ελαχιστοποίησης και της συνθήκης διέλευσης της καμπύλης από τα άκρα.

Σε ό,τι αφορά τη δεύτερη συνθήκη για το αριστερό άκρο Q_0 , αρκεί να θέσουμε $b_0 = Q_0$, ώστε η προσέγγιση να διέρχεται από αυτό. Για $u = 0$ οι τιμές όλων των συναρτήσεων βάσης $T_{i,2}$ για $i \geq 1$ είναι μηδέν, πλην της $T_{0,2}$ που είναι ίση με τη μονάδα. Επομένως από την (3.29) λαμβάνουμε

$$C(0) = \sum_{i=0}^n b_i \cdot T_{i,2}(0) = b_0.$$



Σχήμα 3.7: Προσέγγιση με T-splines.

Στο δεξί άκρο η εφαρμογή της συνθήκης διέλευσης δεν είναι τόσο απλή. Όπως διαπιστώνουμε, όλες οι συναρτήσεις βάσης για $u = 1$ είναι ίσες με τη μονάδα, άρα για να λάβουμε

$$C(1) = \sum_{i=0}^n b_i \cdot T_{i,2}(1) = Q_r,$$

θα πρέπει να ισχύσουν περιορισμοί σε όλα τα σημεία ελέγχου. Κάτι τέτοιο, σε συνδυασμό με τους ήδη υπάρχοντες περιορισμούς που προκύπτουν από την (3.30), καθιστά την επίλυση του προβλήματος ιδιαίτερα δύσκολη. Για να ξεπεράσουμε αυτή τη δυσκολία θα ζητήσουμε η προσέγγιση του σημείου Q_r να γίνει με μεγάλη ακρίβεια, χρησιμοποιώντας βάρη στις εξισώσεις του προβλήματος. Αντί δηλαδή να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα

$$\sum_{k=1}^r (Q_k - C(\bar{u}_k))^2, \quad (3.31)$$

θα ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα

$$\sum_{k=1}^{r-1} (Q_k - C(\bar{u}_k))^2 + w \cdot (Q_r - C(\bar{u}_r))^2. \quad (3.32)$$

Η ανάθεση βάρους w στην προσέγγιση του Q_r αναγκάζει πρακτικά την καμπύλη να διέλθει πολύ κοντά από αυτό το σημείο. Η τιμή του w πρέπει να είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από το πλήθος των δεδομένων σημείων.

Οι παραπάνω περιορισμοί οδηγούν στο παρακάτω $n \times n$ σύστημα γραμμικών εξισώσεων

$$(T^T T) \cdot B = R, \quad (3.33)$$

όπου T ένας $r \times n$ πίνακας

$$T = \begin{pmatrix} T_{1,2}(\bar{u}_1) & \cdots & T_{n,2}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ T_{1,2}(\bar{u}_r) & \cdots & T_{n,2}(\bar{u}_r) \end{pmatrix}$$

R διάνυσμα με n συνιστώσες

$$R = \begin{pmatrix} T_{1,2}(\bar{u}_1) \cdot R_1 & + \cdots + & T_{1,2}(\bar{u}_r) \cdot R_r \\ \vdots & & \vdots \\ T_{n,2}(\bar{u}_1) \cdot R_1 & + \cdots + & T_{n,2}(\bar{u}_r) \cdot R_r \end{pmatrix}$$

με $R_k = Q_k - T_{0,2}(\bar{u}_k)Q_0$, $k = 1, \dots, r$,

και B το διάνυσμα των συντελεστών με n συνιστώσες

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

Από την επίλυση του παραπάνω συστήματος εξισώσεων (3.33) λαμβάνουμε τους συντελεστές b_1, \dots, b_n . Σύμφωνα με τη συνθήκη (3.30) η καμπύλη που θα προκύψει θα είναι αύξουσα αν και μόνο αν οι συντελεστές είναι μη αρνητικοί αριθμοί. Η επίλυση του (3.33) με αυτή τη συνθήκη αποτελεί μη γραμμικό πρόβλημα και είναι εφικτή με αριθμητικές μεθόδους. Η matlab περιλαμβάνει ένα υποπρόγραμμα που επιλύει τέτοιου είδους προβλήματα.

Αφού υπολογιστούν οι συντελεστές b_i , οι τιμές της προσέγγισης C μπορούν να υπολογιστούν απευθείας από την (3.29). Ο υπολογισμός όμως δεν είναι εξίσου αποδοτικός όσο αν χρησιμοποιηθούν τετραγωνικές B-splines. Θα υπολογίσουμε λοιπόν την καμπύλη προσέγγισης από τη σχέση

$$C(u) = \sum_{i=0}^n P_i N_{i,2}(u), \quad u \in [0, 1]. \quad (3.34)$$

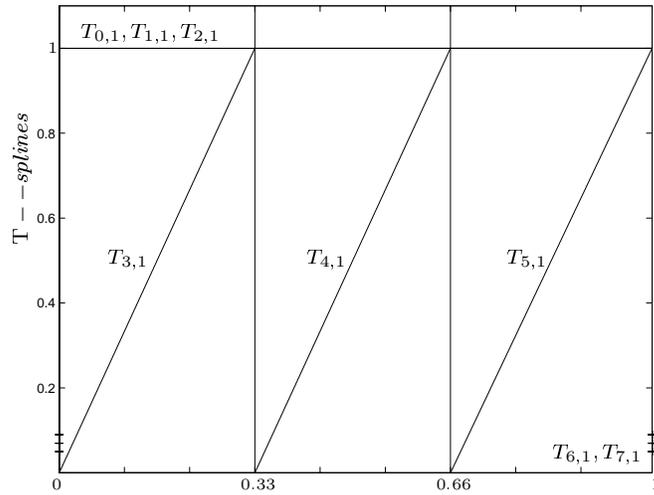
Οι συντελεστές P_i των συναρτήσεων βάσης B-splines προκύπτουν από τους συντελεστές b_i των συναρτήσεων βάσης T-splines από τη σχέση

$$P_i = \sum_{j=0}^i b_j, \quad i = 0, \dots, n, \quad (3.35)$$

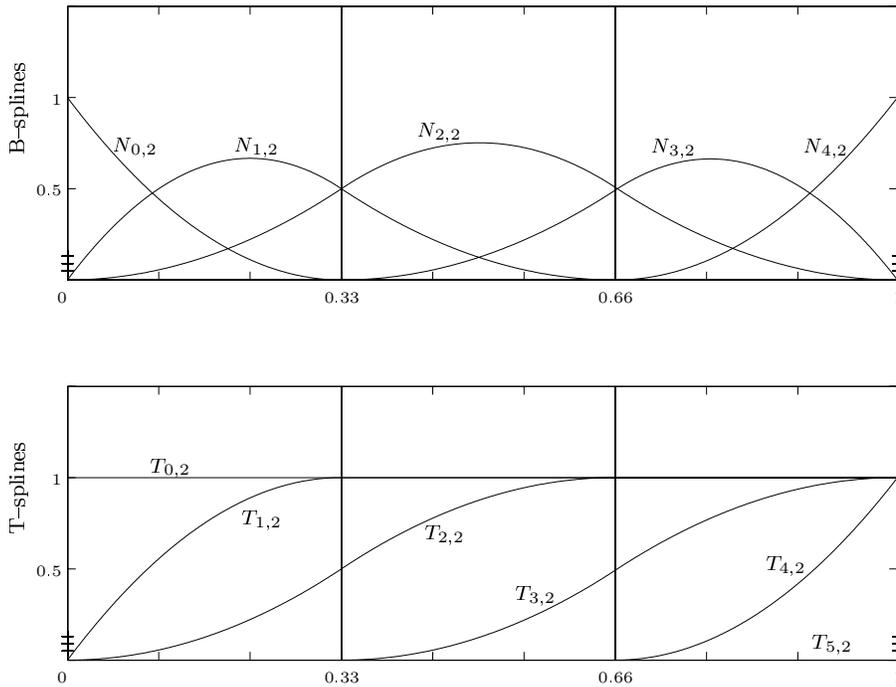
που προκύπτει ως εξής

$$\begin{aligned} C(u) &= \sum_{i=0}^n b_i \cdot T_{i,2}(\bar{u}_i) = \sum_{j=0}^n b_j \sum_{k=i}^n N_{k,2}(\bar{u}_k) \\ &= \sum_{j=0}^n N_{j,2}(\bar{u}_j) \sum_{i=0}^j b_i = \sum_{j=0}^n P_j N_{j,2}(\bar{u}_j), \quad u \in [0, 1]. \end{aligned}$$

Στο Σχ. 3.7 βλέπουμε μια καμπύλη που κατασκευάστηκε με αυτή τη μέθοδο.



Σχήμα 3.8: Οι τραπεζοειδείς συναρτήσεις βάσης T-splines (πρώτου βαθμού). $U = (0, 0, 0, 0.33, 0.66, 1, 1, 1)$.



Σχήμα 3.9: Τετραγωνικές συναρτήσεις βάσης B-splines και T-splines για $U = (0, 0, 0, 0.33, 0.66, 1, 1, 1)$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΕΣ B-SPLINES

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιάσουμε έναν αλγόριθμο κωδικοποίησης του σχήματος ενός αντικειμένου, που υλοποιήθηκε στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας. Πρόκειται για έναν αλγόριθμο κωδικοποίησης του περιγράμματος του σχήματος ή αλλιώς του συνόρου (boundary) του αντικειμένου. Ο αλγόριθμος ανήκει στην κατηγορία αλγορίθμων που κωδικοποιούν μια καμπύλη που προσεγγίζει το σύνορο και για το λόγο αυτό εισάγει παραμόρφωση του σχήματος (lossy encoding). Το μέγεθος της παραμόρφωσης και το κόστος κωδικοποίησης είναι έννοιες αλληλοσυγκρουόμενες. Η μείωση του κόστους κωδικοποίησης συνεπάγεται αύξηση της παραμόρφωσης και αντιστρόφως. Το πρόβλημα είναι γνωστό ως πρόβλημα ελέγχου κόστους κωδικοποίησης-παραμόρφωσης (Rate-Distortion Control) και ο τρόπος επίλυσής του αποτελεί βασικό κριτήριο αξιολόγησης τέτοιων αλγορίθμων.

Ο αλγόριθμος που παρουσιάζεται σε αυτό το κεφάλαιο προτείνεται από τους Meier, Schuster και Katsaggelos στο [15] και χρησιμοποιεί παραμετρική καμπύλη για να παραστήσει το σύνορο. Η καμπύλη μπορεί να είναι οποιουδήποτε βαθμού. Στη συγκεκριμένη υλοποίηση επιλέχθηκε η κωδικοποίηση με τετραγωνική τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη (spline), που κατασκευάζεται χρησιμοποιώντας συναρτήσεις βάσης B-splines. Οι λόγοι για τους οποίους επιλέχθηκε καμπύλη δεύτερου βαθμού είναι η ομαλότητα που χαρακτηρίζει μια τέτοια προσέγγιση, η δυνατότητα περιγραφής της με λίγα σημεία ελέγχου και η διατήρηση της πολυπλοκότητας του αλγορίθμου σε χαμηλό επίπεδο. Ο υπολογισμός της προσέγγισης γίνεται με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης για δεδομένη παραμόρφωση και ανάγεται, όπως θα δούμε, σε πρόβλημα προσδιορισμού του συντομότερου μονοπατιού σε Κατευθυνόμενο Ακυκλικό Γράφο (Directed Acyclic Graph-DAG). Οι συγγραφείς του [15] προτείνουν επίσης έναν αλγόριθμο προσδιορισμού καμπύλης που οδηγεί σε ελάχιστη παραμόρφωση του συνόρου για δεδομένο κόστος κωδικοποίησης.

Στις επόμενες παραγράφους, αφού δώσουμε μια σύντομη ανασκόπηση των μεθόδων κωδικοποίησης του συνόρου ενός αντικειμένου, θα παρουσιάσουμε αναλυτικά τη μέθοδο που προτείνεται στο [15]. Επιπλέον θα προτείνουμε ένα σχήμα κωδικοποίησης που βελτιώνει την απόδοση του αλγορίθμου.

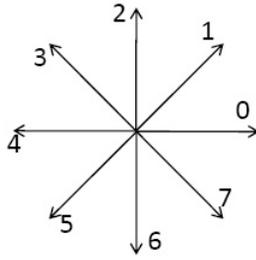
4.1 Ανασκόπηση βιβλιογραφίας

Για την κωδικοποίηση επίπεδων καμπυλών αναφέρονται γενικά στη βιβλιογραφία δύο κατηγορίες μεθόδων. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει μεθόδους που αντιμετωπίζουν την κωδικοποίηση ως πρόβλημα προσέγγισης μιας καμπύλης με B-splines. Τέτοιες μέθοδοι εισάγουν κάποια παραμόρφωση στην αναπαράσταση του συνόρου (lossy encoding). Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν μέθοδοι που βασίζονται σε κωδικοποίηση αλυσίδας (chain coding) και δεν εισάγουν παραμόρφωση (lossless encoding). Πολλοί αλγόριθμοι, όπως αυτός που θα περιγράψουμε στο παρόν κεφάλαιο, προσπαθούν να συνδυάσουν μεθόδους κωδικοποίησης αλυσίδας και προσέγγισης με B-splines. Ας δούμε σύντομα μερικές σημαντικές ιδέες που αφορούν γενικά στην κωδικοποίηση επίπεδων καμπυλών και ειδικότερα στην κωδικοποίηση συνόρου αντικειμένου.

Κωδικοποίηση με B-splines. Οι καμπύλες B-splines έχουν χρησιμοποιηθεί για την προσέγγιση ενός συνόρου στο [10]. Η διαδικασία βελτιστοποίησης της προσέγγισης περιλαμβάνει τον προσδιορισμό των σημείων ελέγχου με κριτήριο την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος. Το κριτήριο αυτό όμως, είναι αποδεκτό, όταν στόχος είναι απλά και μόνο ο προσδιορισμός μιας ομαλής προσέγγισης. Όταν πρόκειται τα σημεία ελέγχου να κωδικοποιηθούν, τότε πρέπει να λάβει κανείς υπόψη του τη σύγκρουση (tradeoff) που υπάρχει μεταξύ ελαχιστοποίησης του κόστους κωδικοποίησης και μείωσης της παραμόρφωσης. Μια διαφορετική προσέγγιση που προτείνεται στο [9] χρησιμοποιεί συνδυασμό πολυγώνων και καμπυλών B-splines. Η ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης επιτυγχάνεται με ελαχιστοποίηση του πλήθους των σημείων ελέγχου που κωδικοποιούνται, θεωρώντας ότι για την κωδικοποίηση κάθε σημείου χρησιμοποιούνται σύμβολα ίδιου μήκους. Ωστόσο, σε αυτήν την περίπτωση δεν λαμβάνεται υπόψη ο υψηλός βαθμός συσχέτισης που υπάρχει μεταξύ των σημείων που περιγράφουν ένα φυσικό σύνορο. Επίσης η μέθοδος δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό βέλτιστης προσέγγισης δεδομένου του διαθέσιμου κόστους κωδικοποίησης.

Κωδικοποίηση αλυσίδας (Chain coding). Η κωδικοποίηση αλυσίδας για την κβάντιση και την κωδικοποίηση του συνόρου προτάθηκε αρχικά από τον Freeman [8]. Πρόκειται για τη διαφορική κωδικοποίηση των σημείων του συνόρου με τον ορισμό οκτώ κατευθύνσεων $(0, 1, \dots, 7)$, που αντιστοιχούν στις γωνίες $(0^\circ, 45^\circ, \dots, 315^\circ)$ (Σχ. 4.1). Θεωρώντας ότι το σύνορο είναι συνεχές, ξεκινώντας από ένα σημείο-αρχή του συνόρου και κινούμενοι κατά μήκος του, το επόμενο σημείο κάθε φορά θα βρίσκεται σε μια από τις οκτώ κατευθύνσεις. Κάθε βήμα μπορεί επομένως να περιγραφεί με 3 bits. Η ιδέα αυτή έχει χρησιμοποιηθεί και επεκταθεί από πολλούς ερευνητές.

Chain code/run-length κωδικοποίηση. Ένα σχήμα κωδικοποίησης run-length προσαπεί να εκμεταλλευτεί την πολλαπλή εμφάνιση ίδιων τιμών σε μια ακολουθία δεδομένων. Τα περισσότερα σύνορα αποτελούνται από τμήματα καμπυλών οι οποίες είτε είναι ευθείες είτε εμφανίζουν μικρή κυρτότητα [22]. Επομένως ένα σχήμα κωδικοποίησης run-length



Σχήμα 4.1: Κωδικοποίηση αλυσίδας.

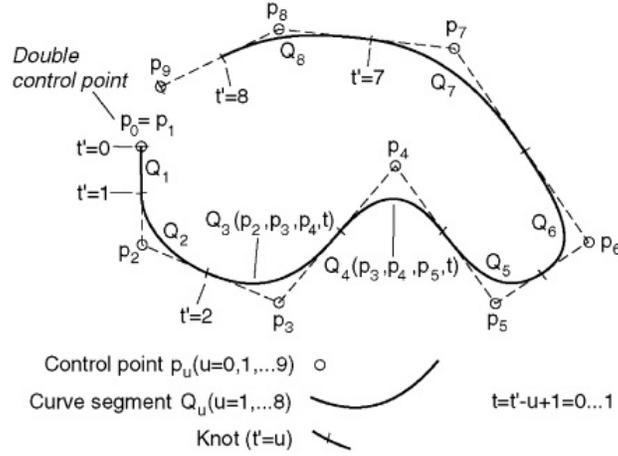
μπορεί να κωδικοποιήσει αποδοτικά μια αλυσίδα οκτώ κατευθύνσεων. Συνήθως χρησιμοποιείται με αλγόριθμους που προσπαθούν προηγουμένως να απλοποιήσουν το σύνορο, ώστε να διευκολυνθεί η κωδικοποίηση, εισάγοντας όμως παραμόρφωση (lossy encoding). Το πρόβλημα ελέγχου του κόστους κωδικοποίησης και της παραμόρφωσης, θα λέγαμε ότι αντιμετωπίζεται με έμμεσο τρόπο.

Κωδικοποίηση του συνόρου με πολυγωνική γραμμή. Μια ιδέα που προτείνεται από τους Schuster και Katsaggelos στο [22], είναι η προσέγγιση ενός συνόρου με πολύγωνο και η κωδικοποίηση των κορυφών του πολύγωνα. Για την κωδικοποίηση χρησιμοποιείται ένα σχήμα chain code/run-length και επιτυγχάνεται πλήρης έλεγχος του κόστους κωδικοποίησης και της παραμόρφωσης.

Ο αλγόριθμος που θα παρουσιάσουμε σε αυτό το κεφάλαιο αποτελεί επέκταση της κωδικοποίησης με πολυγωνική γραμμή. Η καινοτομία και των δύο αλγορίθμων έγκειται στον υπολογισμό μιας προσέγγισης η οποία είναι βέλτιστη σε ότι αφορά τον έλεγχο κόστους κωδικοποίησης και παραμόρφωσης. Ο αλγόριθμος επιτυγχάνει να ελαχιστοποιήσει το κόστος κωδικοποίησης διατηρώντας την καμπύλη προσέγγισης του συνόρου κοντά στο αρχικό σύνορο. Η χρησιμοποίηση τμηματικά πολυωνυμικής καμπύλης συμβάλλει στην αποδοτικότητα διότι απαιτούνται λίγα σημεία ελέγχου για την περιγραφή της, έχει δε ως αποτέλεσμα μια πιο φυσική εμφάνιση της προσέγγισης του συνόρου. Η επιλογή καμπύλης δευτέρου βαθμού διατηρεί το πλήθος των υπολογισμών σε χαμηλά επίπεδα. Ο αλγόριθμος είναι γρήγορος και αποδοτικός διότι ανάγει το πρόβλημα προσδιορισμού της καμπύλης προσέγγισης σε πρόβλημα υπολογισμού του συντομότερου μονοπατιού σε κατευθυνόμενο ακυκλικό γράφο.

4.2 Αναπαράσταση του συνόρου με τετραγωνικές B-splines

Θεωρούμε ότι το συνεκτικό σύνορο ενός αντικειμένου περιγράφεται από το ταξινομημένο σύνολο $B = (b_0, b_1, \dots, b_{N_B-1})$, όπου b_i είναι το i -στό σημείο στο B . Στην περίπτωση ενός κλειστού συνόρου, ισχύει $b_0 = b_{N_B-1}$. Θεωρούμε επίσης το ταξινομημένο σύνολο των σημείων ελέγχου $P = (p_0, p_1, \dots, p_{N_P+1})$, της καμπύλης B-spline, όπου N_P το πλήθος των



Σχήμα 4.2: Τετραγωνική καμπύλη B-spline που αποτελείται από οκτώ πολυωνυμικά τμήματα και ένα διπλό σημείο ελέγχου στην αρχή και στο τέλος [15].

τιμημάτων της πολυωνυμικής καμπύλης.

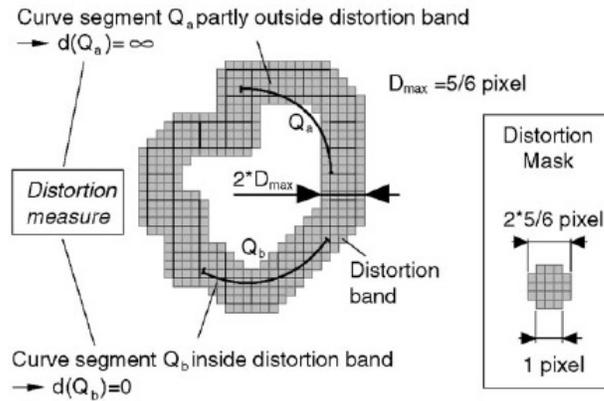
Για την αναπαράσταση του συνόρου ενός αντικειμένου με τετραγωνικές B-splines, θα θεωρήσουμε τη μητρική έκφραση μιας καμπύλης B-spline, που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.4, προς διευκόλυνση των υπολογισμών. Τρία σημεία ελέγχου p_{u-1}, p_u, p_{u+1} ορίζουν ένα τμήμα μιας τετραγωνικής B-spline, που θα συμβολίζεται στο εξής με $Q_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1})$. Θεωρώντας παραμέτρηση στο διάστημα $t \in [0, 1]$, το τμήμα αυτό υπολογίζεται εύκολα από τη σχέση (3.9), σύμφωνα με την οποία

$$\begin{aligned}
 Q_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}, t) &= T \cdot M \cdot P \\
 &= \begin{pmatrix} t^2 & t & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.5 & -1.0 & 0.5 \\ -1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.5 & 0.5 & 0.0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_{u-1,x} & p_{u-1,y} \\ p_{u,x} & p_{u,y} \\ p_{u+1,x} & p_{u+1,y} \end{pmatrix}, \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

όπου $p_{u,x}, p_{u,y}$, η οριζόντια και η κατακόρυφη συντεταγμένη του σημείου ελέγχου p_u , αντίστοιχα. Η καμπύλη spline που αποτελείται από N_p τμήματα και ορίζεται από $N_p + 2$ σημεία ελέγχου, δίνεται τότε από τη σχέση

$$Q(t') = \sum_{u=1}^{N_p} Q_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}, t' - u + 1), \quad \text{με } 0 \leq t' \leq N_p + 1. \quad (4.2)$$

Σημειώνουμε ότι για να διέρχεται η καμπύλη από το πρώτο και το τελευταίο σημείο του συνόρου πρέπει να χρησιμοποιήσουμε διπλό σημείο ελέγχου για αυτές τις περιπτώσεις, δηλαδή $p_0 = p_1$ και $p_{N_p} = p_{N_p+1}$ (Σχ. 4.2).



Σχήμα 4.3: Ζώνη παραμόρφωσης. Η ζώνη κατασκευάζεται μετακινώντας μια μάσκα με ακτίνα $r = D_{\max}$ κατά μήκος του συνόρου. Η ανάλυση της ζώνης παραμόρφωσης είναι $1/3$ εικονοστοιχείο [15].

4.3 Κωδικοποίηση του συνόρου με τετραγωνικές B-splines

4.3.1 Μέτρηση κόστους κωδικοποίησης

Θεωρούμε ότι για την κωδικοποίηση χρησιμοποιείται ένα σχήμα πρόβλεψης (predictive scheme). Συμβολίζουμε με $r(p_{u-1}, p_u, p_{u+1})$ το κόστος κωδικοποίησης (bit rate) για την κωδικοποίηση ενός σημείου ελέγχου p_{u+1} , δεδομένων των σημείων ελέγχου p_{u-1} και p_u . Το συνολικό κόστος κωδικοποίησης είναι

$$R(p_0, p_1, \dots, p_{N_P+1}) = \sum_{u=0}^{N_P} r(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}), \quad (4.3)$$

όπου $r(p_{-1}, p_0, p_1)$ θεωρούμε ότι είναι το κόστος για την κωδικοποίηση του πρώτου σημείου ελέγχου p_0 . Για τον υπολογισμό του πλήθους των bits ανά σημείο του συνόρου που κωδικοποιείται ($e = R/N_B$), το κόστος για την κωδικοποίηση του πρώτου σημείου ελέγχου δεν λαμβάνεται υπόψη, επειδή ο αριθμός αυτός εξαρτάται από το μέγεθος της εικόνας.

4.3.2 Μέτρηση παραμόρφωσης

Συμβολίζουμε με $d(p_{u-1}, p_u, p_{u+1})$ το μέγεθος της παραμόρφωσης που εισάγεται από ένα τμήμα της πολυωνυμικής καμπύλης $Q(p_{u-1}, p_u, p_{u+1})$. Για τη μέτρηση της παραμόρφωσης θα χρησιμοποιήσουμε τη μέγιστη απόλυτη απόσταση κάθε τμήματος της προσέγγισης από το πραγματικό σύνορο. Ως συνολική παραμόρφωση λαμβάνεται η μέγιστη των επιμέρους παραμορφώσεων

$$D(p_0, p_1, \dots, p_{N_P+1}) = \max_{u \in [1, \dots, N_P]} d(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}). \quad (4.4)$$

Ενώ η μέγιστη απόλυτη απόσταση μεταξύ ενός συνόρου και της ακμής ενός πολυγώνου μπορεί να μετρηθεί ακριβώς, δεν υπάρχει μοναδική μέθοδος για τη μέτρηση της μέγιστης

απόλυτης απόστασης μεταξύ ενός συνόρου και της καμπύλης προσέγγισης. Μπορούμε όμως να ορίσουμε την παραμόρφωση ως την απόσταση κάθε σημείου του συνόρου από το κοντινότερο σημείο της προσέγγισης που το αναπαριστά. Θεωρούμε λοιπόν μια ζώνη παραμόρφωσης με πλάτος $2 \cdot D_{\max}$, κατά μήκος του συνόρου B , και απαιτούμε η προσέγγιση B-spline να βρίσκεται εντός της ζώνης παραμόρφωσης. Τότε

$$d(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}) = \begin{cases} 0, & \text{όλα τα σημεία του} \\ & Q_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}) \\ & \text{βρίσκονται εντός της ζώνης παραμόρφωσης,} \\ \infty, & \text{ένα τουλάχιστο σημείο του} \\ & Q_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}) \\ & \text{βρίσκεται εκτός της ζώνης παραμόρφωσης.} \end{cases} \quad (4.5)$$

Υλοποίηση της μέτρησης παραμόρφωσης Η μέθοδος που ακολουθεί αποτελεί μια αποδοτική υλοποίηση της σχέσης (4.5). Μια ζώνη παραμόρφωσης μπορεί να σχεδιαστεί με ανάθεση των εικονοστοιχείων που βρίσκονται στη ζώνη, σε συγκεκριμένη απόσταση D_{\max} από κάθε σημείο του συνόρου. Μια καμπύλη προσέγγισης του συνόρου κβαντίζεται σύμφωνα με την ανάλυση εικονοστοιχείων και κάθε εικονοστοιχείο ελέγχεται για το αν βρίσκεται εντός ή εκτός της ζώνης. Το μειονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι οι τιμές της D_{\max} μπορεί να είναι μόνο πολλαπλάσια του ενός εικονοστοιχείου. Το μειονέκτημα αυτό μπορεί να ξεπεραστεί εισάγοντας μια ζώνη παραμόρφωσης με ανάλυση μικρότερη από την ανάλυση εικονοστοιχείων. Επιλέγουμε μια ζώνη με ανάλυση $1/3$ του εικονοστοιχείου (Σχ. 4.3). Η ζώνη παραμόρφωσης δεν είναι απαραίτητο να είναι συμμετρική. Στο εξής πάντως, χωρίς περιορισμό της γενικότητας, θα θεωρήσουμε συμμετρική ζώνη παραμόρφωσης.

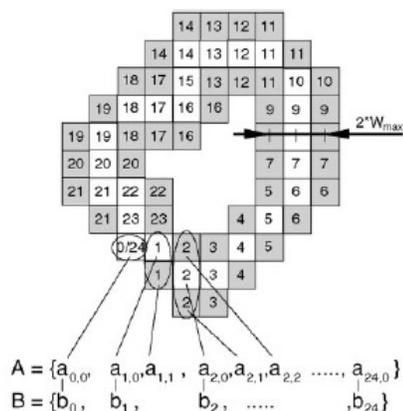
4.3.3 Προβλήματα βελτιστοποίησης

Μεταξύ κόστους κωδικοποίησης και παραμόρφωσης που εισάγεται από την προσέγγιση υπάρχει μια εγγενής σύγκρουση. Μικρή παραμόρφωση απαιτεί υψηλό κόστος κωδικοποίησης, ενώ χαμηλό κόστος κωδικοποίησης οδηγεί σε μεγάλη παραμόρφωση. Το πρόβλημα ελαχιστοποίησης του κόστους κωδικοποίησης δεδομένης μιας μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής της παραμόρφωσης D_{\max} , διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \min_{p_0, \dots, p_{N_P+1}} & R(p_0, \dots, p_{N_P+1}), \\ \text{δεδομένου ότι} & D(p_0, \dots, p_{N_P+1}) \leq D_{\max}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Το δυϊκό πρόβλημα ελαχιστοποίησης της παραμόρφωσης δεδομένου μιας μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής κόστους κωδικοποίησης R_{\max} , διατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} \min_{p_0, \dots, p_{N_P+1}} & D(p_0, \dots, p_{N_P+1}), \\ \text{δεδομένου ότι} & R(p_0, \dots, p_{N_P+1}) \leq R_{\max}. \end{aligned} \quad (4.7)$$



Σχήμα 4.4: Ζώνη αποδεκτών σημείων ελέγχου ($W_{\max} = 1$) [15].

4.3.4 Αποδεκτό σύνολο σημείων ελέγχου

Θεωρητικά, το σύνολο των αποδεκτών σημείων ελέγχου για την κωδικοποίηση του συνόρου με B-splines, θα έπρεπε να είναι τα εικονοστοιχεία ολόκληρου του επιπέδου της εικόνας. Για λόγους μείωσης της πολυπλοκότητας του αλγορίθμου, περιορίζουμε το σύνολο αυτό σε θέσεις κοντά στα σημεία του συνόρου. Το σύνολο αποκαλείται αποδεκτό σύνολο σημείων ελέγχου A και ορίζεται ως μια ζώνη γύρω από το σύνολο B . Συμβολίζουμε το μέγεθος της ζώνης με W_{\max} και το μετράμε από το κέντρο του εικονοστοιχείου του συνόρου έως το κέντρο του εικονοστοιχείου του αποδεκτού σημείου ελέγχου.

Για να είναι δυνατή η εφαρμογή του αλγορίθμου πρέπει το A να είναι διατεταγμένο (Σχ. 4.4). Ένας τρόπος διάταξής του είναι η ανάθεση κάθε σημείου του A στο κοντινότερο σημείο του συνόρου B , οπότε το A αποκτά κατά μια έννοια τη διάταξη του B . Ωστόσο, επειδή πολλά σημεία του A μπορεί να έχουν ως κοντινότερο γείτονα το ίδιο σημείο του B , θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε δύο δείκτες για την ανάθεση: i και i_b . Ο δείκτης i είναι ίδιος με το δείκτη του κοντινότερου γείτονα από το B . Ο δείκτης i_b αναφέρεται στην αρίθμηση όλων των σημείων ελέγχου με δείκτη i . Ο δείκτης i_b ξεκινά από το 0 και κάθε σημείο του A με δείκτη i_0 ορίζεται ως το σημείο b_{i_0} του συνόρου B . Επίσης το πρώτο και το τελευταίο σημείο του συνόρου δεν σχετίζονται με ανάθεση με κανένα σημείο ελέγχου, έτσι ώστε να διασφαλίζεται ότι η καμπύλη προσέγγισης διέρχεται από αυτά τα σημεία, δηλαδή $b_0 = a_{0,0}$ και $b_{N_B-1} = a_{0,0}$.

4.4 Προσδιορισμός καμπύλης με το χαμηλότερο κόστος κωδικοποίησης

Σε αυτή την ενότητα, αρχικά θα παρουσιάσουμε ένα μαθηματικό μοντέλο του δοθέντος συνόρου, χρησιμοποιώντας έναν γράφο. Στη συνέχεια θα προσδιορίσουμε την καμπύλη B-spline με το χαμηλότερο κόστος κωδικοποίησης, χρησιμοποιώντας έναν αλγόριθμο συντομότερου μονοπατιού (shortest path).

Η καμπύλη B-spline που θα κατασκευαστεί με τον προτεινόμενο αλγόριθμο, πρέπει να ικανοποιεί τις ακόλουθες δύο απαιτήσεις:

- Η παραμόρφωση της καμπύλης να είναι μικρότερη ή ίση με τη μέγιστη επιτρεπόμενη τιμή D_{\max} , σύμφωνα με τη σχέση (4.7).
- Τα σημεία ελέγχου πρέπει να λαμβάνονται από ένα σύνολο αποδεκτών σημείων A .

Η παρατήρηση που οδηγεί σε έναν αποδοτικό τρόπο προσδιορισμού των σημείων ελέγχου είναι ότι, δοθέντων δύο σημείων ελέγχου p_{u-1}, p_u και μιας καμπύλης B-spline, αν $R_u^*(p_{u-1}, p_u)$ είναι το χαμηλότερο κόστος κωδικοποίησης που απαιτείται για την κωδικοποίηση της καμπύλης, συμπεριλαμβανομένων και αυτών των σημείων, η επιλογή του επόμενου σημείου ελέγχου p_{u+1} είναι ανεξάρτητη από την επιλογή των προηγούμενων σημείων ελέγχου (p_0, \dots, p_{u-2}) . Αυτό ισχύει επειδή το χαμηλότερο κόστος κωδικοποίησης R^* μπορεί να εκφραστεί αναδρομικά σε σχέση με το κόστος κωδικοποίησης κάθε σημείου $r_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1})$, δηλαδή

$$R_{u+1}^*(p_u, p_{u+1}) = \min_{p_{u-1}} \{R_u^*(p_{u-1}, p_u) + r_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1})\}. \quad (4.8)$$

Αντίστοιχα, επειδή η παραμόρφωση που εισάγεται από το τμήμα Q_u εξαρτάται επίσης από τα σημεία ελέγχου p_{u-1}, p_u, p_{u+1} , μπορούμε να συνδυάσουμε την παραμόρφωση με το κόστος κωδικοποίησης ορίζοντας μια συνάρτηση βάρους

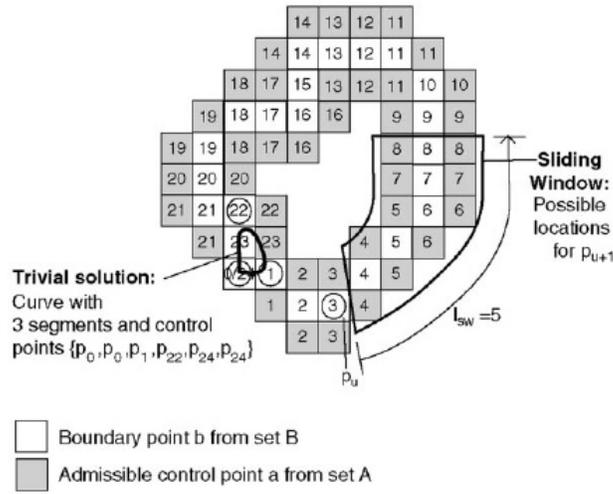
$$w(p_u, p_{u+1}) = r_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}) + d_u(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}). \quad (4.9)$$

Σημειώνουμε ότι το w είναι ίσο με το κόστος κωδικοποίησης r , για κάθε πολυωνυμικό τμήμα της καμπύλης που ικανοποιεί τη σχέση (4.6), ενώ είναι άπειρο για τα τμήματα που δεν την ικανοποιούν (βλ. σχέση (4.5)). Έτσι αντικαθιστώντας το r στη σχέση (4.8) με το w , το κόστος $R_{u+1}^*(p_u, p_{u+1})$ γίνεται άπειρο, αν ένα τμήμα της καμπύλης δεν ικανοποιεί τις συνθήκη παραμόρφωσης, ενώ διαφορετικά, είναι ίσο με το απαιτούμενο κόστος κωδικοποίησης. Η αναδρομή στην (4.8) αρχικοποιείται θέτοντας το $R_0^*(p_{-1}, p_0)$ ίσο με το μηδέν. Το κόστος κωδικοποίησης ολόκληρης της καμπύλης είναι $R_{N_P+1}^*(p_{N_P}, p_{N_P+1}) = \min_{p_0, \dots, p_{N_P+1}} \{R(p_0, \dots, p_{N_P+1})\}$.

Η αναδρομική σχέση (4.8) μας δίνει τη δυνατότητα να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα ως πρόβλημα προσδιορισμού του συντομότερου μονοπατιού σε έναν κατευθυνόμενο γράφο με βάρη. Ένα διάνυμα \mathbf{E} αρχίζει στο σημείο ελέγχου $p_u = a_{i, i_b}$ και τελειώνει στο σημείο ελέγχου $p_{u+1} = a_{k, k_b}$, με τη συνθήκη ότι δύο σημεία ελέγχου δεν επιτρέπεται να ανατεθούν στο ίδιο σημείο του συνόρου ($\mathbf{E} = (a_{k, k_b} - a_{i, i_b}) \in A^2, \forall i \neq k$). Ένα μονοπάτι τάξης K , από το σημείο ελέγχου p_0 στο σημείο ελέγχου p_K είναι ένα ταξινομημένο σύνολο (p_0, \dots, p_K) . Το συνολικό μήκος ή το συνολικό βάρος του μονοπατιού μπορεί επομένως να οριστεί ως το άθροισμα

$$\sum_{u=1}^{K-1} w(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}). \quad (4.10)$$

Ο ορισμός της συνάρτησης βάρους οδηγεί σε μονοπάτι απείρου μήκους, όταν αυτό περιλαμβάνει καμπύλη που δεν ικανοποιεί τη συνθήκη παραμόρφωσης. Επομένως ένα τέτοιο μονοπάτι δεν πρόκειται να επιλεγεί από έναν αλγόριθμο συντομότερου μονοπατιού.

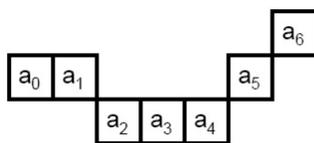


Σχήμα 4.5: Το κυλιόμενο παράθυρο περιορίζει το υποσύνολο επιλογής του επόμενου σημείου ελέγχου p_{u+1} . Προλαμβάνει επίσης τις τετριμμένες λύσεις [15].

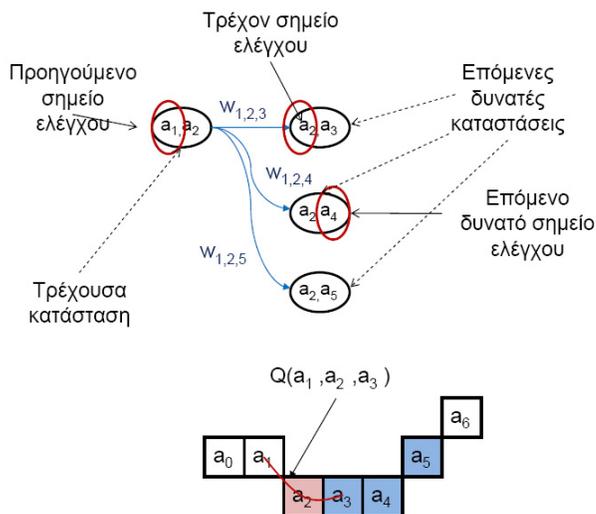
Ο κλασικός αλγόριθμος για την επίλυση ενός τέτοιου προβλήματος είναι ο αλγόριθμος του Dijkstra. Ο αλγόριθμος αυτός επιτυγχάνει μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος σε σχέση με μια διαδικασία πλήρους αναζήτησης. Ο αλγόριθμος μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω παρατηρώντας ότι είναι αδύνατο να επιλεγεί ένα σημείο ελέγχου $p_{u+1} = a_{k,k_b}$, όταν το τελευταίο επιλεγμένο σημείο ελέγχου ήταν το $p_u = a_{i,i_b}$ και $i \geq k$. Ο περιορισμός αυτός έχει ως αποτέλεσμα η επιλεγμένη προσέγγιση να ακολουθεί το αρχικό σύνορο χωρίς απότομες αλλαγές και ο γράφος που προκύπτει να είναι κατευθυνόμενος ακυκλικός γράφος (Directed Acyclic Graph-DAG). Έτσι το σύνολο των διανυσμάτων ορίζεται τώρα ως εξής: $(\mathbf{E} = (a_{k,k_b} - a_{i,i_b}) \in A^2, \forall i < k)$. Ένας αλγόριθμος συντομότερου μονοπατιού για γράφο DAG είναι ταχύτερος από τον αλγόριθμο του Dijkstra. Η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου DAG είναι κυβική σε σχέση με το πλήθος των αποδεκτών σημείων ελέγχου.

Το κυλιόμενο παράθυρο (sliding window). Εφαρμόζοντας ένα κυλιόμενο παράθυρο περιορίζουμε την επιλογή του επόμενου σημείου ελέγχου σε όλα τα αποδεκτά σημεία ελέγχου εντός του παραθύρου. Το παράθυρο ξεκινά από το τελευταίο σημείο ελέγχου που επιλέχθηκε, p_u , και έχει μήκος ίσο με l_{sw} εικονοστοιχεία (Σχ. 4.5). Το μήκος επιτρέπεται να φτάσει την τιμή $N_B/2$ για κλειστά σύνορα και την τιμή N_B για ανοικτά σύνορα. Η τιμή δεν είναι απαραίτητο να παραμένει σταθερή κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου, αλλά μπορεί να αλλάζει επιτρέποντας μεταβολές στην ομαλότητα της καμπύλης που προσεγγίζει το σύνορο. Σημειώνουμε ότι μεγάλες τιμές του l_{sw} οδηγούν σε ομαλότερες προσεγγίσεις.

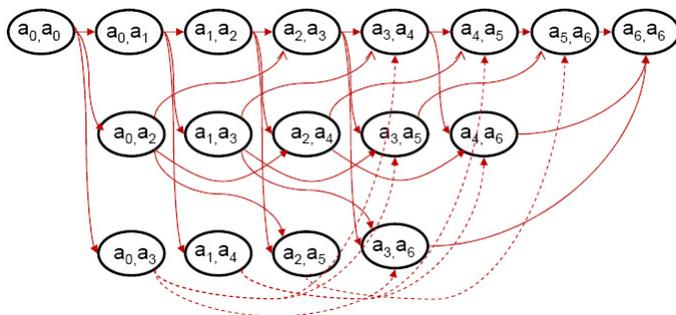
Στο Σχ. 4.6 παρουσιάζεται ένα παράδειγμα κατασκευής ενός γράφου από ένα σύνορο επτά σημείων. Για να διατηρήσουμε την πολυπλοκότητα σε χαμηλό επίπεδο, θεωρούμε ότι η ζώνη αποδεκτών σημείων ελέγχου ταυτίζεται με το αρχικό σύνορο, δηλαδή το σύνολο A είναι ίδιο με το B (Σχ. 4.6(a)). Στο Σχ. 4.6(b) παρουσιάζονται όλες οι δυνατές καταστά-



(a) Σύνολο αποδεκτών σημείων ελέγχου



(b) Ορισμός καταστάσεων και μεταβάσεων



(c) Κατευθυνόμενος Ακυκλικός Γράφος

Σχήμα 4.6: Αναπαράσταση ενός συνόρου επτά σημείων με κατευθυνόμενο ακυκλικό γράφο. Το μήκος του κυλιόμενου παραθύρου επιλέχθηκε να είναι ίσο με τρία. Το σύνολο των αποδεκτών σημείων ελέγχου ταυτίζεται με το σύνολο των σημείων του συνόρου (a). Μια κατάσταση ορίζεται από δύο σημεία ελέγχου. Οι δυνατές μεταβάσεις καθορίζονται από το μήκος του κυλιόμενου παραθύρου. Κάθε μετάβαση αντιστοιχεί σε ένα τμήμα της spline που προσεγγίζει το σύνορο (b). Οι δυνατές μεταβάσεις από ένα σημείο ελέγχου σε επόμενο ορίζουν τον γράφο (c).

σεις και τα διανύσματα που αναπαριστούν τις επιτρεπτές μεταβάσεις από μια κατάσταση σε μια άλλη. Οι καταστάσεις αντιστοιχούν στους κόμβους του γράφου, ενώ οι μεταβάσεις στις ακμές. Κάθε κατάσταση περιγράφεται μοναδικά από ένα ζεύγος αποδεκτών σημείων ελέγχου (a_j, a_i) . Το σημείο a_j συνδέει μια κατάσταση με την προηγούμενη, καθορίζει δηλαδή τις επιτρεπτές μεταβάσεις μεταξύ καταστάσεων. Θεωρούμε ότι $a_j \in A : \forall j \leq i$, για να διασφαλίσουμε ότι μεταβαίνουμε σε επόμενο σημείο ελέγχου, σύμφωνα με την ταξινόμηση του συνόλου A . Το συνολικό πλήθος των καταστάσεων που σχετίζονται με κάθε σημείο ελέγχου είναι το πολύ ίσο με ℓ_{sw} (στο παράδειγμά μας $\ell_{sw} = 3$). Το παράθυρο ξεκινά σε ένα σημείο $p_u = a_{i+1}$ και τελειώνει στο σημείο $a_{i+\ell_{sw}}$. Το βάρος της ακμής που αντιστοιχεί στη μετάβαση λαμβάνεται ίσο με το μήκος του συμβόλου που κωδικοποιεί τη συγκεκριμένη μετάβαση, σε bits. Η σχέση (4.9) περιλαμβάνει τρεις μεταβλητές. Οι μεταβλητές p_{u-1} , p_u αναφέρονται στην κατάσταση που ορίζει την αρχή του διανύσματος, ενώ η τρίτη μεταβλητή p_{u+1} αναφέρεται στην κατάσταση που ορίζει το πέρας του διανύσματος. Επομένως ένα διάνυσμα ορίζεται από τρεις μεταβλητές και αναπαριστά ένα τμήμα της πολυωνυμικής καμπύλης B-spline.

Κάθε μονοπάτι στο γράφο που αρχίζει από την κατάσταση (a_0, a_0) και τελειώνει στην (a_6, a_6) ορίζεται από ένα σύνολο διανυσμάτων και αντιστοιχεί σε μια προσέγγιση του συνόρου B με τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη B-spline. Ο αλγόριθμος προσδιορισμού του συντομότερου μονοπατιού επιλέγει το μονοπάτι με το μικρότερο συνολικό βάρος, που προκύπτει από το άθροισμα των βαρών των διανυσμάτων που ορίζουν το μονοπάτι. Επειδή το βάρος είναι ίσο με το πλήθος των bits που απαιτούνται για να κωδικοποιηθούν το αντίστοιχο διάνυσμα, το συνολικό βάρος αντιστοιχεί στο συνολικό κόστος κωδικοποίησης του μονοπατιού. Μετά τον προσδιορισμό του μονοπατιού, λαμβάνουμε από τις καταστάσεις που ορίζουν τα διανύσματα τα σημεία ελέγχου που περιγράφουν την καμπύλη B-spline.

Σημειώνουμε ότι το πρώτο σημείο ελέγχου ταυτίζεται με το σημείο-αρχή του συνόρου και κωδικοποιείται απόλυτα. Δεν λαμβάνεται δε υπόψη στους υπολογισμούς του κόστους κωδικοποίησης.

4.5 Σχήμα κωδικοποίησης των σημείων ελέγχου

Για την κωδικοποίηση των σημείων ελέγχου, μπορεί να χρησιμοποιηθεί οποιοδήποτε σχήμα διαφορικής κωδικοποίησης. Το κόστος κωδικοποίησης του p_{u+1} εξαρτάται μόνο από τα δύο προηγούμενα σημεία ελέγχου p_u, p_{u-1} . Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζεται ένα σχήμα κωδικοποίησης του διανύσματος E_u μεταξύ των σημείων ελέγχου p_u και p_{u+1} , που προτείνεται από τους Meier, Schuster και Katsaggelos [15]. Στο τέλος αυτής της ενότητας θα προτείνουμε ένα βελτιωμένο σχήμα που ακολουθήσαμε στην υλοποίηση που αναπτύχθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

Το σχήμα κωδικοποίησης που προτείνεται από τους συγγραφείς του [15] μπορεί να θεωρηθεί ως συνδυασμός ενός τροποποιημένου 8-συνδεδεμένου κώδικα αλυσίδας (8-connect chain code) και ενός σχήματος run-length. Συνδυάζοντας τα δύο αυτά σχήματα μπορούμε να αναπαραστήσουμε το διάνυσμα μεταξύ δύο σημείων ελέγχου με μια γωνία α και ένα

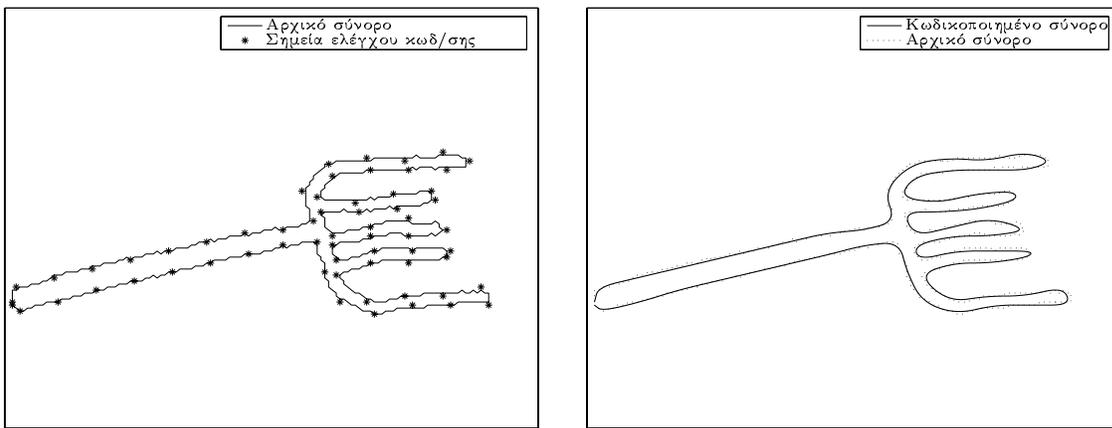
μήκος β , που σχηματίζουν το σύμβολο (α, β) . Για κάθε ένα από τα δυνατά σύμβολα (α, β) , κωδικοποιούμε τη γωνία και το μήκος ανεξάρτητα. Για το μήκος η μέγιστη τιμή που μπορεί να κωδικοποιηθεί είναι 15. Επομένως αυτό είναι και το μέγιστο μήκος που μπορεί να λάβει το κυλιόμενο παράθυρο, διότι μεγαλύτερες τιμές οδηγούν σε μονοπάτια με άπειρο μήκος.

Για την κωδικοποίηση της γωνίας, εάν χρησιμοποιήσουμε 3 bits όπως προτείνεται στο σχήμα 8-συνδεδεμένου κώδικα αλυσίδας, μπορούμε να κωδικοποιήσουμε οκτώ γωνίες, ξεκινώντας από 0° και αυξάνοντας κατά 45° . Οι γωνίες αυτές αντιστοιχούν σε οκτώ διαφορετικές κατευθύνσεις του διανύσματος (Σχ. 4.1). Ωστόσο, επειδή σε φυσικά σύνορα η κατεύθυνση του νέου διανύσματος εμφανίζει υψηλή συσχέτιση με την κατεύθυνση του προηγούμενου διανύσματος, προτείνεται από τους Meier, Schuster και Katsaggelos η κωδικοποίηση των γωνιών $(-90^\circ, -45^\circ, +45^\circ, +90^\circ)$, όπου 0° είναι η κατεύθυνση του προηγούμενου διανύσματος. Έτσι αρκούν 2 bits για την κωδικοποίηση της γωνίας. Εάν ένα διάνυσμα δεν είναι δυνατό να κωδικοποιηθεί, τότε το κόστος κωδικοποίησης θεωρείται άπειρο, δηλαδή

$$r(p_{u-1}, p_u, p_{u+1}) = \begin{cases} \text{rate}(\alpha) + \text{rate}(\beta), & \text{το διάνυσμα } E_u \\ & \text{είναι κωδικοποιήσιμο,} \\ \infty, & \text{το διάνυσμα } E_u \\ & \text{δεν είναι κωδικοποιήσιμο.} \end{cases} \quad (4.11)$$

Βελτίωση του σχήματος κωδικοποίησης. Θα προσπαθήσουμε να βελτιώσουμε το σχήμα κωδικοποίησης που προτείνεται από τους Meier, Schuster και Katsaggelos, με βάση κάποιες παρατηρήσεις που προέκυψαν κατά την υλοποίηση. Επειδή κωδικοποιούμε μια προσέγγιση του συνόρου, οι “γείτονες” ενός επιλεγμένου σημείου ελέγχου δεν περιορίζονται στο πλαίσιο των οκτώ αμέσως κοντινότερων εικονοστοιχείων. Η κωδικοποίηση των γωνιών $(-90^\circ, -45^\circ, +45^\circ, +90^\circ)$, δεν επαρκεί επομένως, για να περιγράψουμε τα διανύσματα που μπορεί να προκύψουν στο πρόβλημά μας. Κωδικοποιώντας όλες τις γωνίες και πραγματοποιώντας πειράματα, παρατηρούμε ότι οι μικρές κατά απόλυτη τιμή γωνίες παρουσιάζουν μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης σε σχέση με τις μεγαλύτερες. Πράγματι, κινούμενοι κατά μήκος ενός φυσικού συνόρου δεν συναντούμε συχνά μεγάλες μεταβολές στην κατεύθυνση. Θα προσπαθήσουμε λοιπόν να αξιοποιήσουμε αυτή την παρατήρηση στο σχήμα κωδικοποίησης.

Έστω $p_{u,x}$ η οριζόντια και $p_{u,y}$ η κατακόρυφη συντεταγμένη του προηγούμενου επιλεγμένου σημείου ελέγχου. Εάν το μήκος του παραθύρου είναι ℓ_{sw} , τότε πιθανά επόμενα σημεία ελέγχου είναι τα σημεία με συντεταγμένες $(p_{u,x} + dx, p_{u,y} + dy)$, όπου $dx = -\ell_{sw}, \dots, \ell_{sw}$ και $dy = -\ell_{sw}, \dots, \ell_{sw}$. Εάν κωδικοποιήσουμε διαφορετικά τις συντεταγμένες κάθε νέου σημείου, δηλαδή τα ζεύγη (dx, dy) , τότε για την κωδικοποίηση όλων των πιθανών ζευγών χρειαζόμαστε $(2 \cdot \ell_{sw} + 1)^2$ σύμβολα. Με βάση την παρατήρηση για τη συχνότητα εμφάνισης των γωνιών, μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης έχουν τα ζεύγη που προκύπτουν ως συνδυασμοί των τιμών των συνόλων $\{-\ell_{sw}, \dots, -\ell_{sw} + d, \ell_{sw} - d, \dots, \ell_{sw}\}$ και $\{-d, \dots, d\}$, όπου d ακέραιος, $0 \leq d < \ell_{sw}/2$. Θα κωδικοποιήσουμε όλα τα δυνατά ζεύγη με σύμβολα μεταβλητού μήκους. Για τα ζεύγη που παρουσιάζουν μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης θα



Σχήμα 4.7: Κωδικοποιημένο σύνορο *fork* με παραμέτρους $W_{\max} = 1, D_{\max} = 1, l_{sw} = 10$. Αριστερά βλέπουμε το αρχικό σύνορο και τα σημεία ελέγχου που προκύπτουν από τον αλγόριθμο κωδικοποίησης. Δεξιά παρουσιάζεται η καμπύλη B-spline που περιγράφεται από τα κωδικοποιημένα σημεία ελέγχου. Το κόστος κωδικοποίησης είναι ίσο με 0.79 bpp.

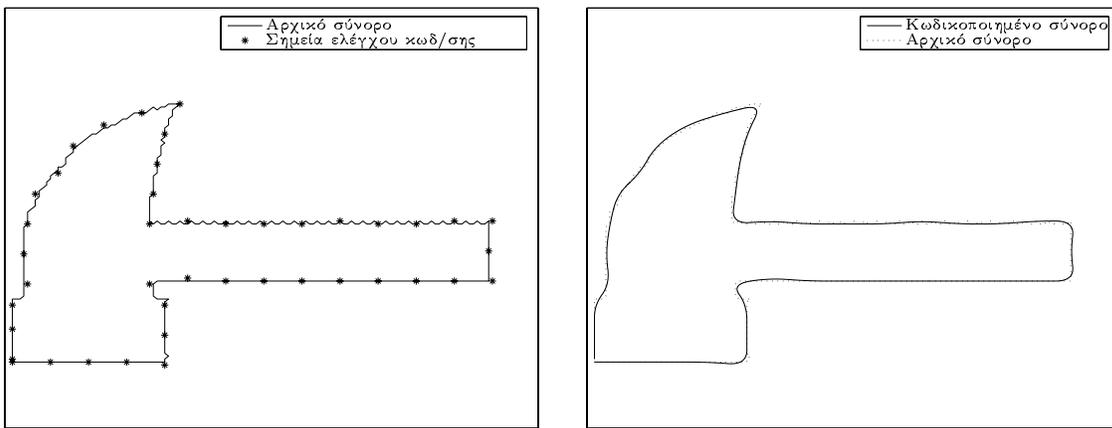
χρησιμοποιήσουμε λιγότερα bits. Η κωδικοποίηση Huffman είναι κατάλληλη για ένα τέτοιο σχήμα κωδικοποίησης.

Ένα ενδιαφέρον πείραμα είναι η μη κωδικοποίηση των ζευγών με μικρή πιθανότητα εμφάνισης, ώστε να μειωθεί το μέγεθος του συνόλου συμβόλων κωδικοποίησης. Κάτι τέτοιο θα μείωνε το ελάχιστο και το μέγιστο μήκος των συμβόλων, με αποτέλεσμα οι μεταβάσεις στον κατευθυνόμενο γράφο, που αντιστοιχούν σε ζεύγη με μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης, να παρουσιάζουν μειωμένο βάρος. Στις μεταβάσεις που αντιστοιχούν σε ζεύγη με μικρή πιθανότητα εμφάνισης, που δεν έχουν κωδικοποιηθεί, ανατίθεται άπειρο βάρος. Μια τέτοια δοκιμή, όπως αποδεικνύεται, μειώνει τις δυνατότητες επιλογής του βέλτιστου συνδυασμού σημείων. Το αποτέλεσμα είναι η επιλογή περισσότερων σημείων ελέγχου για την αναπαράσταση του συνόρου, που οδηγεί σε αύξηση του συνολικού κόστους κωδικοποίησης.

4.6 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Ο αλγόριθμος για τον προσδιορισμό της καμπύλης με το χαμηλότερο κόστος κωδικοποίησης υλοποιήθηκε στο πλαίσιο αυτής της εργασίας σε γλώσσα προγραμματισμού C. Ο αλγόριθμος λαμβάνει ως είσοδο τις συντεταγμένες των σημείων που αποτελούν το σύνορο του αντικειμένου και παράγει ένα bitstream κωδικοποίησης των σημείων ελέγχου, τα οποία υπολογίζει με βέλτιστο τρόπο σε ότι αφορά το κόστος κωδικοποίησης, για δεδομένη παραμόρφωση. Ως παράμετροι εισόδου δίνονται το εύρος της ζώνης του συνόλου αποδεκτών σημείων, W_{\max} , το εύρος της ζώνης παραμόρφωσης, D_{\max} , και το μήκος του κυλιόμενου παραθύρου, l_{sw} .

Παράλληλα με τον αλγόριθμο κωδικοποίησης υλοποιήθηκε σε γλώσσα προγραμματισμού Python και ένας αλγόριθμος αποκωδικοποίησης του λαμβανόμενου bitstream. Μετά την αποκωδικοποίηση των σημείων ελέγχου μπορούμε να υπολογίσουμε την καμπύλη προ-

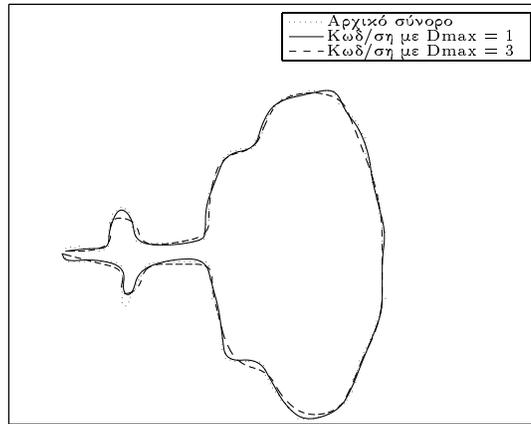


Σχήμα 4.8: Κωδικοποιημένο σύνορο *hammer* με παραμέτρους $W_{\max} = 1, D_{\max} = 1, \ell_{sw} = 10$. Αριστερά βλέπουμε το αρχικό σύνορο και τα σημεία ελέγχου που προκύπτουν από τον αλγόριθμο κωδικοποίησης. Δεξιά παρουσιάζεται η καμπύλη B-spline που περιγράφεται από τα κωδικοποιημένα σημεία ελέγχου. Το κόστος κωδικοποίησης είναι ίσο με 0.66 bpp.

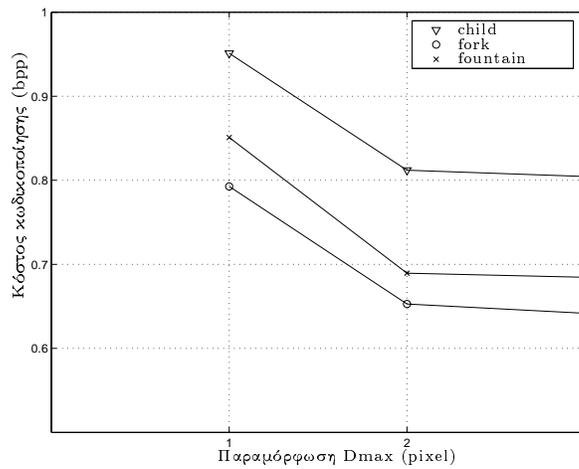
σέγγισης του συνόρου. Μερικά παραδείγματα κωδικοποίησης, για διαφορετικές τιμές των παραμέτρων εισόδου, παρουσιάζονται στα σχήματα 4.7 και 4.8. όπου παρατηρούμε τα σημεία ελέγχου και την καμπύλη κωδικοποίησης που περιγράφει το σύνορο. Διαπιστώνουμε ότι η μείωση του κόστους κωδικοποίησης μπορεί πράγματι να συνδυαστεί με υψηλή ποιότητα του κωδικοποιημένου σχήματος. Ως μειονεκτήματα του αλγορίθμου θα αναφέρουμε την αυξημένη χρονική πολυπλοκότητα και τις απαιτήσεις σε μνήμη. Η πολυπλοκότητα αυξάνεται με το μέγεθος του αποδεκτού συνόλου σημείων ελέγχου, δηλαδή το εύρος W_{\max} , και το μήκος του παραθύρου ℓ_{sw} , που πολλαπλασιάζουν το πλήθος των δυνατών μεταβάσεων στον κατευθυνόμενο γράφο. Επιλέγοντας ωστόσο μικρές τιμές για το εύρος W_{\max} και αυξάνοντας το μήκος του παραθύρου μπορούμε να εκμεταλλευτούμε τις δυνατότητες του αλγορίθμου, διατηρώντας την πολυπλοκότητα σε όχι ιδιαίτερα υψηλό επίπεδο.

Έλεγχος κόστους κωδικοποίησης και παραμόρφωσης. Στο Σχ. 4.9 παρατηρούμε μια διαφορετική κωδικοποίηση του συνόρου *hammer* με αποδεκτό εύρος ζώνης παραμόρφωσης ίσο με 3. Αν και τα αποτελέσματα είναι καλύτερα σε ότι αφορά το κόστος κωδικοποίησης η αλλοίωση της μορφής του συνόρου είναι αισθητή. Στο Σχ. 4.10 παρατηρούμε πως διαμορφώνεται η σχέση μεταξύ κόστους κωδικοποίησης και παραμόρφωσης για διάφορα σχήματα.

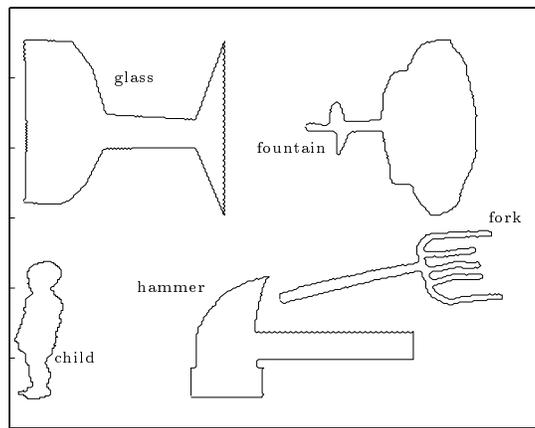
Βελτίωση της κωδικοποίησης με προσαρμογή στο σύνορο. Είναι γεγονός ότι η απόδοση του αλγορίθμου κωδικοποίησης που περιγράψαμε εξαρτάται από το σχήμα κωδικοποίησης. Χρησιμοποιώντας κωδικοποίηση Huffman αυτό μεταφράζεται στην κατάλληλη ανάθεση πιθανότητας εμφάνισης κάθε συμβόλου. Όπως προαναφέραμε χρησιμοποιούμε μεγαλύτερες πιθανότητες εμφάνισης των συμβόλων που κωδικοποιούν μικρές κατά απόλυτη τιμή γωνίες. Θα δούμε στη συνέχεια πώς μπορούμε να επιτύχουμε την περαιτέρω ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης με ένα σχήμα κωδικοποίησης που θα προκύψει με



Σχήμα 4.9: Κωδικοποίηση συνόρου *fountain*. Παρουσιάζονται δύο διαφορετικές κωδικοποιήσεις του συνόρου με παραμέτρους $W_{\max} = 1, D_{\max} = 1, \ell_{sw} = 10$ και $W_{\max} = 1, D_{\max} = 3, \ell_{sw} = 10$. Το κόστος κωδικοποίησης σε κάθε περίπτωση είναι 0.85 και 0.68 bpp, αντίστοιχα. Η αύξηση της ζώνης παραμόρφωσης D_{\max} μειώνει το κόστος κωδικοποίησης, οδηγεί όμως σε χειρότερη προσέγγιση του συνόρου.



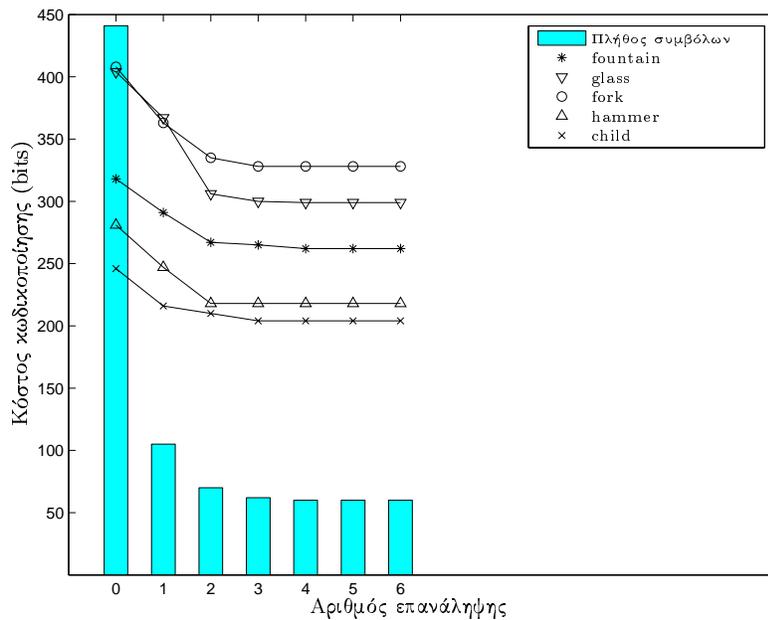
Σχήμα 4.10: Κόστος κωδικοποίησης (bpp) για διάφορες τιμές της ζώνης παραμόρφωσης ($D_{\max} = 1, 2, 3$ pixels). Αυξάνοντας τη ζώνη παραμόρφωσης το κόστος κωδικοποίησης μειώνεται.



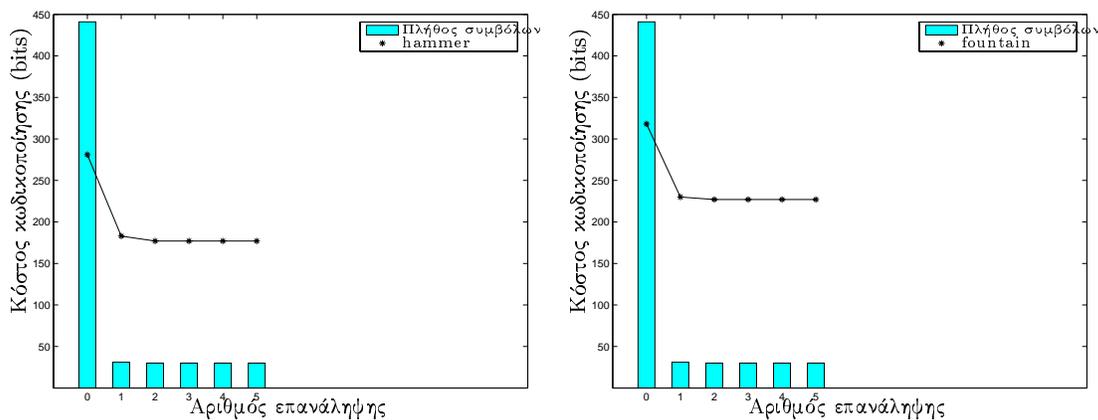
Σχήμα 4.11: Μορφές συνόρων που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα.

τα αποτελέσματα κωδικοποίησης των συνόρων του Σχ. 4.11.

Με βάση το σχήμα κωδικοποίησης που περιγράψαμε στην προηγούμενη ενότητα, κατασκευάζουμε βιβλίο κωδικοποίησης (codebook) που αποτελείται από 441 σύμβολα, κατάλληλο για κωδικοποίηση με μέγιστο μήκος παραθύρου ίσο με 10. Πραγματοποιούμε κωδικοποίηση για κάθε σύνоро και καταγράφουμε τη συχνότητα εμφάνισης των συμβόλων. Με τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε, μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα νέο βιβλίο κωδικοποίησης, αναθέτοντας μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης στα σύμβολα που παρατηρήθηκαν με μεγαλύτερη συχνότητα και μηδενική πιθανότητα στα σύμβολα που δεν παρατηρήθηκαν. Πραγματοποιούμε νέα κωδικοποίηση των συνόρων και βλέπουμε το κόστος να μειώνεται αισθητά. Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία, έπειτα από μερικές επαναλήψεις, το κόστος κωδικοποίησης για κάθε σύνоро συγκλίνει σε κάποια τιμή. Τα αποτελέσματα αυτού του πειράματος για διάφορες μορφές συνόρων παρουσιάζονται στο Σχ. 4.12. Στο Σχ. 4.13 παρατηρούμε τα αποτελέσματα εφαρμογής μιας αντίστοιχης επαναληπτικής διαδικασίας, για μία συγκεκριμένη μορφή συνόρου. Όπως αναμένεται η σύγκλιση επιτυγχάνεται σε λιγότερα βήματα και με μικρότερο συνολικό κόστος κωδικοποίησης.



Σχήμα 4.12: Κωδικοποίηση μετά από μελέτη της πιθανότητας εμφάνισης των συμβόλων για διάφορες μορφές συνόρων. Αρχικά, χρησιμοποιούμε ένα βιβλίο συμβόλων (441 σύμβολα) που κατασκευάζεται σύμφωνα με το προτεινόμενο σχήμα. Η συχνότητα εμφάνισης των συμβόλων που προκύπτει από την κωδικοποίηση των συνόρων χρησιμοποιείται για την επανασχεδίαση του βιβλίου συμβόλων. Στο νέο βιβλίο συμβόλων δεν περιλαμβάνονται σύμβολα που δεν εμφανίστηκαν στην κωδικοποίηση των συνόρων. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται και οδηγεί σε σύγκλιση του κόστους κωδικοποίησης σε μια βέλτιστη τιμή.



Σχήμα 4.13: Κωδικοποίηση προσαρμοσμένη στο σύνορο για τα παραδείγματα *hammer* και *fountain*. Αρχικά, χρησιμοποιούμε ένα βιβλίο συμβόλων (441 σύμβολα) που κατασκευάζεται σύμφωνα με το προτεινόμενο σχήμα. Η συχνότητα εμφάνισης των συμβόλων που προκύπτει από την κωδικοποίηση κάθε συνόρου χρησιμοποιείται για την επανασχεδίαση του βιβλίου συμβόλων, το οποίο προσαρμόζεται έτσι στο συγκεκριμένο σύνορο. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται και οδηγεί σε σύγκλιση του κόστους κωδικοποίησης σε μια βέλτιστη τιμή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΑΠΟΚΡΥΨΗ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΣΤΟ ΣΥΝΟΡΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

Όταν αναφερόμαστε σε απόκρυψη σφάλματος στο σχήμα αντικειμένου βίντεο (shape error concealment), εννοούμε τεχνικές για την αποκατάσταση του σχήματος ενός αντικειμένου σε ένα πλαίσιο βίντεο, για το οποίο η πληροφορία που μεταδόθηκε είναι ελλιπής, εξαιτίας σφαλμάτων στο κανάλι μετάδοσης. Θεωρούμε, δηλαδή, ότι κατά τη μετάδοση καταστρέφεται κάποιο πακέτο, με αποτέλεσμα η πληροφορία που φτάνει στον αποκωδικοποιητή να μην επαρκεί για την πλήρη αναπαράσταση του αντικειμένου. Το σφάλμα που εμφανίζεται αφορά γενικά την υφή (texture) και το σχήμα (shape) του αντικειμένου.

Στην παρούσα εργασία θα αναφερθούμε σε τεχνικές που αφορούν απόκρυψη σφάλματος στο σύνορο του αντικειμένου (boundary error concealment). Θα θεωρήσουμε δηλαδή ότι το σχήμα κωδικοποιείται με το περίγραμμά του, στο οποίο αναφερόμαστε ως σύνορο του αντικειμένου. Το σφάλμα περιλαμβάνει την καταστροφή πληροφορίας που περιγράφει ένα τμήμα του συνόρου. Το τμήμα αυτό προσπαθούμε να το ανακατασκευάσουμε αξιοποιώντας την πληροφορία που έχει ληφθεί σωστά.

Οι τεχνικές που έχουν προταθεί για απόκρυψη σφάλματος του συνόρου ενός αντικειμένου χωρίζονται σε τρεις κατηγορίες. Τεχνικές που αξιοποιούν πληροφορία που έχει ληφθεί σε προηγούμενα πλαίσια αναφέρονται ως χρονικές (temporal techniques). Τεχνικές που βασίζονται σε πληροφορία που υπάρχει στην περιοχή του απολεσθέντος τμήματος στο τρέχον πλαίσιο αναφέρονται ως χωρικές (spatial techniques). Υπάρχουν επίσης τεχνικές που συνδυάζουν τις δύο προηγούμενες και αναφέρονται ως χωρο-χρονικές τεχνικές (spatial-temporal techniques).

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε σε χωρικές τεχνικές και θα προτείνουμε μια νέα τεχνική για την ανακατασκευή του απολεσθέντος τμήματος, χρησιμοποιώντας τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες (splines).

5.1 Χωρικές τεχνικές απόκρυψης σφάλματος

Οι τεχνικές που έχουν προταθεί για χωρική απόκρυψη σφάλματος στο σύνορο ενός αντικειμένου έχουν ως στόχο την κατασκευή κάποιας καμπύλης που θα συνδέει “ομαλά” τα τμήματα του συνόρου που βρίσκονται εκατέρωθεν του απολεσθέντος τμήματος. Συνήθως βασίζονται στην αναπαράσταση των γειτονικών τμημάτων με καμπύλες προσέγγισης (approximation curves), από τις οποίες είναι δυνατή η κατασκευή μιας νέας καμπύλης απόκρυψης (concealment curve). Επομένως το πρόβλημα της απόκρυψης αποτελείται από δύο υποπροβλήματα. Η αναπαράσταση του γνωστού τμήματος του συνόρου αποτελεί εξίσου σημαντικό πρόβλημα με αυτό της απόκρυψης του απολεσθέντος τμήματος. Οι ιδιότητες των καμπυλών προσέγγισης είναι τα δεδομένα που θα χρησιμοποιήσουμε για τη δημιουργία της νέας καμπύλης, με σκοπό να πετύχουμε μια όσο το δυνατόν “ομαλότερη” σύνδεση. Στη συνέχεια θα παρουσιάσουμε τις σημαντικότερες εργασίες που προτείνουν τρόπους επίλυσης αυτού του προβλήματος.

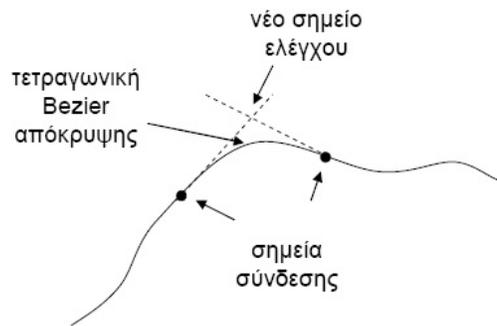
5.1.1 Απόκρυψη σφάλματος με τετραγωνική καμπύλη Bezier

Στην εργασία των Chen, Cho, Chi [4] προτείνεται κατασκευή μιας τετραγωνικής καμπύλης Bezier για την απόκρυψη του τμήματος του συνόρου που έχει χαθεί κατά τη μετάδοση. Για την περιγραφή μιας καμπύλης δευτέρου βαθμού απαιτείται ο προσδιορισμός τριών σημείων ελέγχου. Ως τέτοια χρησιμοποιούνται τα δύο άκρα του γνωστού συνόρου, ενώ το τρίτο υπολογίζεται από την τομή των εφαπτομενικών στα άκρα ευθειών (Σχ. 5.1). Για τον υπολογισμό των κλίσεων των εφαπτομένων χρησιμοποιούνται σε κάθε πλευρά οκτώ σημεία.

Η μέθοδος, αν και μπορεί να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε κάποιες απλές περιπτώσεις, εμφανίζει σοβαρά μειονεκτήματα. Η τετραγωνική καμπύλη Bezier μπορεί να παραστήσει μόνο κυρτό ή κοίλο σύνορο. Εάν το σύνορο είναι περισσότερο πολύπλοκο, τότε η απόκρυψη αποτυγχάνει. Επίσης εάν οι εφαπτομενικές στα άκρα ευθείες δεν τέμνονται ή τέμνονται πολύ μακριά, τότε οδηγούμαστε σε αποτυχία. Τέλος ο τρόπος εκτίμησης της κλίσης της εφαπτομένης βασίζεται σε αρκετά περιορισμένη πληροφορία και θα λέγαμε ότι δίνει φτωχά αποτελέσματα.

5.1.2 Προσέγγιση του γνωστού συνόρου με τετραγωνικό πολυώνυμο και απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite

Οι Schuster, Li και Katsaggelos στο [23] προτείνουν προσέγγιση τμήματος του γνωστού συνόρου με τετραγωνικό πολυώνυμο και κατασκευή κυβικού πολυωνύμου ως καμπύλη απόκρυψης. Το κυβικό πολυώνυμο απαιτείται να έχει πρώτη παράγωγο ίση με την πρώτη παράγωγο του πολυωνύμου προσέγγισης, σε κάθε άκρο (πολυώνυμο Hermite), έτσι ώστε τα τρία πολυώνυμα να συνδέονται ομαλά, αποτελώντας μια τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη Hermite (Hermite spline). Για την κατασκευή του τετραγωνικού πολυωνύμου σε κάθε τμήμα του γνωστού συνόρου χρησιμοποιούνται 20 περίπου σημεία. Οι συντελεστές του τετραγωνικού πολυωνύμου υπολογίζονται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Για



Σχήμα 5.1: Απόκρυψη σφάλματος σε σύνορο αντικειμένου με τετραγωνική καμπύλη Bezier [4]. Τα σημεία που ορίζουν το τμήμα του συνόρου που έχει χαθεί αποτελούν τα σημεία σύνδεσης. Η τετραγωνική καμπύλη Bezier προσδιορίζεται από τα σημεία σύνδεσης και ένα νέο σημείο ελέγχου, που προκύπτει από την τομή των εφαπτομενικών, στα σημεία σύνδεσης, ευθειών.

τον προσδιορισμό των συντελεστών του κυβικού πολυωνύμου επιλύεται ένα γραμμικό σύστημα τεσσάρων εξισώσεων. Δύο εξισώσεις προκύπτουν από την απαίτηση το πολυώνυμο να διέρχεται από τα άκρα του γνωστού συνόρου και δύο από την απαίτηση να έχει σε κάθε άκρο την ίδια παράγωγο με το αντίστοιχο τετραγωνικό πολυώνυμο προσέγγισης.

Η μέθοδος είναι απλή και δίνει αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα σε πολλές περιπτώσεις. Παρόλα αυτά η επιλογή του τετραγωνικού πολυωνύμου για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου δεν μπορεί να θεωρηθεί ικανοποιητική, ειδικά σε περιπτώσεις που το σύνορο εμφανίζει κάποια πολυπλοκότητα, όπως για παράδειγμα περισσότερα από ένα σημεία καμπής. Σε μια τέτοια περίπτωση η συμπεριφορά του συνόρου δεν μπορεί να αποδοθεί από ένα τετραγωνικό πολυώνυμο. Επίσης η επιλογή 20 σημείων του συνόρου εκατέρωθεν του απολεσθέντος τμήματος, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η μορφή του συνόρου, μπορεί να οδηγήσει την προσέγγιση σε αποτυχία. Η επιτυχία της απόκρυψης με κυβικό πολυώνυμο Hermite εξαρτάται καθοριστικά από την επιτυχία της προσέγγισης, από την οποία υπολογίζεται η τιμή της πρώτης παραγώγου.

5.1.3 Κυβικές καμπύλες Bezier για προσέγγιση του γνωστού συνόρου και απόκρυψη σφάλματος

Οι Soares και Pereira στο [27], τόσο για την προσέγγιση τμήματος του γνωστού συνόρου όσο και για την καμπύλη απόκρυψης χρησιμοποιούν κυβικές καμπύλες Bezier. Η προσέγγιση του γνωστού συνόρου βασίζεται σε επαναληπτικό αλγόριθμο που εξασφαλίζει ότι το σφάλμα της προσέγγισης δεν υπερβαίνει κάποιο όριο. Συγκεκριμένα ο αλγόριθμος ξεκινά με N σημεία του γειτονικού συνόρου και τα προσεγγίζει με κυβικό πολυώνυμο χρησιμοποιώντας ελάχιστα τετράγωνα. Αν η προσέγγιση δεν ικανοποιεί το περιθώριο σφάλματος, πραγματοποιείται μια νέα επανάληψη με $N - 2$ σημεία κ.ο.κ. Το κυβικό πολυώνυμο που

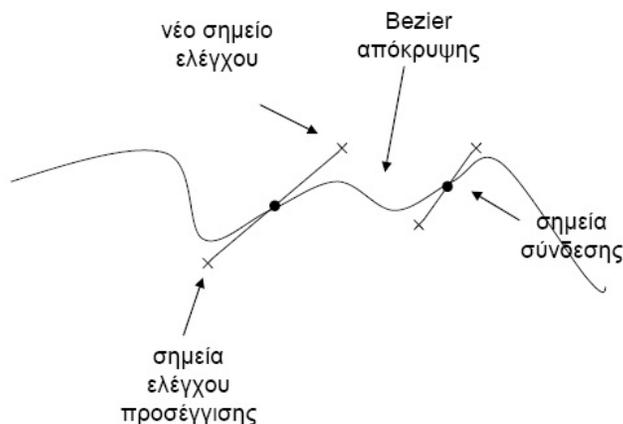
προκύπτει τελικά, γράφεται σε μορφή καμπύλης Bezier, τα σημεία ελέγχου της οποίας χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία της καμπύλης απόκρυψης ως εξής: Σε κάθε άκρο, γειτονικό προς το απολεσθέν τμήμα, λαμβάνεται η εφαπτομένη της καμπύλης προσέγγισης. Έστω $P_\ell^0, P_\ell^1, P_\ell^2, P_\ell^3$ τα σημεία ελέγχου που περιγράφουν την κυβική καμπύλη Bezier, που προσεγγίζει το αριστερό, σε σχέση με το απολεσθέν, τμήμα του συνόρου. Το σημείο P_ℓ^3 ταυτίζεται με το δεξιό άκρο αυτού του τμήματος. Η εφαπτομένη συνδέει το άκρο P_ℓ^3 με το σημείο ελέγχου της καμπύλης προσέγγισης P_ℓ^2 που βρίσκεται πριν το άκρο. Επί της εφαπτομένης υπολογίζεται ένα νέο σημείο, συμμετρικό ως προς το άκρο, με το σημείο ελέγχου της καμπύλης προσέγγισης που βρίσκεται πριν το άκρο (Σχ. 5.2). Με αυτόν τον τρόπο προκύπτουν τέσσερα σημεία ελέγχου (τα δύο άκρα και τα δύο συμμετρικά επί των εφαπτομένων), με τα οποία κατασκευάζεται μια κυβική καμπύλη Bezier, που χρησιμοποιείται ως καμπύλη απόκρυψης.

Σε ό,τι αφορά την καμπύλη προσέγγισης, τα αποτελέσματα είναι καλύτερα σε σχέση με το τετραγωνικό πολυώνυμο που χρησιμοποιείται στο [23], δεν μπορούμε όμως να πούμε ότι επιτυγχάνει πάντοτε να συλλάβει την κατεύθυνση κίνησης του συνόρου. Έτσι, αν και η καμπύλη απόκρυψης που κατασκευάζεται με αυτόν τον τρόπο αποτελεί μια ικανοποιητική λύση σε πολλές περιπτώσεις, σε κάποιες άλλες τα νέα σημεία ελέγχου απομακρύνονται αρκετά από τα άκρα και μάλιστα σε λάθος κατεύθυνση και δεν οδηγούν σε ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Από τη μελέτη των υπάρχουσών εργασιών σε ότι αφορά τη χωρική απόκρυψη σφάλματος σε σύνορο ενός αντικειμένου, συμπεραίνουμε ότι για τη βελτίωση των αποτελεσμάτων απαιτείται μια καλύτερη προσέγγιση του γνωστού συνόρου. Επειδή το γνωστό σύνορο συχνά εμφανίζει ιδιαίτερη πολυπλοκότητα, η προσέγγιση με κάποιο πολυώνυμο δεν είναι ικανοποιητική. Χρειαζόμαστε καμπύλες που να μπορούν να αναπαραστήσουν περισσότερο σύνθετες μορφές. Τέτοιες καμπύλες είναι οι τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες. Με κατάλληλο ορισμό ενός διανύσματος κόμβων μπορούμε να κατασκευάσουμε μια τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη επιθυμητού βαθμού, που να προσεγγίζει τα σημεία του γνωστού συνόρου ικανοποιητικά. Οι καμπύλες αυτές θα χρησιμοποιηθούν και στην κατασκευή της καμπύλης απόκρυψης. Οι μέθοδοι που προτείνονται στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου του αντικειμένου και την κατασκευή της καμπύλης απόκρυψης, αποτελούν το αντικείμενο των δύο επόμενων ενοτήτων.

5.2 Προσέγγιση του συνόρου ενός αντικειμένου βίντεο

Ένα σύνορο μπορεί να είναι ιδιαίτερα πολύπλοκο και να εμφανίζει συχνά μεταβαλλόμενη μονοτονία και πολλά σημεία καμπής. Επειδή στόχος της προσέγγισης είναι η εκτίμηση της κατεύθυνσης κίνησης της καμπύλης, η έρευνά μας επικεντρώνεται σε καμπύλες προσέγγισης που διατηρούν τη μορφή του συνόρου (shape preserving). Για την επιλογή του βαθμού της καμπύλης βασική απαίτηση είναι η δυνατότητα υπολογισμού παραγώγων τουλάχιστον πρώτης τάξης. Ο περιορισμός του πλήθους των υπολογισμών μας οδηγεί στη χρησιμοποίηση καμπυλών όχι ιδιαίτερα υψηλού βαθμού. Άλλωστε το ανθρώπινο μάτι μπορεί να αντιληφθεί



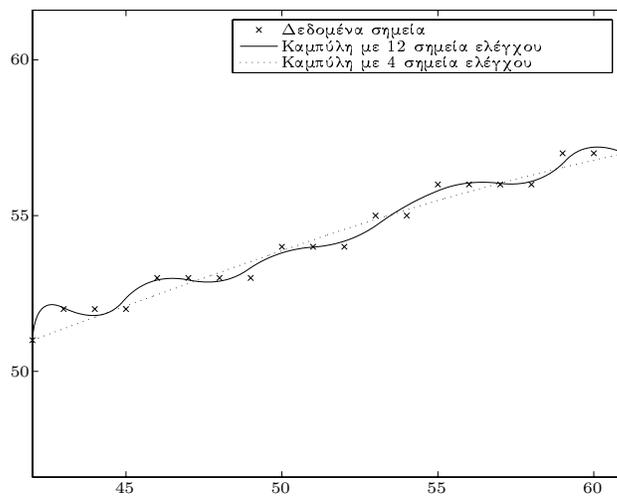
Σχήμα 5.2: Απόκρυψη σφάλματος σε σύνορο αντικειμένου με κυβική καμπύλη Bezier [27]. Τα σημεία που ορίζουν το τμήμα του συνόρου που έχει χαθεί αποτελούν τα σημεία σύνδεσης. Στο σχήμα παρουσιάζεται ο τρόπος υπολογισμού των νέων σημείων ελέγχου επί των εφαπτομενικών, στα σημεία σύνδεσης, ευθειών. Ένα τέτοιο σημείο είναι συμμετρικό του σημείου ελέγχου της προσέγγισης που βρίσκεται πριν το σημείο σύνδεσης, σε κάθε πλευρά του γνωστού συνόρου.

διαφορές στην ομαλότητα κυρίως πρώτης τάξης και σε κάποιες περιπτώσεις μέχρι και δεύτερης. Επομένως η χρήση τετραγωνικών ή κυβικών καμπυλών ικανοποιεί τους παραπάνω περιορισμούς. Δεδομένου του βαθμού της καμπύλης, αναζητούμε καμπύλες που έχουν την ιδιότητα διατήρησης της μορφής του συνόρου. Θα ερευνήσουμε λοιπόν καμπύλες που παράγονται από συναρτήσεις βάσης όπως είναι οι B-splines αλλά και οι T-splines που διατηρούν τη μονοτονία. Η προσέγγιση με T-splines είναι αυτή που δίνει καλύτερη εκτίμηση της κατεύθυνσης του συνόρου και θα χρησιμοποιηθεί στον αλγόριθμο προσέγγισης.

Για την προσέγγιση μέρους του συνόρου που βρίσκεται εκατέρωθεν του απολεσθέντος τμήματος θα ακολουθήσουμε τα εξής βήματα:

1. Επιλογή τμήματος του συνόρου του αντικειμένου.
2. Υπολογισμός καμπύλης προσέγγισης με χρήση συναρτήσεων βάσης T-splines.
3. Έλεγχος σφάλματος προσέγγισης.

Θα περιγράψουμε κάθε βήμα αναλυτικά. Θα ξεκινήσουμε από το βήμα 2, όπου θα εξηγήσουμε την επιλογή των συναρτήσεων βάσης T-splines για την προσέγγιση του συνόρου. Στη συνέχεια θα δούμε με ποιο τρόπο πρέπει να επιλεγεί το τμήμα του συνόρου που θα προσεγγίσουμε, ώστε να αξιοποιήσουμε καλύτερα τις δυνατότητες που μας δίνει ο συγκεκριμένος τρόπος προσέγγισης. Τέλος, για να επιτύχουμε τη βέλτιστη προσέγγιση, θα χρησιμοποιήσουμε επαναληπτικό αλγόριθμο, το πλήθος των επαναλήψεων του οποίου καθορίζεται από την τιμή του σφάλματος προσέγγισης.



Σχήμα 5.3: Προσέγγιση μέρους του συνόρου με B-splines.

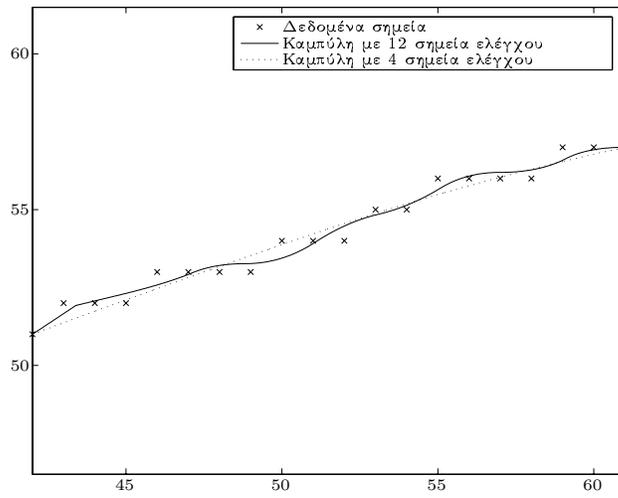
5.2.1 Επιλογή καμπύλης προσέγγισης

Το σύνορο ενός αντικειμένου αποτελείται από ένα ταξινομημένο σύνολο σημείων. Στο κεφάλαιο 3 μελετήσαμε τον τρόπο υπολογισμού της προσέγγισης ενός ταξινομημένου συνόλου σημείων με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας splines. Θα εφαρμόσουμε τις μεθόδους που μελετήσαμε σε τμήματα του συνόρου ενός αντικειμένου. Η προσέγγιση με splines αποτελείται από ένα σύνολο τμηματικά πολυωνυμικών συναρτήσεων, το πλήθος των οποίων είναι συνήθως μικρότερο από το πλήθος των σημείων των οποίων ζητούμε την προσέγγιση. Η παράμετρος αυτή καθορίζει το πλήθος των συντελεστών των συναρτήσεων βάσης (σημεία ελέγχου) και την επιλογή του διανύσματος κόμβων, παίζοντας σημαντικό ρόλο στη μορφή της καμπύλης.

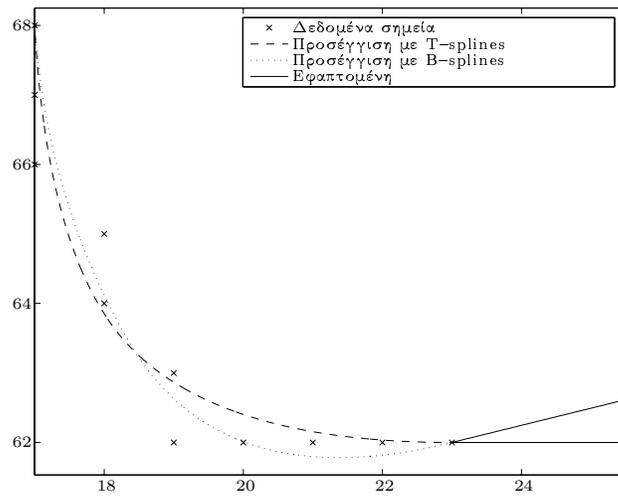
Εφαρμόζοντας τη μέθοδο προσέγγισης με B-splines, που παρουσιάστηκε στην ενότητα 3.6, υπολογίσαμε τις δύο προσεγγίσεις που βλέπουμε στο Σχ. 5.3. Παρατηρώντας το σχήμα διαπιστώνουμε ότι η καμπύλη προσέγγισης με τους περισσότερους συντελεστές, προσεγγίζει αρκετά καλά τα σημεία με την έννοια του μέσου τετραγωνικού σφάλματος, εμφανίζει όμως “ταλαντώσεις”. Οι “ταλαντώσεις” αυτές έχουν ως αποτέλεσμα να μην διατηρείται η μορφή του συνόρου και οδηγούν σε εσφαλμένη εκτίμηση της κατεύθυνσης του συνόρου στα άκρα. Η προσέγγιση βελτιώνεται ως προς το ζήτημα της κατεύθυνσης, αν χρησιμοποιήσουμε λιγότερους συντελεστές. Στην περίπτωση αυτή, παρόλο που το απόλυτο σφάλμα προσέγγισης αυξάνεται, η μορφή της καμπύλης ακολουθεί πιο πιστά τη μορφή του συνόλου των σημείων.

Ωστόσο, η μείωση των συντελεστών δεν εξασφαλίζει πάντοτε τη διατήρηση της μορφής των σημείων. Ένα χαρακτηριστικό που σχετίζεται με τη διατήρηση της μορφής είναι η διατήρηση της μονοτονίας των σημείων [2], όπως αυτή ορίστηκε στην ενότητα 3.5.1. Για να διασφαλίσουμε τη διατήρηση της μονοτονίας των σημείων και να οδηγηθούμε σε μια καλύτερη εκτίμηση της κατεύθυνσης του συνόρου, θα χρησιμοποιήσουμε προσέγγιση με T-splines.

Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 3, οι T-splines είναι μια κατηγορία συναρτήσεων, που απο-



Σχήμα 5.4: Προσέγγιση μέρους του συνόρου με T-splines.



Σχήμα 5.5: Σύγκριση προσεγγίσεων με T-splines και B-splines.

τελούν βάση του διανυσματικού χώρου όλων των πολυωνυμικών συναρτήσεων και εμφανίζουν την εξής χρήσιμη ιδιότητα: εάν η τεθλασμένη γραμμή που διέρχεται από τα σημεία που θέλουμε να προσεγγίσουμε είναι αύξουσα, τότε ικανή και αναγκαία συνθήκη για να διατηρήσει η spline προσέγγισης αυτήν την ιδιότητα είναι οι συντελεστές της να είναι μη αρνητικοί αριθμοί [2]. Με βάση αυτή την ιδιότητα το πρόβλημα προσέγγισης ανάγεται σε πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων με μη αρνητικές λύσεις.

Εφαρμόζοντας τη μέθοδο προσέγγισης με T-splines, κατασκευάσαμε προσεγγίσεις που παρουσιάζονται στο Σχ. 5.4. Όπως και στην περίπτωση των B-splines, θα πρέπει να προκαθορίσουμε το πλήθος των συντελεστών προσέγγισης. Αν και η διατήρηση της μονοτονίας μειώνει σημαντικά τον κίνδυνο εμφάνισης ανεπιθύμητων “ταλαντώσεων”, για να διατηρήσουμε τη μορφή της καμπύλης θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε αρκετά λιγότερους συντελεστές σε σχέση με το πλήθος των αρχικών σημείων.

Στο Σχ. 5.5 παρουσιάζεται σύγκριση μεταξύ μιας προσέγγισης με B-splines και μιας προσέγγισης με T-splines. Το πλήθος των αρχικών σημείων είναι 11 και το πλήθος των συντελεστών προσέγγισης και στις δύο περιπτώσεις είναι τέσσερα. Παρατηρούμε ότι η προσέγγιση με B-splines δεν διατηρεί τη μονοτονία σε αντίθεση με την προσέγγιση με T-splines. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα σημαντική διαφορά στις κλίσεις των εφαιπτομένων των καμπυλών στο δεξιό άκρο του τμήματος του συνόρου.

Εύκολα λοιπόν, συμπεραίνει κανείς ότι η καμπύλη που βασίζεται σε T-splines είναι η καταλληλότερη στην περίπτωση προσέγγισης του γνωστού συνόρου, στο πρόβλημα απόκρυψης σφάλματος. Οι T-splines επιτυγχάνουν καλύτερα από τις B-splines να αναπαραστήσουν την κατεύθυνση κίνησης της καμπύλης, χαρακτηριστικό που θα μας χρησιμεύσει στην κατασκευή της καμπύλης απόκρυψης.

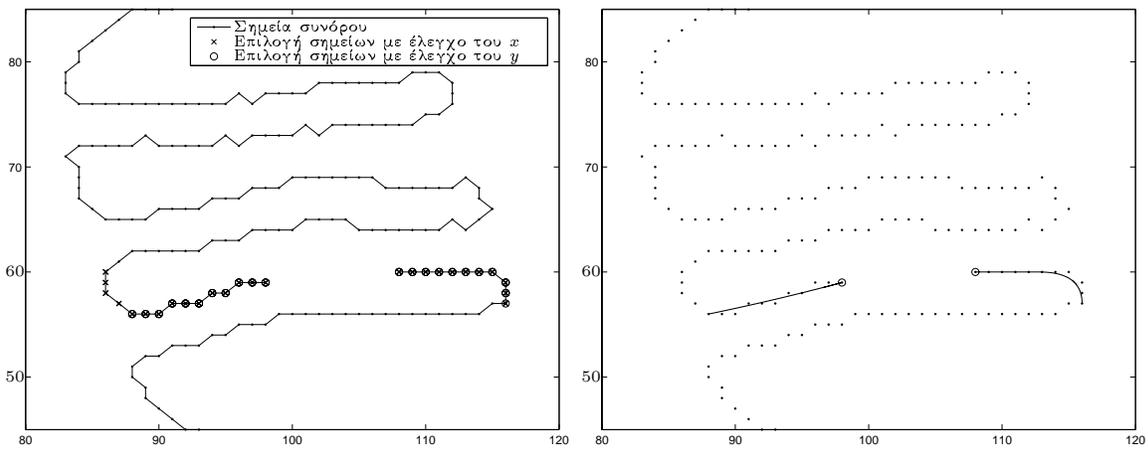
5.2.2 Επιλογή τμήματος του συνόρου εκατέρωθεν του απολεσθέντος τμήματος

Πριν εφαρμόσουμε τη μέθοδο προσέγγισης θα πρέπει να διερευνήσουμε τη μορφή του συνόρου και να επιλέξουμε με κατάλληλο τρόπο τα σημεία που θα προσεγγίσουμε. Το τμήμα του συνόρου που θα επιλεγεί, πρέπει να μπορεί να προσεγγισθεί με μαθηματική συνάρτηση που εμφανίζει μονότονη συμπεριφορά, ώστε να είναι δυνατή η προσέγγισή του με T-splines. Εξετάζοντας κάθε σημείο που βρίσκεται αριστερά (δεξιά) του αριστερού (δεξιού) σημείου σύνδεσης, ένα σημείο $Q_i = (x_i, y_i)$ επιλέγεται όταν

$$x_i \leq x_{i+1}, \text{ για κάθε } i = 0, \dots, k, \quad (5.1)$$

$$x_i \geq x_{i+1}, \text{ για κάθε } i = 0, \dots, k. \quad (5.2)$$

20 σημεία αρκούν στις περισσότερες περιπτώσεις για να δώσουν μια ικανοποιητική εικόνα της μορφής του συνόρου που βρίσκεται εκατέρωθεν του απολεσθέντος, άρα $k \leq 20$. Εάν ισχύει η συνθήκη (5.2), δηλαδή κατά την επιλογή των σημείων κινούμαστε με αρνητική φορά ως προς τον άξονα x (Σχ. 5.6), τότε, αφού επιλέξουμε το σύνολο των σημείων, θα πρέπει



Σχήμα 5.6: Επιλογή μέρους του συνόρου και προσέγγιση με T-splines. Αρχικά, ο αλγόριθμος εξετάζει τα σημεία του συνόρου ως προς τη συντεταγμένης x , για να εξασφαλίσει ότι το τμήμα που θα επιλεγεί, μπορεί να προσεγγισθεί από κάποια συνάρτηση (συνθήκες (5.1), (5.2)). Στη συνέχεια, ελέγχεται η μονοτονία των σημείων που επιλέχθηκαν, έτσι ώστε να καταλήξουμε σε μονότονο τμήμα του συνόρου (συνθήκες (5.3), (5.4)). Δεξιά παρουσιάζεται η προσέγγιση των επιλεγμένων τμημάτων του συνόρου με T-splines.

να το διατάξουμε αντίστροφα. Στο Σχ. 5.6 βλέπουμε ένα παράδειγμα επιλογής σημείων με βάση τον έλεγχο της συντεταγμένης x .

Στη συνέχεια θα πρέπει από το σύνολο των k σημείων του προηγούμενου βήματος, να επιλέξουμε $q \leq k$ σημεία που εμφανίζουν μονότονη συμπεριφορά. Ακολουθεί νέα σάρωση του συνόρου κατά την οποία επιλέγονται σημεία που ικανοποιούν μία από τις συνθήκες:

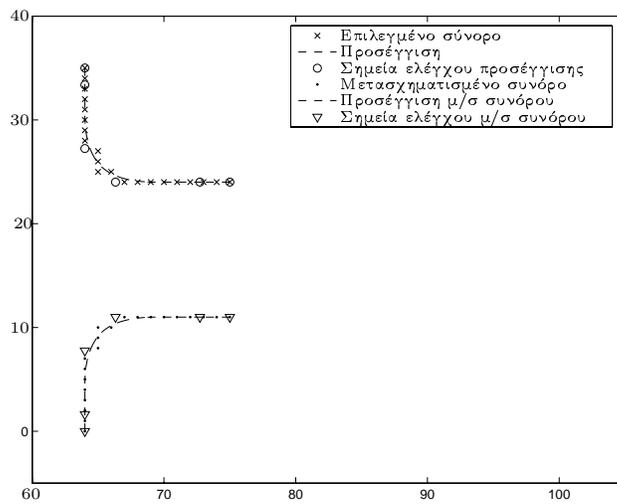
$$\text{Αν } x_i \leq x_{i+1}, \text{ τότε } y_i \leq y_{i+1}, \text{ για κάθε } i = 0, \dots, q, \quad (\text{αύξουσα μονοτονία}) \quad (5.3)$$

$$\text{Αν } x_i \leq x_{i+1}, \text{ τότε } y_i \geq y_{i+1}, \text{ για κάθε } i = 0, \dots, q, \quad (\text{φθίνουσα μονοτονία}). \quad (5.4)$$

Στο Σχ. 5.6 βλέπουμε την επιλογή σημείων προσέγγισης με βάση τη μονοτονία.

Αν η μονοτονία των δεδομένων είναι φθίνουσα, πρέπει το πρόβλημα να μετατραπεί κατάλληλα, με αλλαγή του συστήματος συντεταγμένων. Για τον υπολογισμό της προσέγγισης, αρχικά λαμβάνουμε τα συμμετρικά σημεία του συνόρου ως προς τον άξονα x , $\tilde{Q}_i = (x_i, -y_i)$, τα οποία μετατοπίζουμε κατάλληλα ως προς τους άξονες x, y , ώστε να ισχύει $x_i \geq 0, y_i \geq 0, i = 0, \dots, q$. Προκύπτει έτσι ένα σύνολο σημείων $\{\hat{Q}_i\}$, που αποτελεί το μετασχηματισμένο σύνολο (Σχ. 5.7). Τα σημεία \hat{Q}_i εμφανίζουν αύξουσα μονοτονία και είναι δυνατή η προσέγγισή τους με T-splines. Αφού υπολογίσουμε τα σημεία ελέγχου της προσέγγισης, \hat{P}_j , ακολουθώντας αντίστροφα βήματα από αυτά του υπολογισμού των \hat{Q}_i , λαμβάνουμε τα σημεία ελέγχου P_j που περιγράφουν την προσέγγιση των Q_i .

Πρέπει να σημειώσουμε ότι οι συνθήκες (5.3) και (5.4) που αποτελούν έναν μαθηματικό ορισμό της μονοτονίας, δεν είναι απαραίτητο να ισχύουν για όλα τα σημεία που θα επιλεγούν. “Μικρές” διακυμάνσεις ως προς τη μονοτονία δεν πρέπει να ληφθούν υπόψη και ο αλγόριθμος επιλογής σημείων θα πρέπει να είναι “ελαστικός” με τέτοιες διακυμάνσεις. Στο Σχ. 5.8 βλέπουμε ότι παρόλο που η τεθλασμένη γραμμή που ενώνει τα σημεία δεν είναι



Σχήμα 5.7: Προσέγγιση συνόρου με φθίνουσα καμπύλη. Στην περίπτωση που το τμήμα του συνόρου που έχει επιλεγεί για προσέγγιση έχει φθίνουσα μονοτονία, τότε θα πρέπει να μετασχηματιστεί κατάλληλα, ώστε να μπορεί να προσεγγισθεί με αύξουσα καμπύλη. Με αντίστροφο μετασχηματισμό των σημείων ελέγχου της αύξουσας καμπύλης, προκύπτουν τα σημεία ελέγχου που περιγράφουν την προσέγγιση του αρχικού συνόρου.

αύξουσα, επειδή οι διακυμάνσεις ως προς τη μονοτονία είναι πολύ μικρές, θεωρούμε ότι τα σημεία πρέπει να προσεγγισθούν με αύξουσα καμπύλη. Αντίστοιχα πρέπει να αντιμετωπιστούν και οι συνθήκες (5.1) και (5.2).

5.2.3 Προτεινόμενος αλγόριθμος προσέγγισης του γνωστού συνόρου

Ένας βέλτιστος αλγόριθμος προσέγγισης θα πρέπει να καταλήγει σε καμπύλη που διατηρεί τη μορφή των δεδομένων και ελαχιστοποιεί το σφάλμα προσέγγισης. Στη διατήρηση της μορφής των δεδομένων παίζει καθοριστικό ρόλο, όπως είδαμε στη ενότητα 5.2.1, η επιλογή λίγων συντελεστών προσέγγισης (σημεία ελέγχου). Χρησιμοποιώντας μια περιγραφή με πλήθος συντελεστών ίσο με το 1/4 του πλήθους των σημείων του συνόρου που προσεγγίζουμε, οδηγούμαστε συνήθως σε ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα. Σε περιπτώσεις όμως που το σύνορο είναι ιδιαίτερα πολύπλοκο, η επιλογή αυτή δεν αποτελεί τη βέλτιστη. Θα χρησιμοποιήσουμε λοιπόν επαναληπτικό αλγόριθμο προσέγγισης.

Για την επίτευξη προσέγγισης που περιγράφει το σύνολο των σημείων με μικρή απόκλιση ορίζουμε ένα περιθώριο σφάλματος. Η μη ικανοποίηση του περιθωρίου αυτού οδηγεί σε νέα επανάληψη με διαφορετικές παραμέτρους προσέγγισης. Οι παράμετροι που αλλάζουν σε μια επανάληψη είναι οι εξής:

1. Το πλήθος των συντελεστών προσέγγισης.
2. Το τμήμα του συνόρου που περιγράφει η προσέγγιση.

Για δεδομένο τμήμα του συνόρου και εφόσον η προσέγγιση δεν ικανοποιεί το περιθώριο σφάλματος, αυξάνουμε το πλήθος των συντελεστών κατά 1 και επαναλαμβάνουμε τους

υπολογισμούς. Εάν η καμπύλη προσέγγισης δεν επιτύχει να περιγράψει ικανοποιητικά τα δεδομένα σημεία και η τιμή της παραμέτρου προσέγγισης ξεπεράσει το $1/2$ του πλήθους των αρχικών σημείων, αυτό σημαίνει ότι το τμήμα του συνόρου που έχει επιλεγεί είναι ιδιαίτερα σύνθετο (π.χ. πολλά σημεία καμπής). Επομένως θα πρέπει να περιοριστεί το μήκος του και να υπολογιστεί μια νέα προσέγγιση. Ξεκινάμε νέο κύκλο επαναλήψεων μειώνοντας το μήκος του συνόρου κατά δύο σημεία κάθε φορά. Εάν το μήκος του συνόρου είναι πολύ μικρό και δεν επιτρέπεται επιπλέον μείωση, υπολογίζουμε την προσέγγιση χρησιμοποιώντας ένα ελάχιστο επιτρεπόμενο πλήθος σημείων ελέγχου (τρία σημεία ελέγχου).

Ως τιμή του περιθωρίου σφάλματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί η τιμή ένα, όπως διαπιστώνεται από πειράματα. Δεν επιτρέπουμε η τιμή του πλήθους των συντελεστών προσέγγισης να ξεπεράσει το $1/2$ του πλήθους των αρχικών σημείων, για να αποφύγουμε ανεπιθύμητες “ταλαντώσεις”.

Ο αλγόριθμος προσέγγισης είναι επομένως ο εξής:

Επίλεξε κατάλληλο τμήμα του συνόρου του αντικειμένου.

Υπολόγισε καμπύλη προσέγγισης με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων, χρησιμοποιώντας T-splines.

Υπολόγισε το σφάλμα προσέγγισης.

(a) Εάν το σφάλμα είναι μεγαλύτερο από το προκαθορισμένο όριο:

(i) Εάν το πλήθος των συντελεστών είναι μικρότερο από το $1/2$ του πλήθους των σημείων προσέγγισης, αύξησε το πλήθος των συντελεστών κατά 1 και επέστρεψε στο βήμα 2.

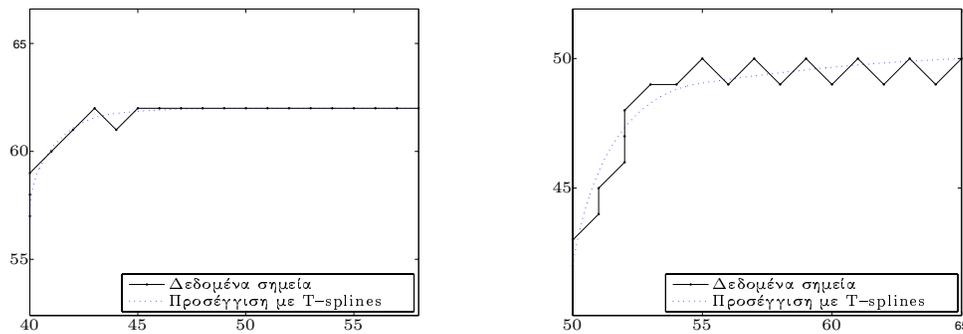
(ii) Αλλιώς:

- Εάν το μήκος του συνόρου είναι μεγαλύτερο από 10 σημεία, μείωσε το μήκος του συνόρου κατά δύο σημεία και επέστρεψε στο βήμα 2.
- Εάν το μήκος του συνόρου είναι μικρότερο από 10 σημεία, υπολόγισε καμπύλη προσέγγισης χρησιμοποιώντας τρεις συντελεστές, δηλαδή το ελάχιστο επιτρεπόμενο πλήθος συντελεστών.

(b) Αλλιώς, η προσέγγιση είναι αποδεκτή.

Θα αναφερθούμε στη συνέχεια πολύ σύντομα σε κάποιες λεπτομέρειες των υπολογισμών. Για την κατασκευή των γραμμικών εξισώσεων του προβλήματος απαιτείται ο υπολογισμός των συναρτήσεων βάσης T-splines, οι οποίες όπως είδαμε προκύπτουν από τις συναρτήσεις βάσεις B-splines. Για τον υπολογισμό των συναρτήσεων βάσης B-splines χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο που περιγράφεται στο [19].

Για τον υπολογισμό των συντελεστών των συναρτήσεων βάσης T-splines, πρέπει να επιλύσουμε ένα μη γραμμικό πρόβλημα ελαχίστων τετραγώνων με μη αρνητικές λύσεις. Για την επίλυση αυτού του προβλήματος θα χρησιμοποιήσουμε το υποπρόγραμμα lsqnonneg της matlab, που λαμβάνει ως παραμέτρους τον πίνακα συντελεστών των αγνώστων και τον



Σχήμα 5.8: Μονότονη προσέγγιση μέρους του συνόρου. “Μικρές” διακυμάνσεις ως προς τη μονοτονία δεν πρέπει να λαμβάνονται υπόψη.

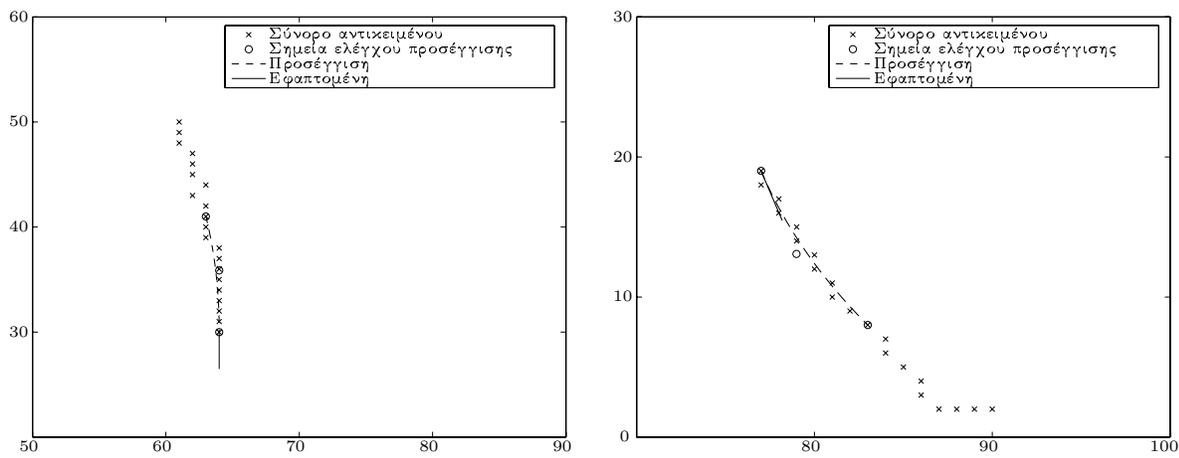
πίνακα τιμών που ζητάμε να ικανοποιούν οι γραμμικές εξισώσεις, όπως αυτοί προκύπτουν από τη σχέση (3.33).

Επειδή οι υπολογισμοί με συναρτήσεις βάσης B-splines είναι περισσότερο αποδοτικοί, είναι καλύτερα οι υπολογισμοί για την κατασκευή της καμπύλης προσέγγισης να γίνουν χρησιμοποιώντας B-splines. Αυτό μπορεί να γίνει μετατρέποντας την περιγραφή της καμπύλης με συναρτήσεις βάσης T-splines σε περιγραφή με B-splines. Αφού υπολογίσουμε τους συντελεστές των συναρτήσεων βάσης T-splines με την επίλυση του προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων, θα υπολογίσουμε τους αντίστοιχους συντελεστές των συναρτήσεων βάσης B-splines, σύμφωνα με τη σχέση (3.35).

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι ένα σοβαρό μειονέκτημα της μεθόδου προσέγγισης με T-splines είναι η αυξημένη πολυπλοκότητα. Η διερεύνηση της μορφής του συνόρου, η επίλυση μη γραμμικού προβλήματος ελαχίστων τετραγώνων, ο επαναληπτικός αλγόριθμος για τον προσδιορισμό κατάλληλης παραμέτρου προσέγγισης είναι νέα βήματα που δεν χρησιμοποιούνται στις υπάρχουσες μεθόδους. Επίσης οι υπολογισμοί που απαιτούνται για την κατασκευή μιας καμπύλης spline είναι σαφώς περισσότεροι σε σχέση με την κατασκευή μιας απλής πολυωνυμικής καμπύλης. Ειδικότερα οι συναρτήσεις βάσης T-splines έχουν, όπως είδαμε και στο κεφάλαιο 3, μεγάλο φορέα και απαιτούν πολύ περισσότερους υπολογισμούς, ακόμα και σε σχέση με τις συναρτήσεις βάσης B-splines. Όμως, παρόλο που η μέθοδος εμφανίζει υψηλό κόστος υπολογισμών, η συμβολή της στην επιτυχημένη απόκρυψη σφάλματος στο σύνορο του αντικειμένου είναι καθοριστική, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

5.3 Απόκρυψη σφάλματος απολεσθέντος συνόρου

Χρησιμοποιώντας την προτεινόμενη μέθοδο προσέγγισης του γνωστού συνόρου με T-splines, θα κατασκευάσουμε στη συνέχεια την καμπύλη απόκρυψης σφάλματος. Αναζητούμε μια καμπύλη απόκρυψης που να μπορεί να περιγράψει πραγματικά σχήματα και να συνδέεται με φυσικό τρόπο με το γνωστό σύνορο. Η περιγραφή σύνθετων σχημάτων που συναντούμε στη φύση και καταγράφονται σε μια σκηνή βίντεο, οδηγεί στη χρήση τμηματικά πολυω-



Σχήμα 5.9: Καμπύλη προσέγγισης στο αριστερό και το δεξί τμήμα του γνωστού συνόρου. Εφαπτομένη στο αριστερό και το δεξί σημείο σύνδεσης.

νυμικών καμπυλών. Για να πετύχουμε μια ομαλή σύνδεση, προσεγγίζουμε τμήματα του συνόρου εκατέρωθεν του απολεσθέντος με συνεχή καμπύλη και απαιτούμε ομαλότητα στα σημεία που θα συνδέεται η καμπύλη απόκρυψης με τις καμπύλες προσέγγισης του γνωστού συνόρου.

Τα βήματα που θα ακολουθήσουμε για την κατασκευή της καμπύλης απόκρυψης είναι τα εξής:

1. Επιλογή και προσέγγιση τμήματος του συνόρου του αντικειμένου, εκατέρωθεν του απολεσθέντος, με T-splines.
2. Υπολογισμός της κατεύθυνσης του συνόρου στα σημεία σύνδεσης.
3. Κατασκευή καμπύλης απόκρυψης με συναρτήσεις βάσης B-splines.

5.3.1 Επιλογή και προσέγγιση τμήματος του γνωστού συνόρου

Η επιλογή του τμήματος του γνωστού συνόρου γίνεται με κριτήριο το τμήμα αυτό να μπορεί να προσεγγισθεί με μονότονη συνάρτηση. Οι υπολογισμοί διευκολύνονται αν η μονοτονία των δεδομένων είναι αύξουσα. Σε περίπτωση που είναι φθίνουσα, τότε με κατάλληλο μετασχηματισμό τους λαμβάνουμε ένα σύνολο με αύξουσα μονοτονία. Οι λεπτομέρειες της επιλογής έχουν συζητηθεί στην ενότητα 5.2.

Έστω ότι επιλέγουμε ένα σύνολο σημείων $S_\ell = \{Q_\ell^0, \dots, (Q_\ell^r)\}$ αριστερά του απολεσθέντος συνόρου, στο οποίο θα αναφερόμαστε στο εξής ως αριστερό τμήμα του γνωστού συνόρου και ένα άλλο σύνολο σημείων $S_r = \{(Q_r^0, \dots, (Q_r^l)\}$ δεξιά του απολεσθέντος συνόρου, το οποίο θα αποκαλούμε δεξιό τμήμα του γνωστού συνόρου. Το σημείο Q_ℓ^r αποτελεί το δεξιότερο άκρο του αριστερού τμήματος και το Q_r^0 το αριστερότερο άκρο του δεξιού τμήματος του γνωστού συνόρου. Τα δύο αυτά σημεία αποτελούν τα άκρα του γνωστού συνόρου, τα οποία θα προσπαθήσουμε να συνδέσουμε κατασκευάζοντας μια νέα καμπύλη και θα αποκαλούνται στο εξής σημεία σύνδεσης.

Τα σημεία του αριστερού τμήματος του γνωστού συνόρου προσεγγίζονται με τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη C_ℓ , με $C_\ell(u) = (C_{\ell x}(u), C_{\ell y}(u))$. Η καμπύλη είναι δευτέρου βαθμού και την κατασκευάζουμε χρησιμοποιώντας T-splines,

$$C_\ell(u) = \sum_{i=0}^n b_\ell^i \cdot T_{i,2}(u_i), \quad u \in [0, 1], \quad (5.5)$$

έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το άθροισμα

$$\sum_{k=1}^{\nu-1} (Q_k - C_\ell(\bar{u}_k))^2 + 30 \cdot (Q_\nu - C_\ell(\bar{u}_\nu))^2 \quad (5.6)$$

και να ισχύει

$$b_\ell^i \geq 0 \quad i = 0, \dots, n. \quad (5.7)$$

Στη συνθήκη ελαχιστοποίησης δεν περιλαμβάνεται το σημείο ελέγχου b_ℓ^0 , διότι θέτουμε $b_\ell^0 = Q_0$, ώστε η προσέγγιση να διέρχεται από το πρώτο σημείο. Επίσης η ανάθεση βάρους με τιμή 30, ελαφρώς μεγαλύτερη από το πλήθος των αρχικών σημείων, στην προσέγγιση του τελευταίου σημείου έχει ως αποτέλεσμα τη διέλευση της προσέγγισης από το Q_ν . Η συνθήκη ελαχιστοποίησης (5.6) οδηγεί σε ένα γραμμικό σύστημα κανονικών εξισώσεων, το οποίο επιλύουμε απαιτώντας η λύση του να είναι μη αρνητική (σχέση (5.7)), ώστε η καμπύλη προσέγγισης που θα προκύψει να είναι αύξουσα [2]. Η κατασκευή και ο τρόπος επίλυσης των κανονικών εξισώσεων παρουσιάστηκαν στην ενότητα 3.8.

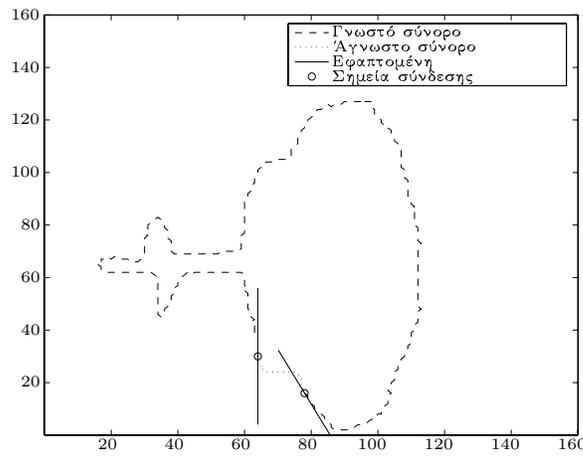
Μετά τον προσδιορισμό των συντελεστών των T-splines, για λόγους ευστάθειας και αποδοτικότητας των υπολογισμών, υπολογίζουμε τους συντελεστές που περιγράφουν την προσέγγιση με B-splines, σύμφωνα με τη σχέση

$$P_\ell^i = \sum_{j=0}^i b_\ell^j, \quad i = 0, \dots, n. \quad (5.8)$$

Για τη βελτιστοποίηση της προσέγγισης προτάθηκε στην ενότητα 5.2.3 ένας επαναληπτικός αλγόριθμος, που ρυθμίζει κατάλληλα το πλήθος των συντελεστών P_ℓ^i της προσέγγισης και το μήκος του συνόρου.

Έτσι καταλήγουμε σε μια προσέγγιση του αριστερού συνόρου που περιγράφεται από $n+1$ σημεία ελέγχου $\{P_\ell^0, P_\ell^1, \dots, P_\ell^n\}$ και το διάνυσμα κόμβων $U_\ell = (u_\ell^0, u_\ell^1, \dots, u_\ell^n)$. Με τον ίδιο τρόπο, υπολογίζουμε για το δεξιό σύνορο προσέγγιση C_r , με $C_r(u) = (C_{rx}(u), C_{ry}(u))$, $u \in [0, 1]$, που περιγράφεται από $m+1$ σημεία ελέγχου $\{P_r^0, P_r^1, \dots, P_r^m\}$ και το διάνυσμα κόμβων $U_r = (u_r^0, u_r^1, \dots, u_r^m)$.

Για την κατασκευή της καμπύλης απόκρυψης σφάλματος θα προτείνουμε μια τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη με συναρτήσεις βάσης B-splines. Η καμπύλη αυτή θα συνδέεται ομαλά με τις καμπύλες C_ℓ και C_r , επιτυγχάνοντας κοινές εφαπτομενικές ευθείες στα σημεία σύνδεσης. Αφού δείξουμε πώς υπολογίζουμε την πρώτη παράγωγο σε αυτά τα σημεία, θα περιγράψουμε τον τρόπο κατασκευής της καμπύλης απόκρυψης.



Σχήμα 5.10: Εφαπτομενικές ευθείες στα σημεία σύνδεσης του γνωστού συνόρου.

5.3.2 Υπολογισμός της κατεύθυνσης του συνόρου στα σημεία σύνδεσης

Η κλίση της εφαπτομένης σε κάποιο σημείο του συνόρου είναι ίση με την τιμή της πρώτης παραγώγου της αντίστοιχης καμπύλης προσέγγισης στο σημείο αυτό. Στην ενότητα αυτή θα περιγράψουμε τον τρόπο υπολογισμού της πρώτης παραγώγου στα σημεία σύνδεσης. Η πρώτη παράγωγος είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό των εφαπτομενικών ευθειών με τη βοήθεια των οποίων θα κατασκευάσουμε την καμπύλη απόκρυψης.

Θεωρώντας ότι το αριστερό τμήμα του συνόρου περιγράφεται από την καμπύλη προσέγγισης S_ℓ , με σημεία ελέγχου $\{P_\ell^0, P_\ell^1, \dots, P_\ell^n\}$ και διάνυσμα κόμβων $U_\ell = (u_\ell^0, u_\ell^1, \dots, u_\ell^k)$, η πρώτη παράγωγος στο αριστερό σημείο σύνδεσης δίνεται από τη σχέση

$$\left. \frac{dC_\ell(u)}{du} \right|_{u=1} = \frac{p}{1 - U_\ell^{n-p-1}} (P_\ell^n - P_\ell^{n-1}), \quad (5.9)$$

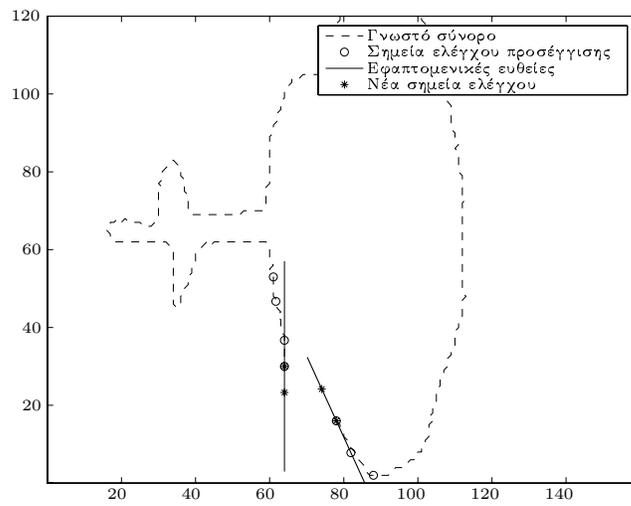
όπου p ο βαθμός της καμπύλης ($p = 2$) [19]. Σημειώνουμε ότι το αριστερό σημείο σύνδεσης ταυτίζεται με το δεξιότερο σημείο ελέγχου P_ℓ^n .

Αντίστοιχα για το δεξιό τμήμα του συνόρου, που περιγράφεται από την καμπύλη προσέγγισης C_r με σημεία ελέγχου $\{P_r^0, P_r^1, \dots, P_r^m\}$ και διάνυσμα κόμβων $U_r = (u_r^0, u_r^1, \dots, u_r^q)$, η πρώτη παράγωγος στο δεξιό σημείο σύνδεσης δίνεται από τη σχέση

$$\left. \frac{dC_r(u)}{du} \right|_{u=0} = \frac{p}{1 - U_r^{p+2}} (P_r^1 - P_r^0). \quad (5.10)$$

Το δεξιό σημείο σύνδεσης ταυτίζεται με το αριστερότερο σημείο ελέγχου P_r^0 .

Γνωρίζοντας λοιπόν τις τιμές των παραγώγων στα άκρα του γνωστού συνόρου, μπορούμε να κατασκευάσουμε τις αντίστοιχες εφαπτομενικές ευθείες, όπως φαίνεται στα σχήματα 5.9 και 5.10.



Σχήμα 5.11: Απόκρυψη σφάλματος με τετραγωνική καμπύλη B-spline. Υπολογισμός νέων σημείων ελέγχου.

5.3.3 Καμπύλη απόκρυψης σφάλματος

Ως καμπύλη απόκρυψης σφάλματος θα χρησιμοποιήσουμε καμπύλη B-spline δευτέρου βαθμού. Η καμπύλη αυτή έχει την ιδιότητα να προσεγγίζει την πολυγωνική γραμμή που σχηματίζουν τα σημεία ελέγχου που την περιγράφουν, ενώ διέρχεται από το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου.

Επειδή η καμπύλη απόκρυψης πρέπει να διέρχεται από τα σημεία σύνδεσης, τα σημεία αυτά ορίζονται να είναι το πρώτο και το τελευταίο σημείο ελέγχου. Θα υπολογίσουμε δύο επιπλέον σημεία ελέγχου, σύμφωνα με τη διαδικασία που προτάθηκε στο [27] και περιγράφεται στη συνέχεια. Έστω $P_\ell^0, P_\ell^1, \dots, P_\ell^n$, τα σημεία ελέγχου που περιγράφουν τη spline, που προσεγγίζει το αριστερό τμήμα του συνόρου. Η εφαπτομένη στο P_ℓ^n διέρχεται από το αμέσως προηγούμενο σημείο ελέγχου της spline, P_ℓ^{n-1} . Επί της εφαπτομένης υπολογίζεται το συμμετρικό σημείο του P_ℓ^{n-1} , ως προς το σημείο σύνδεσης P_ℓ^n . Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται και στο δεξιό σημείο σύνδεσης (Σχ. 5.11).

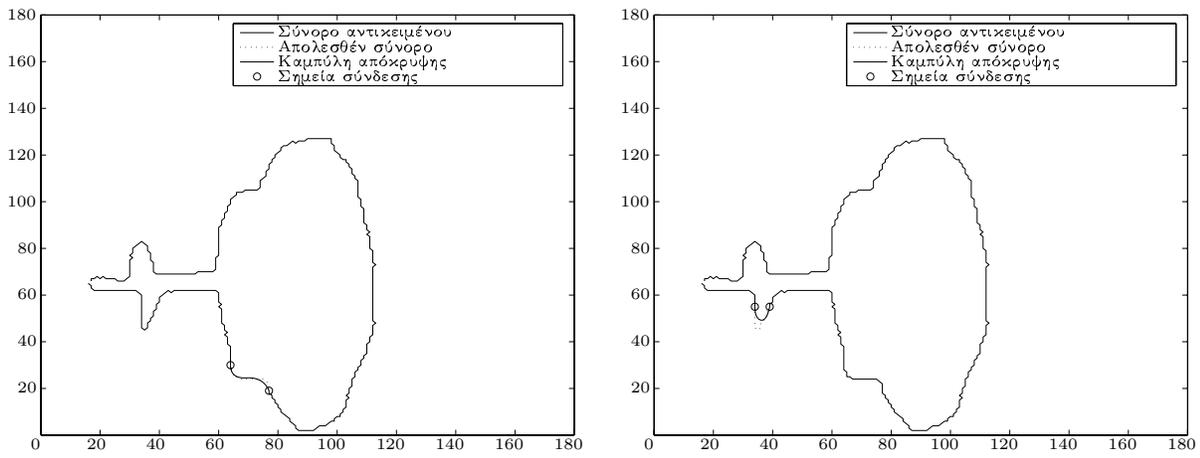
Με αυτόν τον τρόπο προκύπτουν συνολικά τέσσερα σημεία ελέγχου (τα δύο άκρα και τα δύο συμμετρικά σημεία), με τα οποία κατασκευάζεται μια τετραγωνική καμπύλη B-spline σύμφωνα με τη σχέση

$$C(u) = \sum_{i=0}^3 P_i \cdot N_{i,2}(u), \quad 0 \leq u \leq 1. \quad (5.11)$$

Επιτυγχάνουμε έτσι, ομαλή σύνδεση μεταξύ της καμπύλης απόκρυψης και των καμπυλών προσέγγισης των τμημάτων του συνόρου, εκατέρωθεν του απολεσθέντος συνόρου, διότι οι καμπύλες έχουν κοινή πρώτη παράγωγο στα σημεία σύνδεσης.

Στο Σχ. 5.12 παρουσιάζονται δύο παραδείγματα απόκρυψης σφάλματος με τετραγωνική καμπύλη B-spline. Στα παραδείγματα απεικονίζεται και η πραγματική μορφή του απολεσθέντος συνόρου, ώστε να μπορούμε να αξιολογήσουμε το αποτέλεσμα της μεθόδου απόκρυψης.

Η επιλογή της τετραγωνικής καμπύλης B-spline ως καμπύλης απόκρυψης έγινε μετά



Σχήμα 5.12: Σύνορο αντικειμένου *fountain* μετά από απόκρυψη σφάλματος με την προτεινόμενη μέθοδο. Παρουσιάζονται δύο διαφορετικές περιπτώσεις σφάλματος του συνόρου.

από σύγκριση των αποτελεσμάτων που παρήγαγαν η κυβική καμπύλη Bezier και η κυβική καμπύλη Hermite, που έχουν επίσης προταθεί στη βιβλιογραφία [27], [23]. Συγκρίναμε δηλαδή, την απόκρυψη σφάλματος που επιτυγχάνουμε, χρησιμοποιώντας για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου T-splines και για την απόκρυψη σφάλματος (i) τετραγωνική καμπύλη B-spline, (ii) κυβική καμπύλη Hermite και (iii) κυβική καμπύλη Bezier. Ο τρόπος υπολογισμού αυτών των καμπυλών και μερικά από τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Καμπύλη απόκρυψης σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite

Έστω p κυβικό πολυώνυμο,

$$p(u) = \begin{bmatrix} p_x(u) \\ p_y(u) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x u^3 + b_x u^2 + c_x u + d_x \\ a_y u^3 + b_y u^2 + c_y u + d_y \end{bmatrix}, \quad u \in [0, u_e], \quad (5.12)$$

όπου a_x, b_x, c_x, d_x και a_y, b_y, c_y, d_y οι άγνωστοι συντελεστές των κυβικών πολυωνύμων p_x και p_y , αντίστοιχα, και u_e η τιμή της παραμέτρου u στο δεξιό σημείο σύνδεσης.

Ο υπολογισμός των συντελεστών των p_x, p_y προκύπτει από την απαίτηση η πολυωνυμική καμπύλη να διέρχεται από τα άκρα του αριστερού και του δεξιού συνόρου, $(C_{\ell_x}(1), C_{\ell_y}(1))$ και $(C_{rx}(0), C_{ry}(0))$, αντίστοιχα, και να συνδέεται ομαλά με το υπάρχον σύνορο, δηλαδή οι τιμές της πρώτης παραγώγου της καμπύλης προσέγγισης και της νέας καμπύλης, στα σημεία σύνδεσης, να ταυτίζονται. Οι συνθήκες αυτές περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$\begin{cases} p_x(0) = C_{\ell_x}(1) \\ p_y(0) = C_{\ell_y}(1) \\ p_x(u_e) = C_{rx}(0) \\ p_y(u_e) = C_{ry}(0) \end{cases} \quad (5.13)$$

και

$$\begin{cases} \left. \frac{p_x(u)}{du} \right|_{u=0} = \left. \frac{dC_{\ell x}(u)}{du} \right|_{u=1} \\ \left. \frac{p_y(u)}{du} \right|_{u=0} = \left. \frac{dC_{\ell y}(u)}{du} \right|_{u=1} \\ \left. \frac{p_x(u)}{du} \right|_{u=u_e} = \left. \frac{dC_{rx}(u)}{du} \right|_{u=0} \\ \left. \frac{p_y(u)}{du} \right|_{u=u_e} = \left. \frac{dC_{ry}(u)}{du} \right|_{u=0} \end{cases} \quad (5.14)$$

Επομένως, για να υπολογίσουμε τους συντελεστές του πολυωνύμου p_x πρέπει να επιλύσουμε το γραμμικό σύστημα

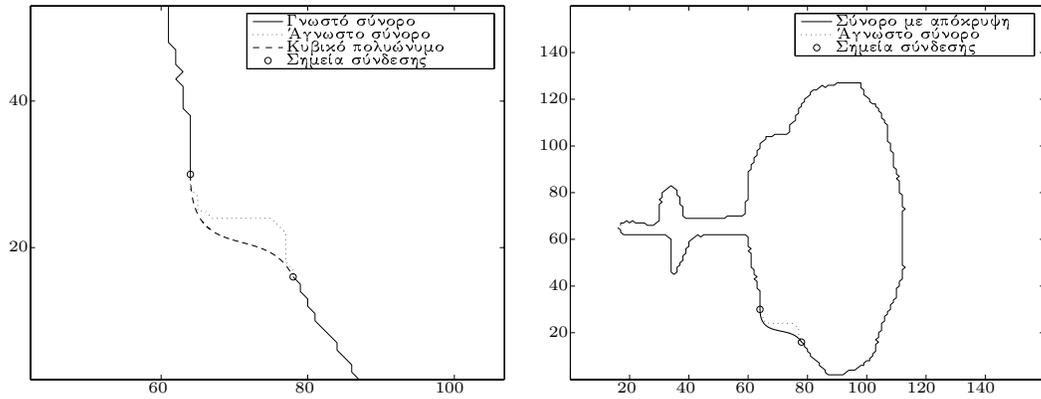
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ u_e^3 & u_e^2 & u_e & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3u_e^2 & 2u_e & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ b_x \\ c_x \\ d_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\ell x}(1) \\ C_{rx}(0) \\ \left. \frac{C_{\ell x}(u)}{du} \right|_{u=1} \\ \left. \frac{C_{rx}(u)}{du} \right|_{u=0} \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

ενώ το αντίστοιχο γραμμικό σύστημα για τους συντελεστές του πολυωνύμου p_y είναι

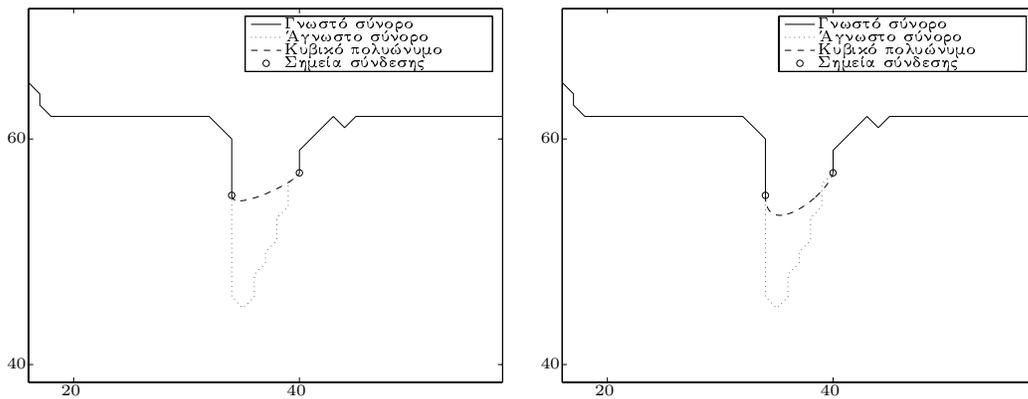
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ u_e^3 & u_e^2 & u_e & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3u_e^2 & 2u_e & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_y \\ b_y \\ c_y \\ d_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\ell y}(1) \\ C_{ry}(0) \\ \left. \frac{C_{\ell y}(u)}{du} \right|_{u=1} \\ \left. \frac{C_{ry}(u)}{du} \right|_{u=0} \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Επιλύοντας τα γραμμικά συστήματα για το παράδειγμα του Σχ. 5.10, λαμβάνουμε την καμπύλη απόκρυψης που φαίνεται στο Σχ. 5.13 Ένα σημαντικό πρόβλημα κατά την κατασκευή κυβικής πολυωνυμικής καμπύλης, είναι το πρόβλημα της παραμέτρησης. Το θέμα αυτό σχετίζεται με το μήκος της παραγόμενης καμπύλης απόκρυψης και είναι δύσκολο να επιλυθεί. Εάν ο αλγόριθμος “περιορίζει” το μήκος αυτής της καμπύλης, τότε προκύπτουν αποτελέσματα σαν αυτά του παραδείγματος 2α (Σχ. 5.14), όπου η καμπύλη “περιορίζεται”, ενώ θα έπρεπε να αποκτήσει μεγαλύτερο μήκος, έτσι ώστε να πλησιάσει τη μορφή του απολεσθέντος συνόρου. Μια διαφορετική παραμέτρηση προτείνεται στο παράδειγμα 2β (Σχ. 5.14), όπου δώσαμε τη δυνατότητα στην καμπύλη απόκρυψης να αποκτήσει μεγαλύτερο μήκος, καταλήγοντας σε ένα καλύτερο αποτέλεσμα. Εξετάζοντας ωστόσο ένα άλλο παράδειγμα (Σχ. 5.15), διαπιστώνουμε ότι η νέα παραμέτρηση προκαλεί μεγάλη παραμόρφωση στο σύνορο του αντικειμένου.

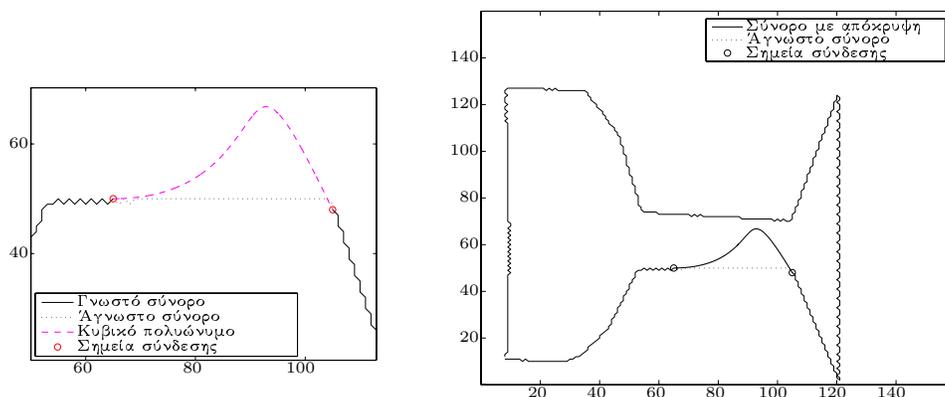
Συγκρίνουμε την καμπύλη που μας δίνει το κυβικό πολυώνυμο Hermite με την τετραγωνική καμπύλη B-spline, στο Σχ. 5.16 (παραδείγματα 1 και 2). Διαπιστώνουμε ότι η καμπύλη B-spline δεν εμφανίζει το πρόβλημα ελέγχου του μήκους. Αντίθετα θα λέγαμε ότι



Σχήμα 5.13: Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite (παράδειγμα 1). Για την προσέγγιση των γειτονικών τμημάτων του συνόρου χρησιμοποιήθηκε η προτεινόμενη μέθοδος, ενώ η καμπύλη απόκρυψης είναι ένα κυβικό πολυώνυμο Hermite, όπως προτάθηκε στο [23].



Σχήμα 5.14: Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite (παράδειγματα 2α και 2β). Συνδυασμός προτεινόμενης μεθόδου για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου και της μεθόδου που προτάθηκε στο [23] για την καμπύλη απόκρυψης. Τα δύο πολυώνυμα Hermite που παρουσιάζονται σε κάθε σχήμα προκύπτουν με διαφορετική παραμετρική.



Σχήμα 5.15: Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite (παράδειγμα 3). Συνδυασμός προτεινόμενης μεθόδου για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου και της μεθόδου που προτάθηκε στο [23] για την καμπύλη απόκρυψης. Μια κακή παραμέτρηση του πολυωνύμου Hermite οδηγεί σε έντονη παραμόρφωση του συνόρου.

εμφανίζει ως προς το χαρακτηριστικό αυτό μια ευελιξία που την καθιστά ικανή να αντιμετωπίσει αποτελεσματικότερα περισσότερες διαφορετικές περιπτώσεις απώλειας συνόρου.

Καμπύλη απόκρυψης σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier

Μια κυβική καμπύλη Bezier είναι μια απλή πολυωνυμική κυβική καμπύλη που περιγράφεται από τον πίνακα συντελεστών

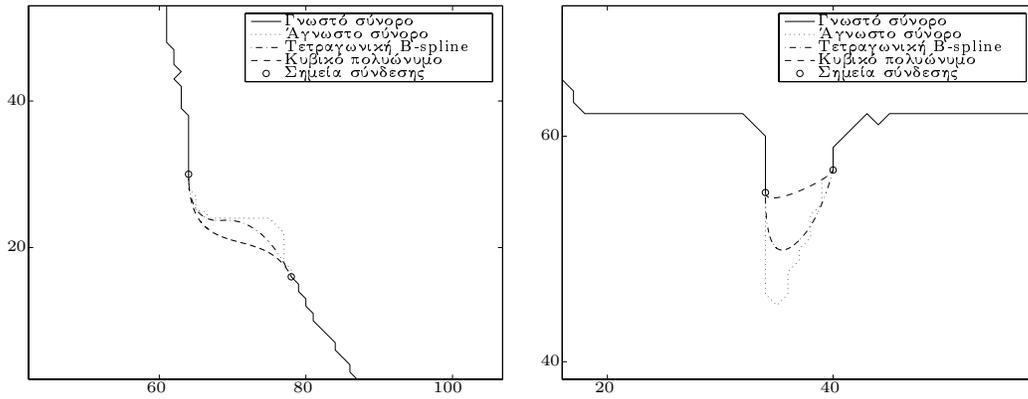
$$C = \begin{bmatrix} a_x & b_x & c_x & d_x \\ a_y & b_y & c_y & d_y \end{bmatrix}, \quad (5.17)$$

όπως είδαμε στο πολυώνυμο της σχέσης (5.12). Ο παραπάνω πίνακας μπορεί να υπολογιστεί, αν δοθούν τέσσερα σημεία ελέγχου της καμπύλης, P_1, P_2, P_3, P_4 , [27], σύμφωνα με τη σχέση

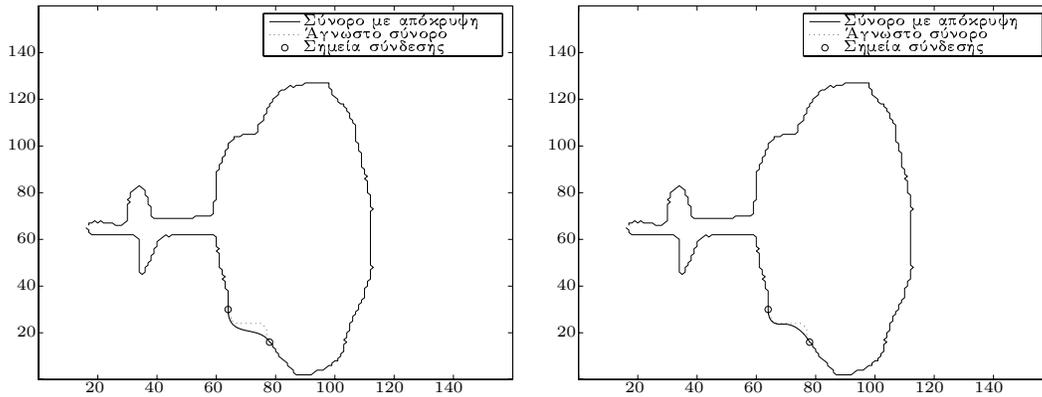
$$C = [P_1 \quad P_2 \quad P_3 \quad P_4] \cdot \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.18)$$

Η καμπύλη που κατασκευάσαμε με τα σημεία που υπολογίσαμε στο Σχ. 5.11 παρουσιάζεται στο Σχ. 5.17(a). Στο Σχ. 5.17(b) παρουσιάζεται ένα ακόμη παράδειγμα απόκρυψης με κυβική καμπύλη Bezier.

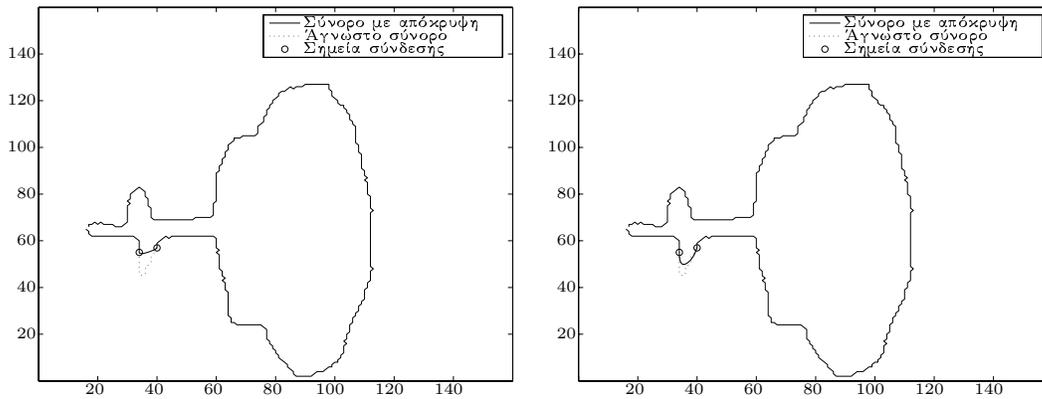
Στο Σχ. 5.18 συγκρίνουμε την τετραγωνική καμπύλη B-spline με την κυβική καμπύλη Bezier. Διαπιστώνουμε ότι η καμπύλη B-spline διέρχεται πιο κοντά από τα νέα σημεία ελέγχου, πλησιάζοντας περισσότερο το πραγματικό σύνορο. Για την ακρίβεια, η επιτυχία της απόκρυψης είναι ανάλογη με το πόσο επιτυχής είναι ο προσδιορισμός αυτών των νέων σημείων ελέγχου. Σε αυτό το θέμα είναι καθοριστικός ο ρόλος της προσέγγισης του γνωστού συνόρου με T-splines.



(a) Απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite [23] και τετραγωνική B-spline.

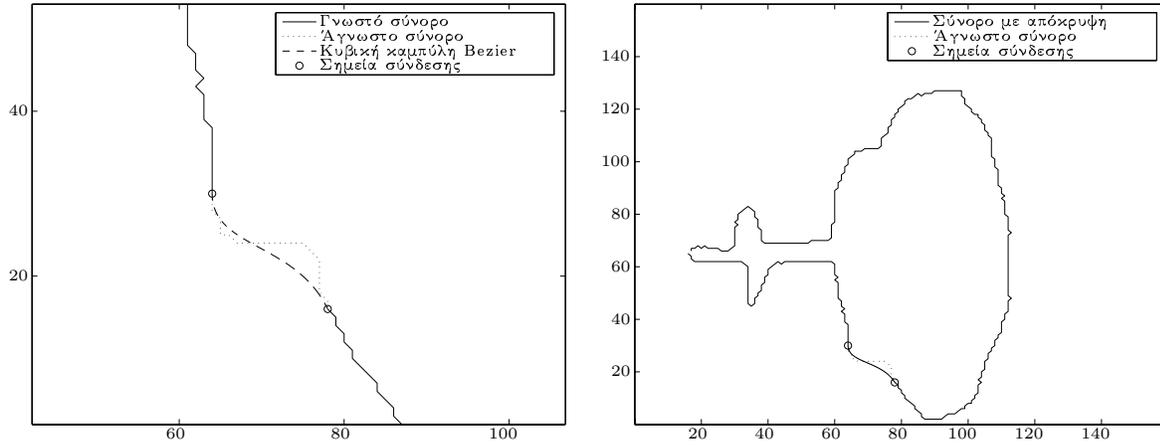


(b) Αριστερά, ανακατασκευασμένο σύνορο με κυβικό πολυώνυμο Hermite και δεξιά, με τετραγωνική B-spline (παράδειγμα 1).

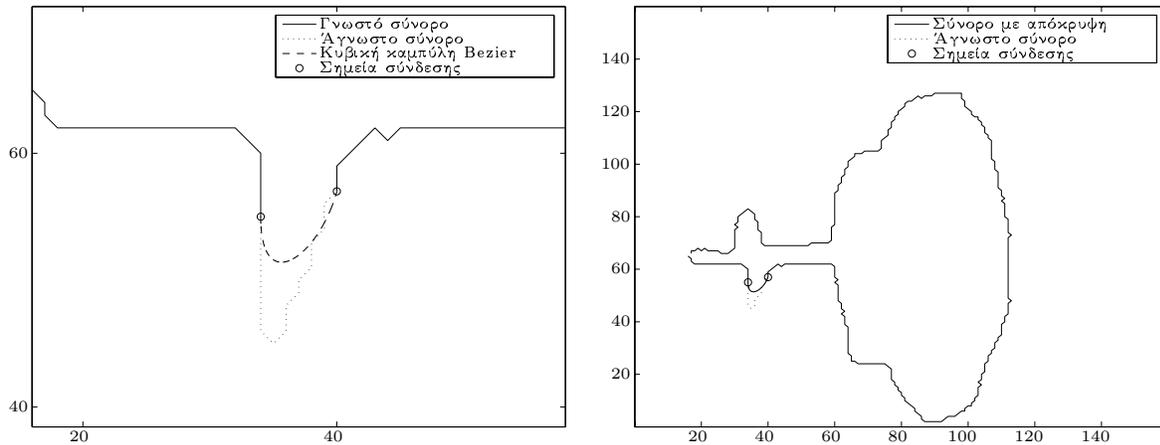


(c) Αριστερά, ανακατασκευασμένο σύνορο με κυβικό πολυώνυμο Hermite και δεξιά, με τετραγωνική B-spline (παράδειγμα 2).

Σχήμα 5.16: Σύγκριση απόκρυψης σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite [23] και με τετραγωνική B-spline. Για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου χρησιμοποιήθηκε η προτεινόμενη μέθοδος και στις δύο περιπτώσεις.

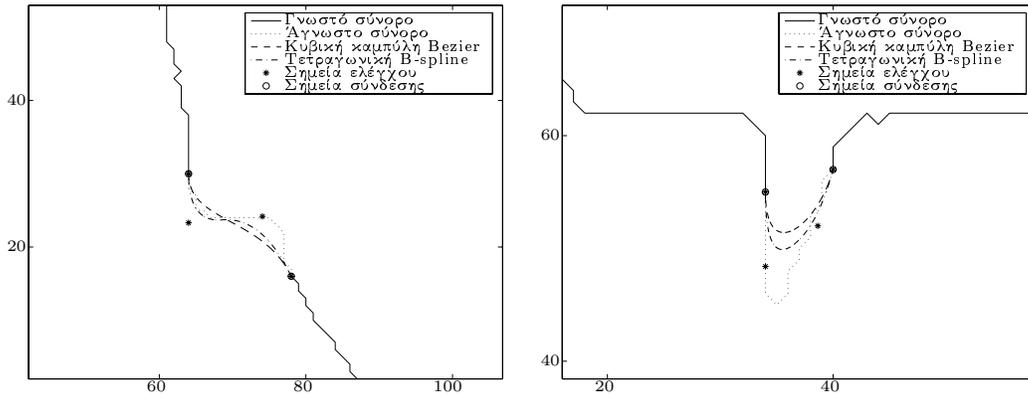


(a) Απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier (παράδειγμα 1).

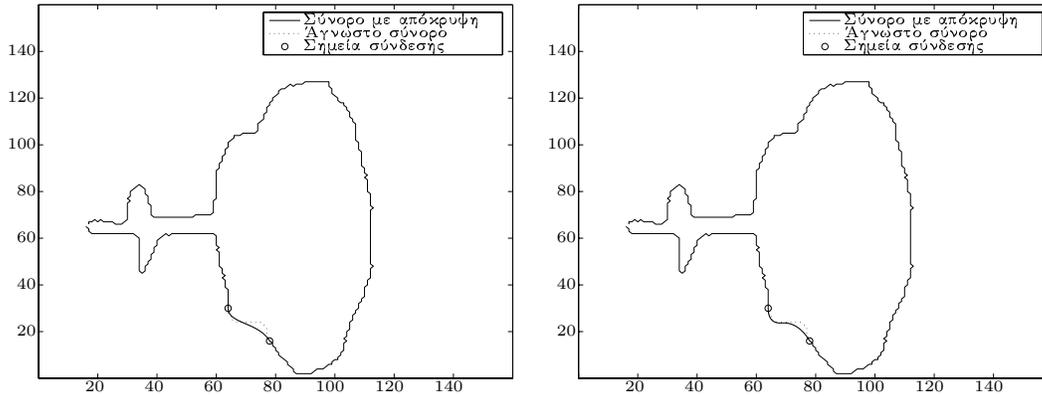


(b) Απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier (παράδειγμα 2).

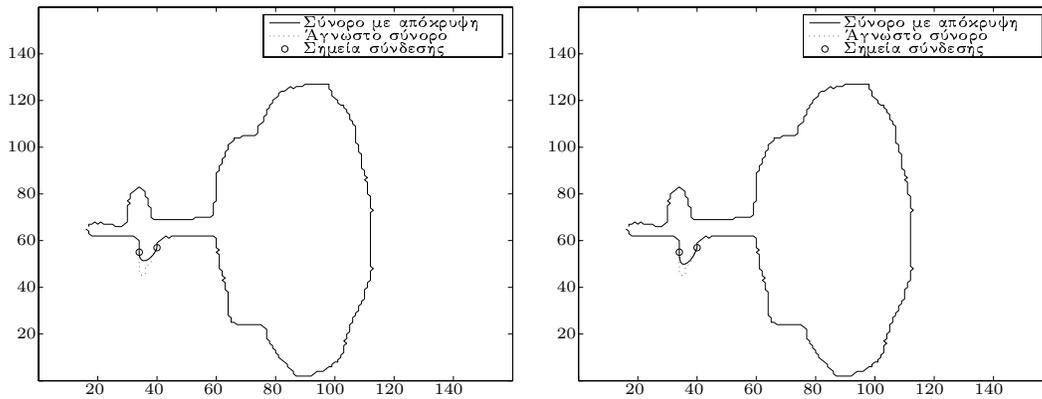
Σχήμα 5.17: Απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier. Συνδυασμός προτεινόμενης μεθόδου για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου και της μεθόδου που προτάθηκε στο [27] για την καμπύλη απόκρυψης.



(a) Απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier και με τετραγωνική B-spline.



(b) Αριστερά, ανακατασκευασμένο σύνορο με κυβική καμπύλη Bezier και δεξιά, με τετραγωνική B-spline (παράδειγμα 1).



(c) Αριστερά, ανακατασκευασμένο σύνορο με κυβική καμπύλη Bezier και δεξιά, με τετραγωνική B-spline (παράδειγμα 2).

Σχήμα 5.18: Σύγκριση απόκρυψης σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier και με τετραγωνική B-spline. Για την προσέγγιση του γνωστού συνόρου χρησιμοποιήθηκε η προτεινόμενη μέθοδος και στις δύο περιπτώσεις.

Συμπεραίνουμε ότι η τετραγωνική καμπύλη B-spline είναι η καταλληλότερη για να χρησιμοποιηθεί ως καμπύλη απόκρυψης, διότι αφενός ο “έλεγχος” του μήκους της πολυωνυμικής καμπύλης Hermite είναι ιδιαίτερα δύσκολος, αφετέρου η κυβική καμπύλη Bezier απέχει περισσότερο από το πολύγωνο που σχηματίζουν τα σημεία ελέγχου σε σχέση με την τετραγωνική B-spline (βλ. ενότητα 3.3, ιδιότητα 5).

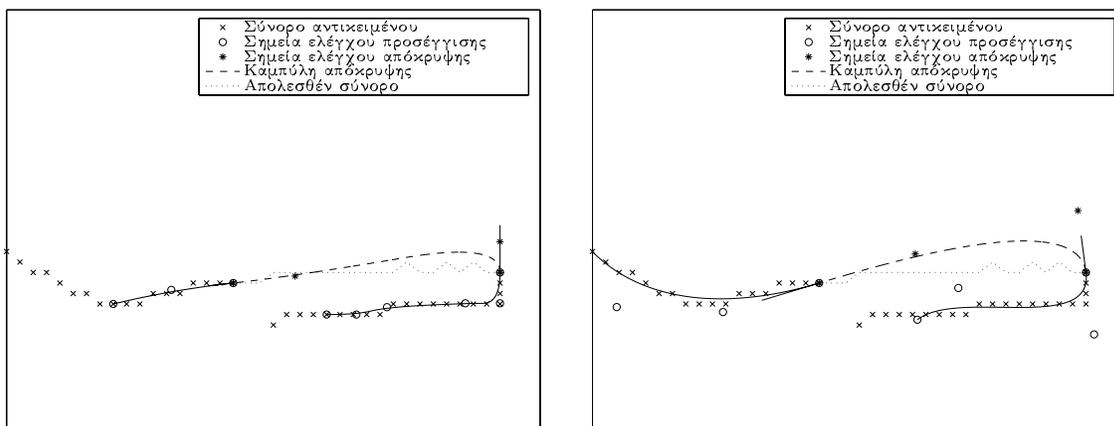
Στην επόμενη παράγραφο θα δείξουμε ότι η νέα μέθοδος καταφέρει σε πολλές περιπτώσεις να αντιμετωπίσει το πρόβλημα της απώλειας του συνόρου με μεγαλύτερη επιτυχία από τις υπάρχουσες μεθόδους που περιγράψαμε στην αρχή του κεφαλαίου.

5.4 Σύγκριση μεθόδων απόκρυψης σφάλματος

Για την καλύτερη υποστήριξη της μεθόδου που προτείνεται στην παρούσα εργασία είναι απαραίτητη η σύγκρισή της με τις επικρατέστερες υπάρχουσες μεθόδους. Όπως είδαμε μελετώντας τη βιβλιογραφία, οι πιο σημαντικές μέθοδοι για απόκρυψη σφάλματος στο σύνορο ενός αντικειμένου είναι η μέθοδος των Schuster, Li, Katsaggelos που παρουσιάζεται στο [23] και η μέθοδος των Soares και Pereira που παρουσιάζεται στο [27]. Η μέθοδος των Schuster, Li, Katsaggelos συνδυάζει προσέγγιση του γνωστού συνόρου με τετραγωνικό πολυώνυμο και απόκρυψη σφάλματος με κυβικό πολυώνυμο Hermite. Η μέθοδος των Soares και Pereira συνδυάζει προσέγγιση του γνωστού συνόρου με κυβικό πολυώνυμο και απόκρυψη σφάλματος με κυβική καμπύλη Bezier. Οι κυριότερες διαφορές των παραπάνω μεθόδων σε σχέση με την προτεινόμενη αφορούν τα εξής:

1. Τη μορφή της καμπύλης προσέγγισης των τμημάτων του γνωστού συνόρου.
2. Την κατεύθυνση των εφαπτομενικών ευθειών στα σημεία σύνδεσης.
3. Τη θέση των νέων σημείων ελέγχου (μεταξύ της [27] και της προτεινόμενης μεθόδου).
4. Τη μορφή της καμπύλης απόκρυψης.

Οι διαφορές σε ό,τι αφορά τα δύο πρώτα χαρακτηριστικά έχουν ήδη επισημανθεί στην ενότητα 5.2 και θα γίνουν φανερές στα παραδείγματα που ακολουθούν. Επίση η επιλογή της καμπύλης απόκρυψης συζητήθηκε αναλυτικά στην ενότητα 5.3.3. Σε ό,τι αφορά τον υπολογισμό των νέων σημείων ελέγχου αξίζει να σημειωθεί το εξής. Η προσέγγιση του γνωστού συνόρου με τμηματικά πολυωνυμική συνάρτηση, σε περιπτώσεις που το σύνορο είναι ιδιαίτερα σύνθετο, έχει ως αποτέλεσμα μια σύνθετη επίσης καμπύλη προσέγγισης. Αυτό συμβαίνει γιατί ο αλγόριθμος προσέγγισης, πραγματοποιώντας κάποιες επαναλήψεις, αποφασίζει να χρησιμοποιήσει περισσότερα τμήματα πολυωνυμικών συναρτήσεων ώστε να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα και να προσεγγίσει καλύτερα το σύνθετο σύνορο. Έτσι το πλήθος των σημείων ελέγχου της προσέγγισης αυξάνεται και η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται. Σε αυτή την περίπτωση τα νέα σημεία ελέγχου τοποθετούνται κοντά στα σημεία σύνδεσης, γεγονός που αποτρέπει έντονες παραμορφώσεις του συνόρου όταν κατασκευάζουμε την καμπύλη απόκρυψης.



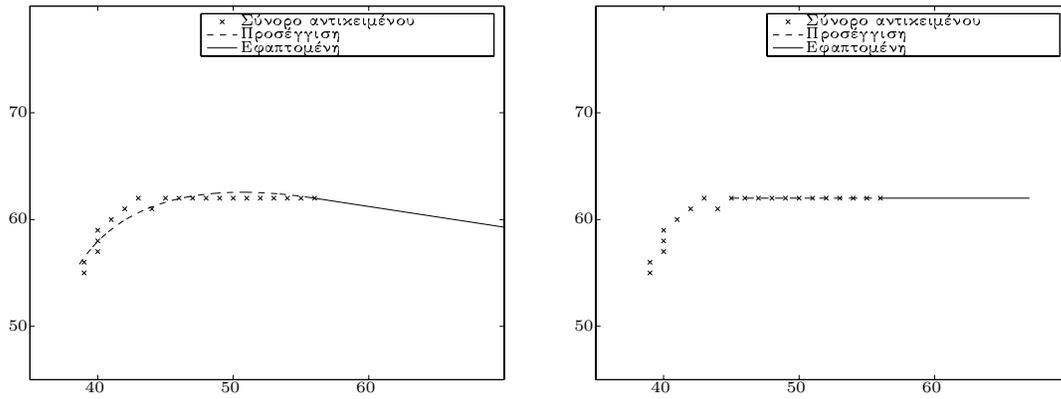
Σχήμα 5.19: Σημεία ελέγχου καμπύλης απόκρυψης προτεινόμενης μεθόδου (αριστερά) και της μεθόδου Soares-Pereira (δεξιά).

Η ιδιότητα αυτή έχει ως αποτέλεσμα η προτεινόμενη μέθοδος να είναι περισσότερο αποτελεσματική σε σύγκριση με τη μέθοδο των Soares και Pereira [27], που επίσης κατασκευάζει την καμπύλη απόκρυψης χρησιμοποιώντας νέα σημεία ελέγχου. Αυτό συμβαίνει γιατί η μέθοδος [27] περιγράφει την προσέγγιση του γνωστού συνόρου με τέσσερα σημεία ελέγχου. Αν δεν μειωθεί το μήκος του συνόρου κατά την εκτέλεση του επαναληπτικού αλγορίθμου, τότε ενδέχεται αυτά τα σημεία να απέχουν πολύ μεταξύ τους με αποτέλεσμα να επηρεάσουν αρνητικά την καμπύλη απόκρυψης. Επίσης, για την αναπαράσταση ενός σύνθετου συνόρου από κυβική καμπύλη Bezier απαιτείται κατά κανόνα απομάκρυνση των σημείων ελέγχου από το πραγματικό σύνορο. Το γεγονός αυτό είναι δυνατό να οδηγήσει σε μεγάλη παραμόρφωση του ανακατασκευασμένου συνόρου διότι επιδρά στην κατασκευή της καμπύλης απόκρυψης (Σχ. 5.19).

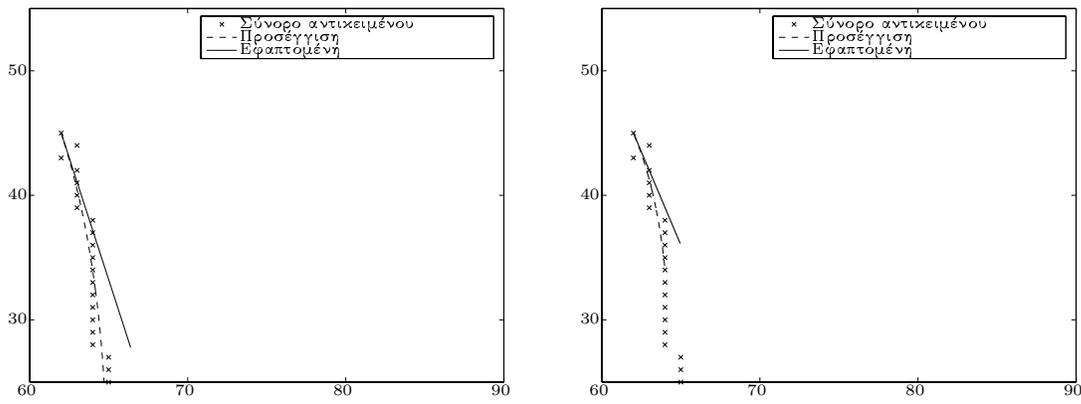
5.4.1 Σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Schuster, Li και Katsaggelos

Στη μέθοδο των Schuster, Li, Katsaggelos 20 σημεία του γνωστού συνόρου, σε κάθε ένα από τα γειτονικά του απολεσθέντος συνόρου τμήματα, προσεγγίζονται με τετραγωνικό πολυώνυμο, ενώ η καμπύλη απόκρυψης είναι ένα κυβικό πολυώνυμο Hermite.

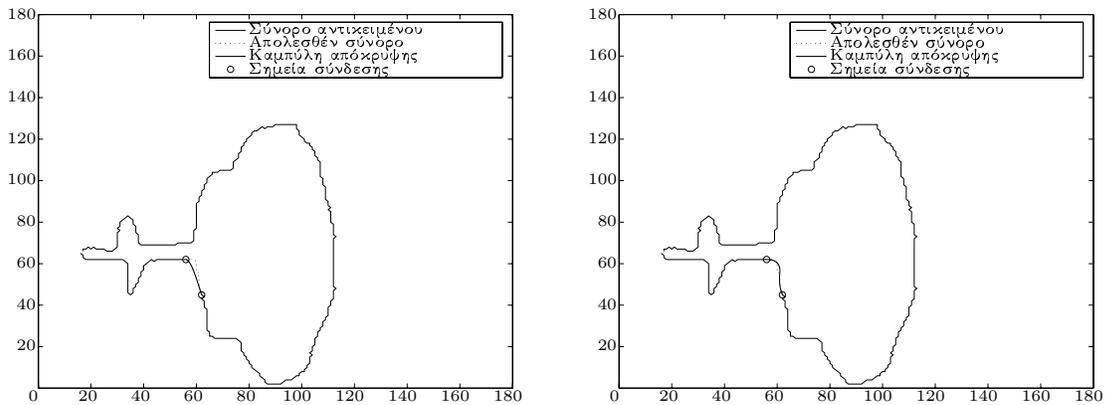
Για την ανάδειξη των διαφορών μεταξύ της μεθόδου των Schuster, Li, Katsaggelos και της προτεινόμενης μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν δύο παραδείγματα, τα *fountain* και *glass*. Στα Σχ. 5.20 (a) και (b) παρουσιάζονται οι καμπύλες προσέγγισης που υπολογίστηκαν με κάθε μέθοδο, για το αριστερό και το δεξιό τμήμα του συνόρου καθώς και οι αντίστοιχες εφαπτομενικές ευθείες, για το παράδειγμα *fountain*. Όπως παρατηρούμε, η καμπύλη προσέγγισης δεν διατηρεί τη μορφή του συνόρου και οδηγεί σε κακή εκτίμηση της κλίσης της εφαπτομένης, τόσο για το αριστερό όσο και για το δεξιό τμήμα του συνόρου. Αντίθετα η προσέγγιση με T-splines διατηρεί τη μορφή του συνόρου και οδηγεί σε ικανοποιητική εκτίμηση της κλίσης της εφαπτομένης. Στο Σχ. 5.20 (c) παρουσιάζονται τα σχήματα των αντικειμένων με το σύνορό τους, όπως προκύπτει μετά τη διαδικασία της απόκρυψης. Αντί-



(a) Προσέγγιση του αριστερού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [23] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

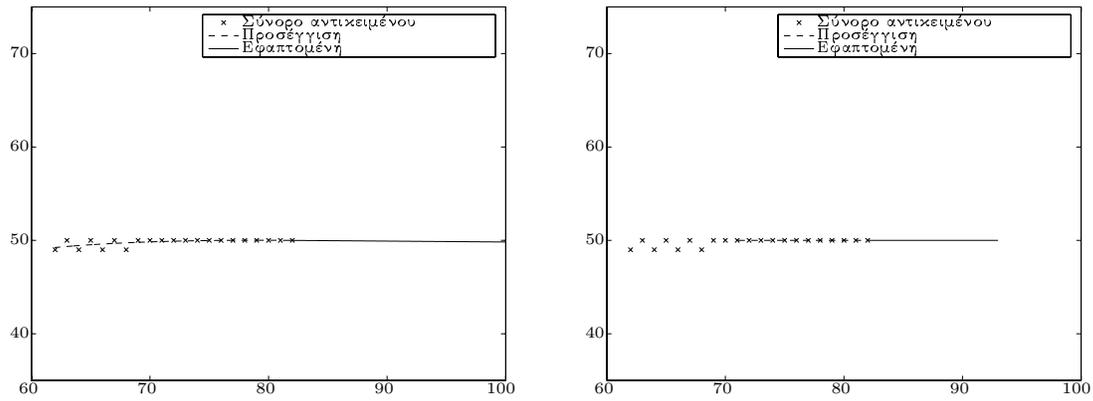


(b) Προσέγγιση του δεξιού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [23] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

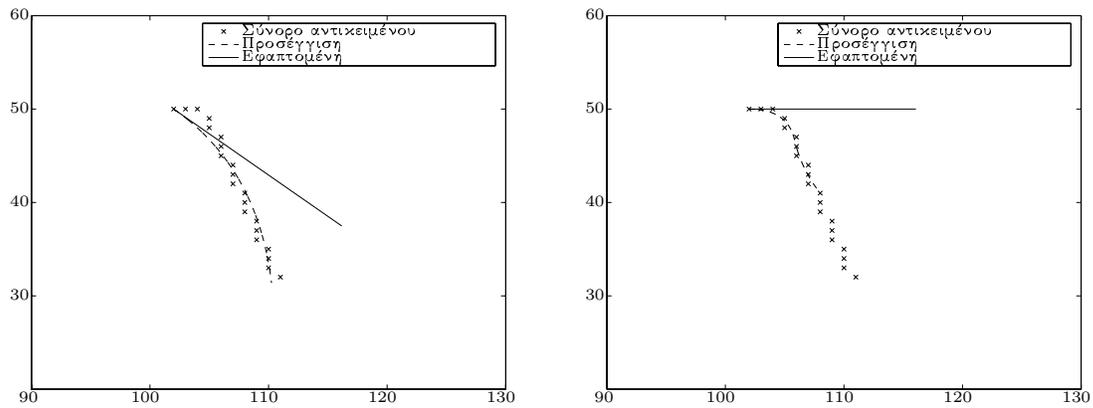


(c) Ανακατασκευασμένο σύνορο με τη μέθοδο [23] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

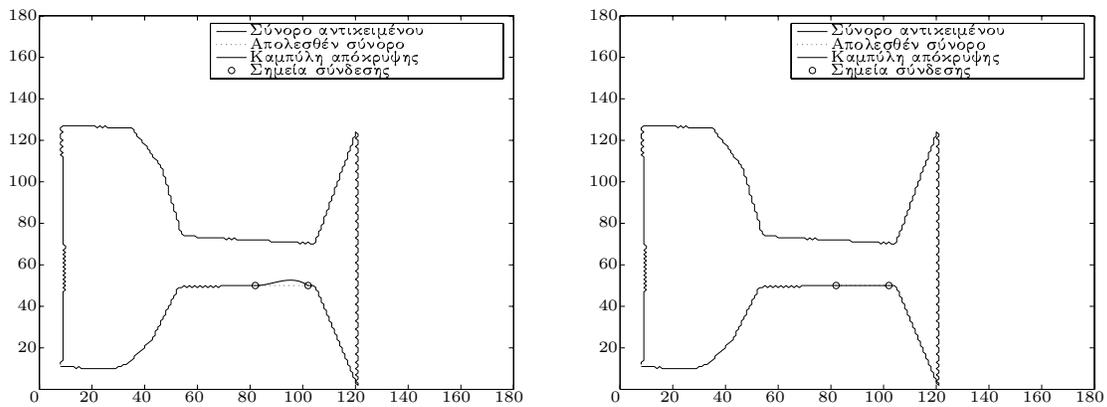
Σχήμα 5.20: Σύγκριση της μεθόδου των Schuster, Li, Katsaggelos [23] με την προτεινόμενη μέθοδο. Προσέγγιση των γειτονικών του απολεσθέντος συνόρου τμημάτων και απόκρυψη σφάλματος, για το παράδειγμα *fountain*.



(a) Προσέγγιση του αριστερού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [23] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

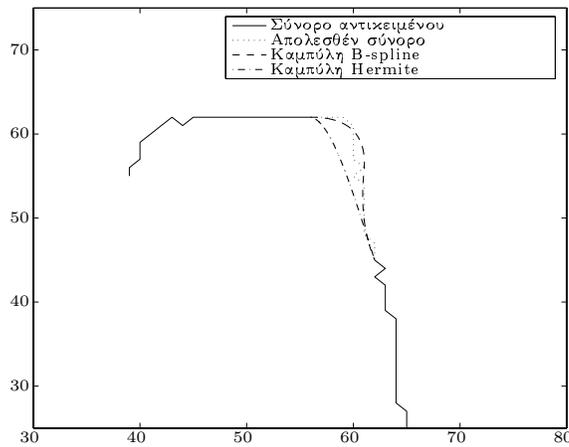


(b) Προσέγγιση του δεξιού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [23] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

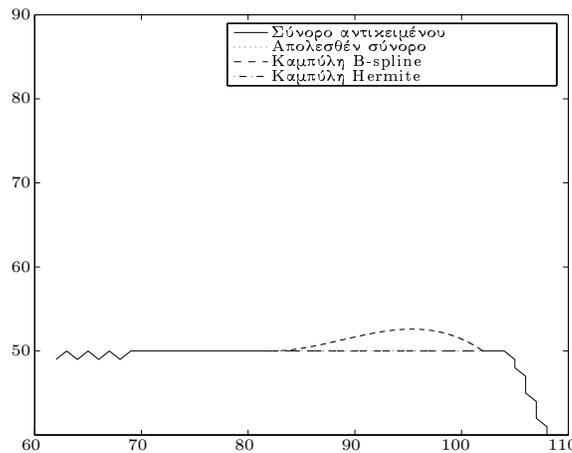


(c) Ανακατασκευασμένο σύνορο με τη μέθοδο [23] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

Σχήμα 5.21: Σύγκριση της μεθόδου των Schuster, Li, Katsaggelos [23] με την προτεινόμενη μέθοδο. Προσέγγιση των γειτονικών του απολεσθέντος συνόρου τμημάτων και απόκρυψη σφάλματος, για το παράδειγμα *glass*.



Σχήμα 5.22: Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Schuster, Li, Katsaggelos [23] και την προτεινόμενη μέθοδο, για το παράδειγμα *fountain*

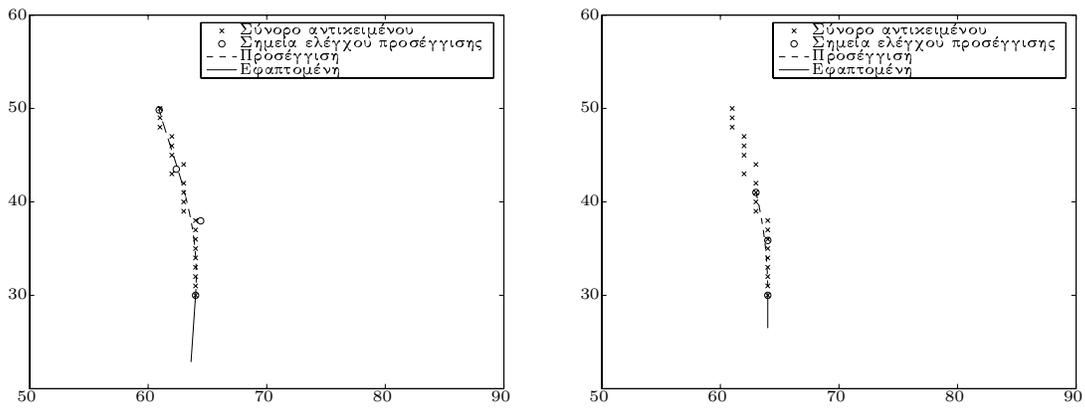


Σχήμα 5.23: Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Schuster, Li, Katsaggelos [23] και την προτεινόμενη μέθοδο, για το παράδειγμα *glass*.

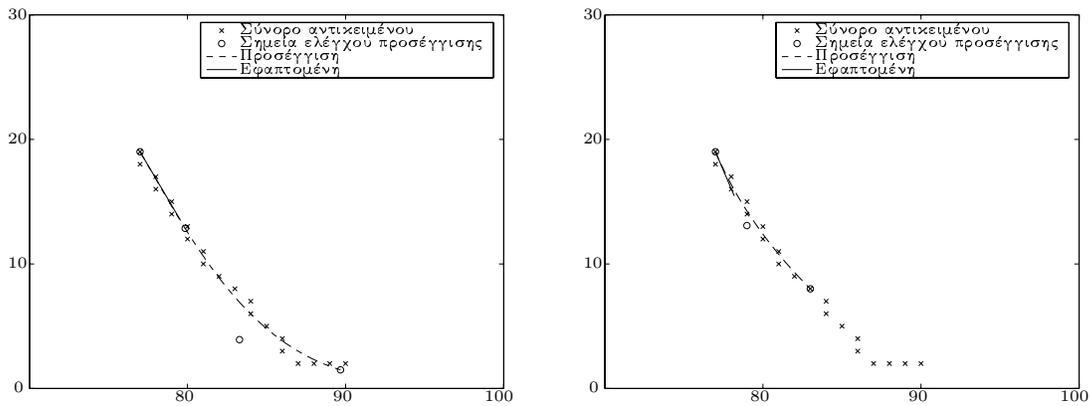
στοιχα, για το παράδειγμα *glass*, τα αποτελέσματα της προσέγγισης παρουσιάζονται στα Σχ. 5.21 (a) και (b), όπου εντοπίζουμε διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων κυρίως στο αριστερό τμήμα του συνόρου. Στο Σχ. 5.21 (c) παρουσιάζονται τα σχήματα των αντικειμένων με το σύνορό τους όπως προκύπτει μετά τη διαδικασία της απόκρυψης. Μια καλύτερη οπτική σύγκριση μεταξύ των καμπυλών απόκρυψης παρουσιάζεται για κάθε παράδειγμα στα σχήματα 5.22 και 5.23. Συγκρίνοντας τις καμπύλες απόκρυψης που προκύπτουν με κάθε μέθοδο διαπιστώνουμε ότι η προτεινόμενη μέθοδος δίνει καλύτερα αποτελέσματα και στα δύο παραδείγματα.

5.4.2 Σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Soares και Pereira

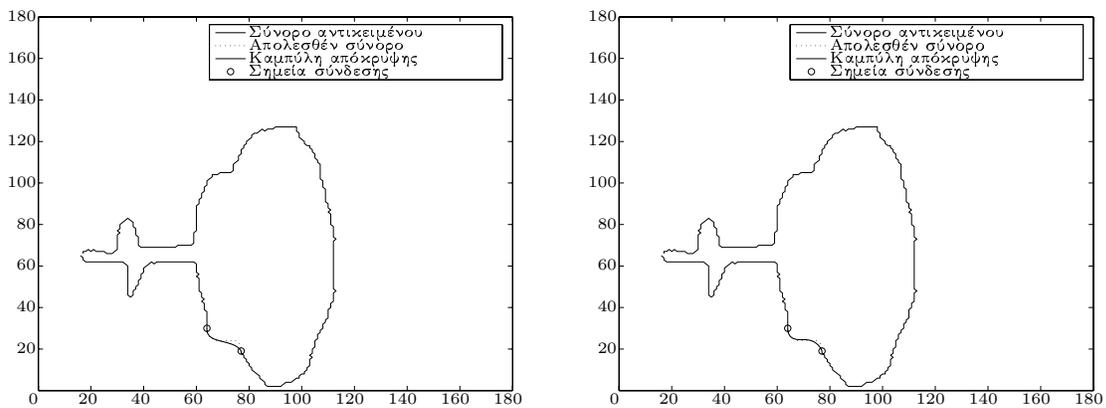
Στη μέθοδο των Soares και Pereira κάθε ένα από τα γειτονικά του απολεσθέντος συνόρου τμήματα, προσεγγίζεται με κυβικό πολυώνυμο, ενώ η καμπύλη απόκρυψης είναι μια κυβική



(a) Προσέγγιση του αριστερού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [27] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).



(b) Προσέγγιση του δεξιού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [27] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).



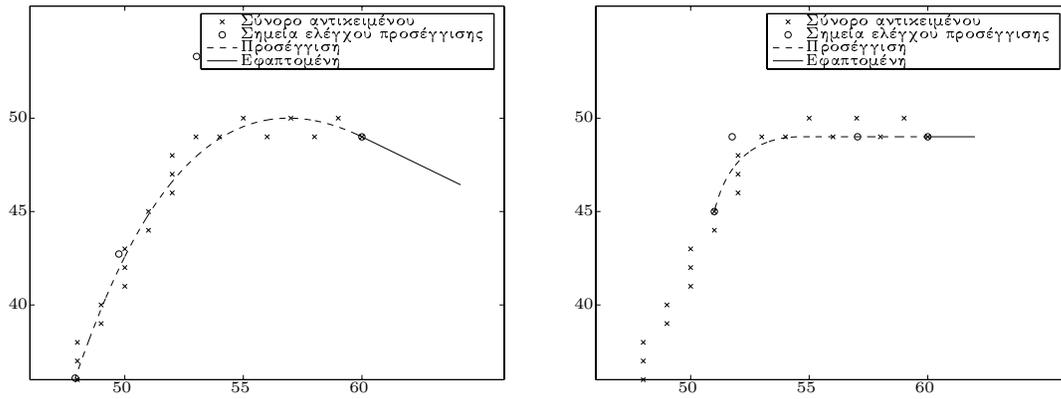
(c) Ανακατασκευασμένο σύνορο με τη μέθοδο [27] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

Σχήμα 5.24: Σύγκριση της μεθόδου των Soares-Pereira [27] με την προτεινόμενη μέθοδο. Προσέγγιση των γειτονικών του απολεσθέντος συνόρου τμημάτων και απόκρυψη σφάλματος, για το παράδειγμα *fountain*.

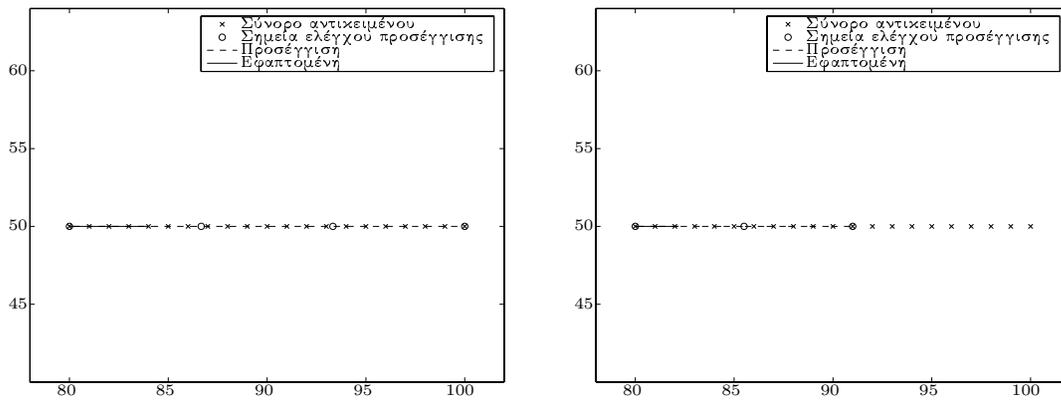
καμπύλη Bezier.

Για την ανάδειξη των διαφορών μεταξύ της μεθόδου των Soares και Pereira και της προτεινόμενης μεθόδου χρησιμοποιήθηκαν τα παραδείγματα *fountain* και *glass*. Στα Σχ. 5.24(a) και 5.24(b) παρουσιάζονται οι καμπύλες προσέγγισης που υπολογίστηκαν με κάθε μέθοδο, για το αριστερό και το δεξιό τμήμα του συνόρου καθώς και οι αντίστοιχες εφαπτομενικές ευθείες, για το παράδειγμα *fountain*. Όπως παρατηρούμε, στο αριστερό τμήμα η καμπύλη προσέγγισης δεν διατηρεί τη μορφή του συνόρου και οδηγεί σε κακή εκτίμηση της κλίσης της εφαπτομένης. Αντίθετα η προσέγγιση με T-splines διατηρεί τη μορφή του συνόρου και οδηγεί σε ικανοποιητική εκτίμηση της κλίσης της εφαπτομένης. Στο Σχ. 5.24(c) παρουσιάζονται τα σχήματα των αντικειμένων με το σύνορό τους, όπως προκύπτει μετά τη διαδικασία της απόκρυψης. Αντίστοιχα, για το παράδειγμα *glass*, τα αποτελέσματα της προσέγγισης παρουσιάζονται στα Σχ. 5.25(a) και 5.25(b), όπου εντοπίζουμε διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων κυρίως στο αριστερό τμήμα του συνόρου. Στο Σχ. 5.25(c) παρουσιάζονται τα σχήματα των αντικειμένων με το σύνορό τους όπως προκύπτει μετά τη διαδικασία της απόκρυψης. Μια καλύτερη οπτική σύγκριση μεταξύ των καμπυλών απόκρυψης παρουσιάζεται για κάθε παράδειγμα στα σχήματα 5.26 και 5.27.

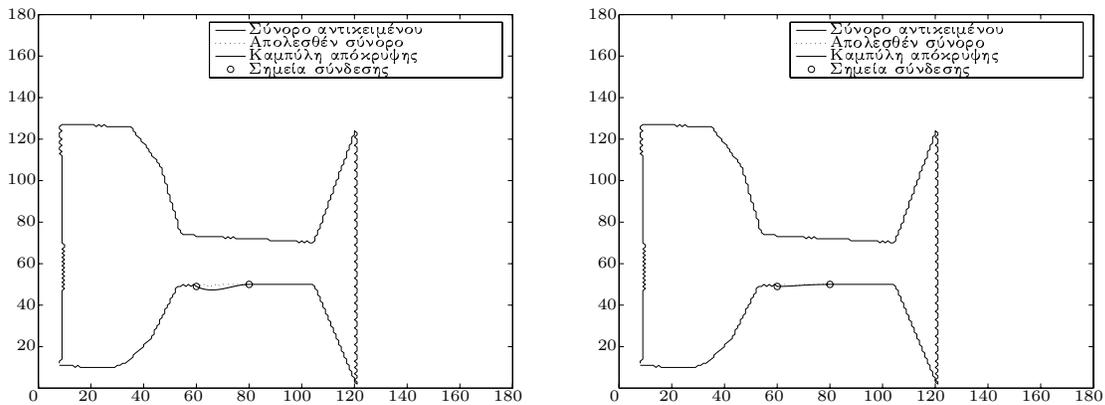
Συγκρίνοντας τις καμπύλες απόκρυψης που προκύπτουν με κάθε μέθοδο διαπιστώνουμε ότι η προτεινόμενη μέθοδος δίνει καλύτερα αποτελέσματα και στα δύο παραδείγματα.



(a) Προσέγγιση του αριστερού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [27] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

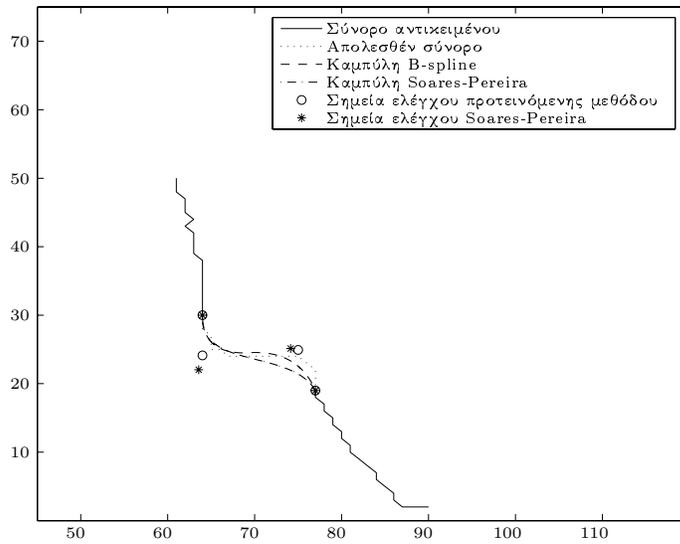


(b) Προσέγγιση του δεξιού τμήματος του συνόρου με τη μέθοδο [27] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

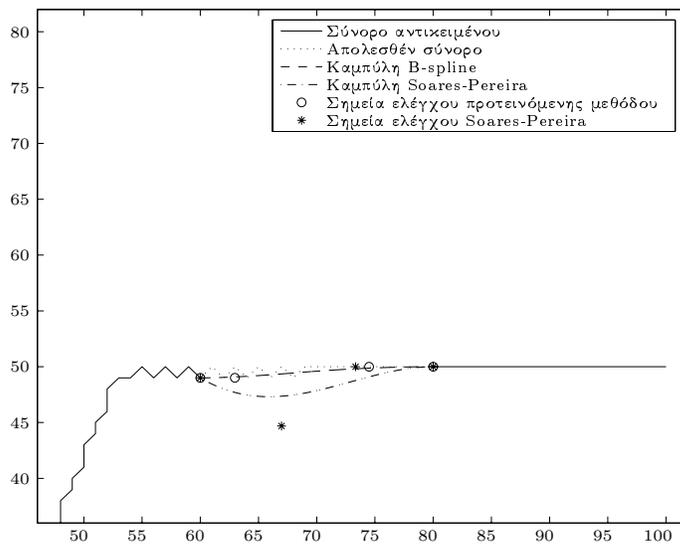


(c) Ανακατασκευασμένο σύνορο με τη μέθοδο [27] (αριστερά) και την προτεινόμενη (δεξιά).

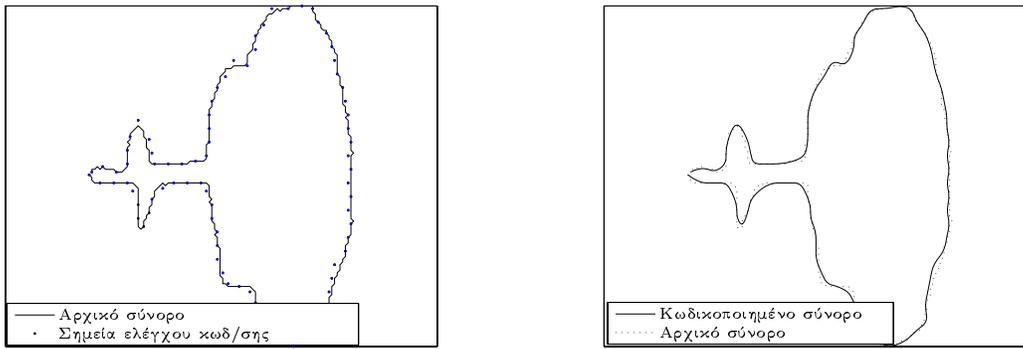
Σχήμα 5.25: Σύγκριση της μεθόδου των Soares-Pereira [27] με την προτεινόμενη μέθοδο. Προσέγγιση των γειτονικών του απολεσθέντος συνόρου τμημάτων και απόκρυψη σφάλματος, για το παράδειγμα *glass*.



Σχήμα 5.26: Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Soares-Pereira και την προτεινόμενη μέθοδο, για το παράδειγμα *fountain*.



Σχήμα 5.27: Καμπύλες απόκρυψης σφάλματος με τη μέθοδο των Soares-Pereira και την προτεινόμενη μέθοδο, για το παράδειγμα *glass*.



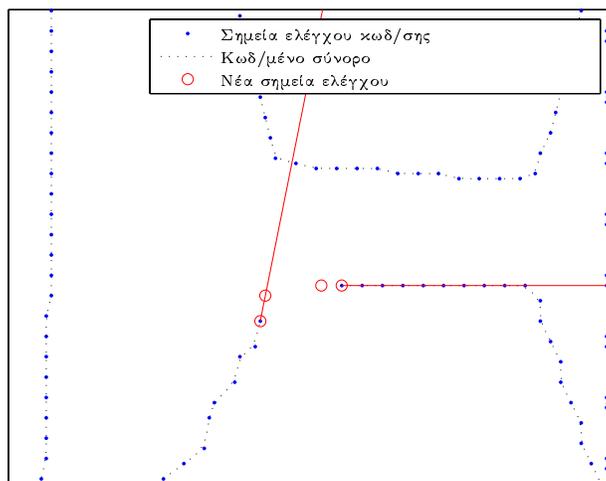
Σχήμα 5.28: Κωδικοποιημένο σύνορο *fountain*.

5.5 Απόκρυψη σφάλματος σε κωδικοποιημένο σύνορο

Στις προηγούμενες ενότητες εφαρμόσαμε την προτεινόμενη μέθοδο απόκρυψης σφάλματος σε απλό σύνορο αντικειμένου βίντεο, θεωρώντας ότι κατά την κωδικοποίηση των δεδομένων δεν έχει εφαρμοστεί κάποιος αλγόριθμος συμπίεσης. Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάστηκε μια μέθοδος κωδικοποίησης του συνόρου με σκοπό την μείωση του κόστους κωδικοποίησης του σχήματος. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, στον αποκωδικοποιητή, αντί της πληροφορίας των σημείων του συνόρου, λαμβάνεται ένα σύνολο σημείων ελέγχου, που περιγράφει μια προσέγγιση του συνόρου με καμπύλη B-spline (Σχ. 5.28). Η μέθοδος απόκρυψης σφάλματος σε αυτή την περίπτωση πρέπει να τροποποιηθεί.

Έστω λοιπόν ότι κωδικοποιούμε ένα σύνολο σημείων ελέγχου $P_{\text{send}} = (P_0, \dots, P_N)$. Εξαιτίας καταστροφής κάποιου πακέτου κατά τη μετάδοση, λαμβάνουμε στον δέκτη ένα υποσύνολο αυτού του συνόλου $P_{\text{rec}} = (P_0, \dots, P_{N_1}, P_{N_2}, \dots, P_N)$, με $N_1 < N_2$. Στο κεφάλαιο 4 αναφερθήκαμε σε διαφορετική κωδικοποίηση των σημείων ελέγχου και υλοποιήσαμε έναν αλγόριθμο που παράγει ένα bitstream στο οποίο μόνο το πρώτο σημείο κωδικοποιείται απολύτως. Όταν όμως δημιουργούμε πακέτα αποστολής των δεδομένων, κάθε πακέτο πρέπει να περιλαμβάνει την πλήρη περιγραφή του πρώτου σημείου που κωδικοποιεί, ώστε να είναι εφικτή η αποκωδικοποίηση του περιεχομένου του ακόμα και αν δεν έχει ληφθεί σωστά το προηγούμενο πακέτο. Με αυτήν την προϋπόθεση μπορούμε να αποκωδικοποιήσουμε τα σημεία P_{N_2}, \dots, P_N δεδομένου ότι έχουν καταστραφεί τα πακέτα $P_{N_1+1}, \dots, P_{N_2-1}$.

Το σύνολο P_{rec} δεν μπορεί να περιγράψει το τμήμα του συνόρου μεταξύ των άκρων P_{N_1} και P_{N_2} . Προσπαθούμε να προσδιορίσουμε μια καμπύλη που να συνδέεται ομαλά με την κωδικοποιημένη καμπύλη, στα σημεία P_{N_1} και P_{N_2} . Θα χρησιμοποιήσουμε τετραγωνική καμπύλη B-spline ως καμπύλη απόκρυψης την οποία θα υπολογίσουμε λίγο διαφορετικά από τον τρόπο που έχουμε ήδη παρουσιάσει. Η διαφορά έγκειται στην προσέγγιση του γνωστού συνόρου που δεν είναι απαραίτητος πλέον ο προσδιορισμός κάποιας νέας καμπύλης. Η κωδικοποιημένη καμπύλη B-spline περιγράφει ικανοποιητικά το σύνορο και δίνει μια καλή εκτίμηση της κατεύθυνσής του στις περισσότερες περιπτώσεις. Η βελτίωση που επιτυγχάνουμε αν χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο προσέγγισης με T-splines είναι πολύ μικρή.

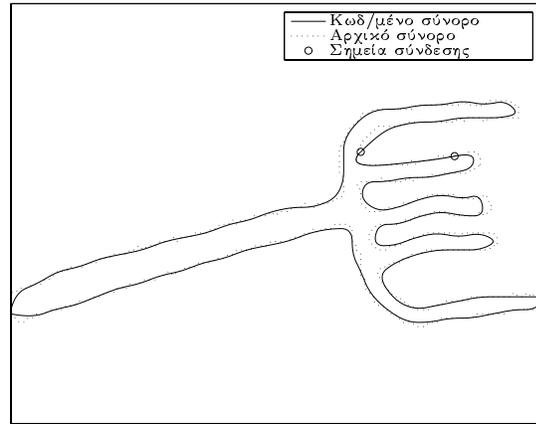
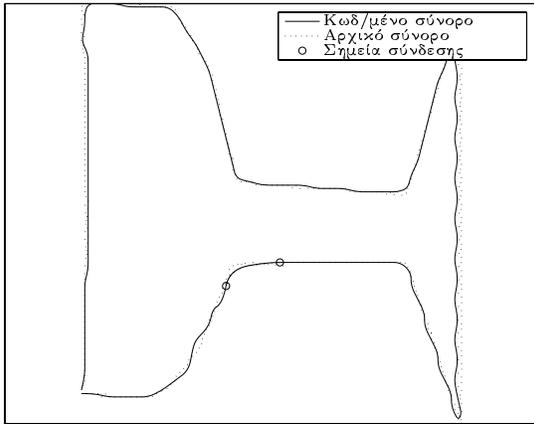


Σχήμα 5.29: Υπολογισμός νέων σημείων ελέγχου σε κωδικοποιημένο σύνορο.

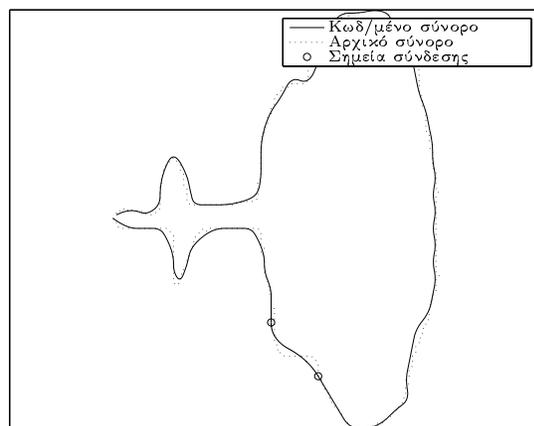
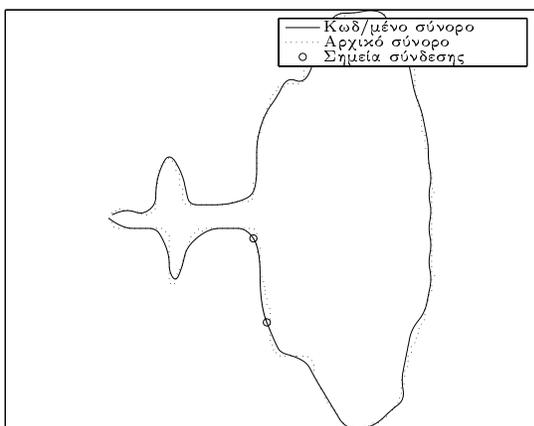
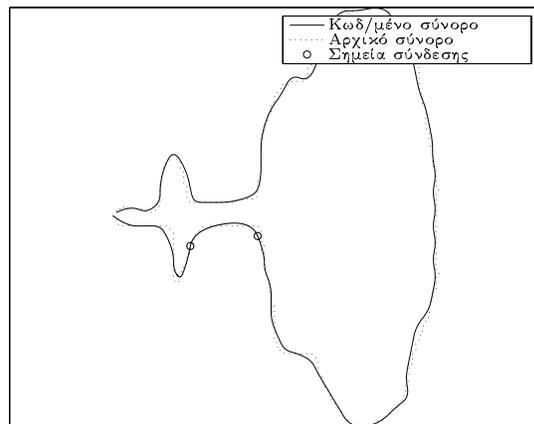
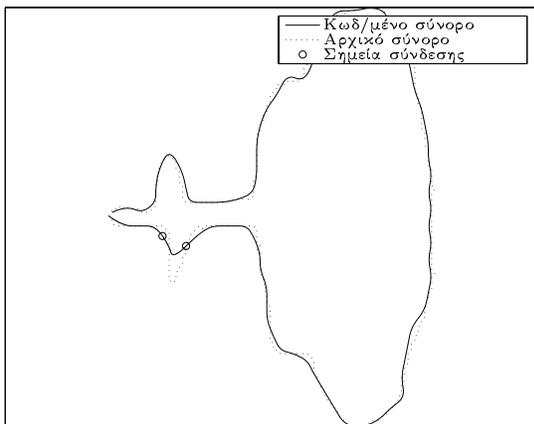
Λαμβάνοντας υπόψη και το μεγάλο κόστος των υπολογισμών θα επιλέξουμε να χρησιμοποιήσουμε την ήδη γνωστή προσέγγιση με B-splines.

Για την εκτίμηση της κατεύθυνσης του γνωστού συνόρου στα σημεία σύνδεσης, κατασκευάζουμε δύο καμπύλες που περιγράφονται από τα σύνολα $P_\ell = (P_0, \dots, P_{N1})$ και $P_r = (P_{N2}, \dots, P_N)$ και υπολογίζουμε την πρώτη παράγωγο στα σημεία $P_\ell^n = P_{N1}$ και $P_r^0 = P_{N2}$, σύμφωνα με τις σχέσεις (5.9) και (5.10). Υπολογίζουμε δύο νέα σημεία ελέγχου επί των εφαπτομενικών ευθειών στα σημεία σύνδεσης, συμμετρικά των σημείων P_{N1-1} και P_{N2+1} , ως προς τα P_{N1} και P_{N2} , αντίστοιχα (Σχ. 5.29). Έχοντας προσδιορίσει λοιπόν τέσσερα σημεία ελέγχου, υπολογίζουμε τετραγωνική καμπύλη απόκρυψης B-spline σύμφωνα με τη σχέση (5.11).

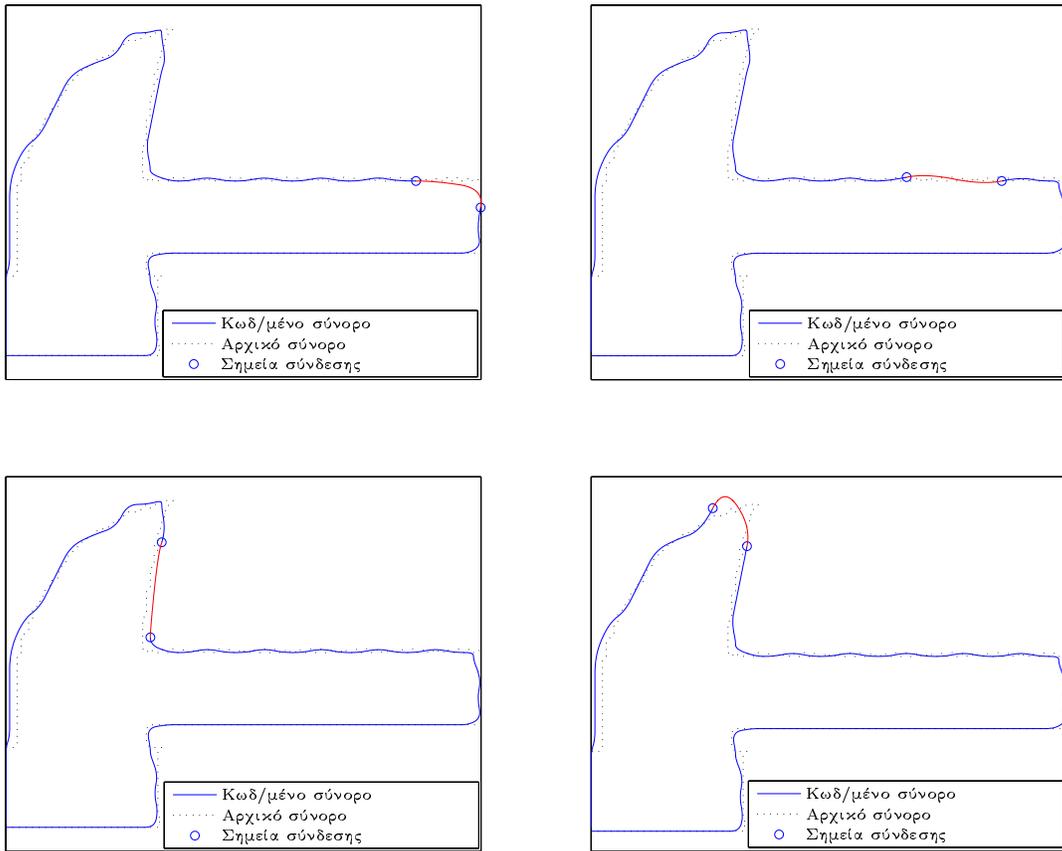
Μερικά παραδείγματα απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου παρουσιάζονται στα σχήματα 5.30, 5.31 και 5.32. Στο Σχ. 5.31 παρουσιάζεται η απόκρυψη σφάλματος για τέσσερις περιπτώσεις απώλειας διαδοχικών πακέτων. Θεωρούμε ότι κάθε πακέτο κωδικοποιεί πέντε σημεία ελέγχου και το συγκεκριμένο σύνορο έχει κωδικοποιηθεί με παραμέτρους κωδικοποίησης: ζώνη αποδεκτών σημείων ελέγχου = 2, ζώνη παραμόρφωσης = 2, μήκος κυλιόμενου παραθύρου = 5. Ομοίως για το Σχ. 5.32.



Σχήμα 5.30: Απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου *glass* και *fork*.



Σχήμα 5.31: Απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου *fountain*, για διάφορες περιπτώσεις απολεσθέντος συνόρου.



Σχήμα 5.32: Απόκρυψη σφάλματος κωδικοποιημένου συνόρου *hammer*, για διάφορες περιπτώσεις απολεσθέντος συνόρου.



Σχήμα 5.33: α -επίπεδα των αντικειμένων *hammer*, *fountain* και *fork* που χρησιμοποιήθηκαν για την ποσοτική αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου.

	$D_{n,avg}$	$D_{n,low}$	$D_{n,high}$
hammer	0.011	0.000	0.025
fountain	0.004	0.000	0.010
fork	0.013	0.004	0.025

Πίνακας 5.1: Αριθμητικά αποτελέσματα προτεινόμενης μεθόδου.

5.6 Αριθμητικά αποτελέσματα

Στις ενότητες 5.4 και 5.5 παρουσιάσαμε μερικά παραδείγματα εφαρμογής της προτεινόμενης μεθόδου σε σχήματα αντικειμένων στα οποία εμφανίστηκαν σφάλματα κατά τη μετάδοση. Στόχος μας ήταν η κατανόηση της διαφορετικής προσέγγισης του προβλήματος, καθώς και η ανάδειξη της οπτικής υπεροχής της προτεινόμενης μεθόδου, έναντι των σημαντικότερων γνωστών μεθόδων απόκρυψης σφάλματος.

Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην ποσοτική αξιολόγηση της προτεινόμενης μεθόδου. Για τον σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε ένα σχετικό μέτρο που χρησιμοποιείται από το MPEG-4 για την αξιολόγηση των μεθόδων κωδικοποίησης. Πρόκειται για την ποσοστιαία διαφορά D_n των εικονοστοιχείων μεταξύ του πραγματικού και του ανακατασκευασμένου σχήματος. Συμβολίζουμε με dp το πλήθος των διαφορετικών εικονοστοιχείων μεταξύ πραγματικού και ανακατασκευασμένου α -επιπέδου του αντικειμένου. Αν p το πλήθος των εικονοστοιχείων του α -επιπέδου που ανήκουν στο αντικείμενο, ορίζουμε τον λόγο D_n ,

$$D_n = \frac{dp}{p}.$$

Για την πραγματοποίηση του παραπάνω υπολογισμού απαιτείται, μετά τον προσδιορισμό του νέου συνόρου του αντικειμένου, η κατασκευή του α -επιπέδου που αντιστοιχεί στο νέο σύνορο. Τα στοιχεία του συγκρίνονται με το α -επίπεδο του πραγματικού σχήματος.

Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν για την ποσοτική αξιολόγηση της νέας μεθόδου απόκρυψης σφάλματος περιλαμβάνουν εφαρμογή της σε τρία διαφορετικά αντικείμενα: *hammer*, *fountain* και *fork*. Κάθε αντικείμενο εμφανίζει διαφορετικό επίπεδο ομαλότητας του συνόρου και επομένως διαφορετική δυσκολία στην αποκατάσταση του σφάλματος. Σε κάθε αντικείμενο η μέθοδος εφαρμόστηκε σε πολλά διαφορετικά τμήματα του συνόρου, με μήκος 20 σημεία το καθένα. Στον πίνακα 5.1 παρατίθενται τα αριθμητικά αποτελέσματα που περιλαμβάνουν καταγραφή της μέσης τιμής του ποσοστού των διαφορετικών εικονοστοιχείων

	$D_{n,avg}$	$D_{n,low}$	$D_{n,high}$
hammer	0.006	0.001	0.015
fountain	0.011	0.006	0.024
fork	0.036	0.005	0.090

Πίνακας 5.2: Αριθμητικά αποτελέσματα προτεινόμενης μεθόδου, για σύνορο που κωδικοποιήθηκε με B-splines.

	$D_{n,avg}$	$D_{n,low}$	$D_{n,high}$
hammer	0.014	0.002	0.035
fountain	0.004	0.000	0.013
fork	0.017	0.007	0.048

Πίνακας 5.3: Αριθμητικά αποτελέσματα της μεθόδου των Soares και Pereira.

$D_{n,avg}$ για κάθε αντικείμενο. Κατάγραφονται επίσης η καλύτερη, $D_{n,low}$, και η χειρότερη, $D_{n,high}$, επίδοση της μεθόδου. Οι ιδιαίτερα χαμηλές τιμές του λόγου D_n , που παρατηρούμε στον πίνακα, αποτελούν μια ακόμη ένδειξη της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου. Οι τιμές αυτές στις περισσότερες περιπτώσεις αντιστοιχούν σε διαφορές που δύσκολα γίνονται αντιληπτές από το ανθρώπινο μάτι.

Στα ίδια δείγματα εφαρμόσαμε τη μέθοδο των Soares και Pereira. Ο πίνακας 5.3 παραθέτει τα αποτελέσματα. Συγκρίνοντας τις δύο μεθόδους, διαπιστώνουμε ότι η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει καλύτερες επιδόσεις. Οι διαφορές είναι περισσότερο αισθητές στην περίπτωση που το σύνορο δεν εμφανίζει ιδιαίτερα ομαλή συμπεριφορά, όπως συμβαίνει με το σχήμα *fork*.

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι αναμενόμενα, καθώς η ακριβής εκτίμηση της κατεύθυνσης παίζει σημαντικότερο ρόλο, όταν οι αλλαγές κατά μήκος του συνόρου είναι πιο συχνές. Επιπλέον, μια καμπύλη spline μπορεί να προσεγγίσει καλύτερα ένα σύνθετο σύνορο, χρησιμοποιώντας πολλά σημεία ελέγχου, που τοποθετούνται σε κοντινές μεταξύ τους αποστάσεις. Η ιδιότητα αυτή επηρεάζει και την καμπύλη απόκρυψης, καθώς τα νέα σημεία ελέγχου τοποθετούνται σε κοντινή απόσταση από τα σημεία σύνδεσης και οδηγούν σε μια καμπύλη απόκρυψης που δεν απομακρύνεται από το υπάρχον σύνορο. Αντίθετα, η αναπαράσταση ενός σύνθετου συνόρου από μια κυβική καμπύλη Bezier κατά κανόνα συνεπάγεται την απομάκρυνση των σημείων ελέγχου από το πραγματικό σύνορο. Η ιδιότητα αυτή “μεταφέρεται” και στην καμπύλη απόκρυψης, η οποία δεν καταφέρνει να παραστήσει με επιτυχία το απολεσθέν τμήμα. Στο ζήτημα αυτό αναφερθήκαμε στην ενότητα 5.4 (Σχ. 5.19).

Ανάλογα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε σχήματα αντικειμένων που κωδικοποιήθηκαν με τη μέθοδο κωδικοποίησης συνόρου με B-splines, που παρουσιάσαμε στο κεφάλαιο 4. Ειδικότερα, το σύνορο κάθε σχήματος που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα κωδικοποιήθηκε με μήκος κυλιόμενου παραθύρου ίσο με 10, το οποίο σημαίνει ότι το πλήθος των σημείων ελέγχου που κωδικοποιήθηκαν είναι περίπου το 1/10 του πλήθους των σημείων του πραγμα-

τικού συνόρου. Στα δείγματα που χρησιμοποιήσαμε στα πειράματα, θεωρήσαμε ότι λείπουν τρία σημεία ελέγχου, που αντιστοιχούν σε απώλεια τμήματος πραγματικού συνόρου που αποτελείται από 30 περίπου σημεία. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 5.2. Οι επιδόσεις είναι εξίσου καλές με εκείνες στα προηγούμενα πειράματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας αποτέλεσαν θέματα που αφορούν την κωδικοποίηση εικόνας βίντεο και ειδικότερα την κωδικοποίηση του σχήματος ενός αντικειμένου βίντεο (VO). Πέραν του προβλήματος ελαχιστοποίησης του κόστους κωδικοποίησης, μελετήθηκε κυρίως το πρόβλημα της αντιμετώπισης σφαλμάτων που προκύπτουν από απώλεια της κωδικοποιημένης πληροφορίας κατά τη μετάδοση, και προτάθηκε μια νέα μέθοδος για την αποκατάσταση του σχήματος με βάση την πληροφορία που λαμβάνεται σωστά. Για τα παραπάνω προβλήματα, θεωρήθηκε ότι η περιγραφή του σχήματος ενός αντικειμένου βίντεο βασίζεται στην αναπαράσταση του περιγράμματος ή συνόρου του αντικειμένου. Η συγκεκριμένη αναπαράσταση καθιστά τις τμηματικά πολυωνυμικές καμπύλες σημαντικό εργαλείο για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων.

6.1 Κωδικοποίηση συνόρου με B-splines και κατάλληλο σχήμα κωδικοποίησης

Βασικό κριτήριο της κωδικοποίησης του συνόρου ενός αντικειμένου βίντεο αποτελεί η ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης. Η προσέγγιση του συνόρου με κάποια καμπύλη υιοθετείται από μια κατηγορία μεθόδων, που επιλύουν το πρόβλημα της κωδικοποίησης εισάγοντας παραμόρφωση στην αναπαράσταση του συνόρου (lossy encoding). Απαραίτητη προϋπόθεση, που πρέπει να πληροί η καμπύλη, είναι η δυνατότητα περιγραφής της από ένα σύνολο σημείων αρκετά μικρότερο από το πλήθος των σημείων του πραγματικού συνόρου. Ωστόσο, η μείωση του κόστους κωδικοποίησης έχει επιπτώσεις στην ποιότητα της προσέγγισης.

Στο πλαίσιο της παρούσας εργασίας, υλοποιήθηκε αλγόριθμος ο οποίος βασίζεται σε προσέγγιση του συνόρου με τμηματικά πολυωνυμική καμπύλη B-spline, δεύτερου βαθμού. Ο αλγόριθμος προτάθηκε από τους Meier, Schuster και Katsaggelos [15] και επιλύει το πρόβλημα ελέγχου κόστους κωδικοποίησης και παραμόρφωσης με βέλτιστο τρόπο. Συγκεκριμένα επιτυγχάνει τον προσδιορισμό μιας λύσης η οποία οδηγεί σε ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης για δεδομένη παραμόρφωση. Η επιλογή του είδους και του βαθμού

της καμπύλης κωδικοποίησης έγινε με κριτήρια την ομαλότητα και φυσικότητα της αναπαράστασης, καθώς και την ευκολία στους υπολογισμούς. Στην υλοποίηση είναι δυνατόν ωστόσο να χρησιμοποιηθούν και καμπύλες μεγαλύτερου ή μικρότερου βαθμού .

Βασική ιδέα του αλγορίθμου αποτελεί η αναπαράσταση του προβλήματος κωδικοποίησης με Ακυκλικό Κατευθυνόμενο Γράφο (DAG). Η προσέγγιση του πραγματικού συνόρου από καμπύλη B-spline περιορίζεται από την ελάχιστη επιτρεπτή παραμόρφωση και το κόστος κωδικοποίησης των σημείων ελέγχου που την περιγράφουν. Διαφοροποιώντας το σύνολο των σημείων ελέγχου οδηγούμαστε σε καμπύλες προσέγγισης με διαφορετική παραμόρφωση και συνολικό κόστος κωδικοποίησης. Με κατάλληλο ορισμό των κόμβων και των ακμών, τα σημεία ελέγχου που είναι δυνατόν να επιλεγούν καθώς και οι δυνατοί συνδυασμοί τους μπορούν να παρασταθούν από έναν γράφο. Σε μια τέτοια αναπαράσταση, η ελαχιστοποίηση του κόστους κωδικοποίησης ανάγεται στον προσδιορισμό του συντομότερου μονοπατιού στον γράφο (shortest path).

Καθοριστικό ρόλο στην επιτυχία της μεθόδου κωδικοποίησης αποτελεί η επιλογή κατάλληλου σχήματος κωδικοποίησης των σημείων ελέγχου. Ένας τρόπος μείωσης του κόστους κωδικοποίησης, είναι η χρησιμοποίηση διαφορετικού σχήματος κωδικοποίησης, όπως προτείνεται και από τους συγγραφείς της εργασίας [15]. Με σκοπό τη βελτίωση της αποδοτικότητας του αλγορίθμου, μελετήθηκε, στην παρούσα εργασία, η συμπεριφορά του για διαφορετικά σχήματα διαφορετικής κωδικοποίησης. Τα αποτελέσματα σε ομαλά σύνορα έδειξαν ότι ο αλγόριθμος “κινείται” κατά μήκος του συνόρου με ομαλό τρόπο, επιλέγοντας σημεία ελέγχου που δεν εισάγουν μεγάλες αλλαγές στην κατεύθυνση “κίνησης”. Ένα μέτρο της “ταχύτητας” με την οποία κινείται ο αλγόριθμος κατά μήκος του συνόρου αποτελεί το μέγιστο επιτρεπτό βήμα στην επιλογή ενός νέου σημείου ελέγχου (μέγιστη επιτρεπτή απόσταση μεταξύ δύο σημείων ελέγχου). Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν έδειξαν ότι η “ταχύτητα” κίνησης προσεγγίζει κατά κανόνα τη μεγαλύτερη επιτρεπτή.

Οι παραπάνω παρατηρήσεις ερμηνεύουν σε ικανοποιητικό βαθμό την αυξημένη συχνότητα εμφάνισης των συμβόλων που κωδικοποιούν βήματα που αντιστοιχούν σε μεγάλη “ταχύτητα” και μικρές γωνίες “κίνησης”. Οι παρατηρήσεις αυτές μας οδήγησαν στην κατασκευή ενός βιβλίου κωδικών μεταβλητού μήκους, όπου τα σύμβολα με μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης αποτελούνται από κωδικές λέξεις μικρού μήκους. Το προτεινόμενο σχήμα κωδικοποίησης μειώνει περαιτέρω το κόστος κωδικοποίησης, χωρίς να αποτελεί ωστόσο βέλτιστη λύση. Πειράματα που πραγματοποιήθηκαν για σχήματα διαφόρων αντικειμένων, στα οποία χρησιμοποιήθηκε βιβλίο κωδικών προσαρμοσμένο στο κάθε σχήμα, έδειξαν ότι υπάρχει δυνατότητα βελτίωσης της αποδοτικότητας του αλγορίθμου σε ότι αφορά το προτεινόμενο σχήμα κωδικοποίησης.

6.2 Απόκρυψη σφάλματος στο σύνορο αντικειμένου

Κατά τη μετάδοση της πληροφορίας κωδικοποίησης του συνόρου, σφάλματα στο κανάλι μετάδοσης μπορεί να οδηγήσουν σε απώλεια μέρους του συνόρου. Οι τεχνικές που αποκαθιστούν το σφάλμα, ανακατασκευάζοντας την πληροφορία που έχει χαθεί, είναι γνωστές

ως τεχνικές απόκρυψης σφάλματος. Η τεχνική που προτάθηκε στην παρούσα εργασία αντικαθιστά το απολεσθέν τμήμα του συνόρου με μια καμπύλη spline που συνδέεται ομαλά με το τμήμα που έχει ληφθεί σωστά. Για τη δημιουργία της νέας καμπύλης χρησιμοποιείται πληροφορία από το γνωστό σύνορο, επομένως η μέθοδος εμπίπτει στις χωρικές μεθόδους απόκρυψης σφάλματος (spatial error concealment).

Η επίλυση του προβλήματος αποτελείται γενικά από δύο στάδια: Στο πρώτο, πραγματοποιείται μοντελοποίηση μέρους του γνωστού συνόρου εκατέρωθεν του απολεσθέντος τμήματος και εκτιμάται η κατεύθυνσή του στα άκρα που προσδιορίζουν το απολεσθέν τμήμα (σημεία σύνδεσης). Στο δεύτερο, κατασκευάζεται κατάλληλη καμπύλη, η οποία συνδέεται ομαλά με το γνωστό σύνορο (καμπύλη απόκρυψης). Η επίτευξη ομαλότητας πρώτης τάξης αποτελεί μια ικανοποιητική λύση.

Επειδή η σωστή εκτίμηση της κατεύθυνσης του συνόρου στα σημεία σύνδεσης αποτελεί καθοριστικό παράγοντα κατασκευής μιας ομαλής καμπύλης απόκρυψης, η μοντελοποίηση του γνωστού συνόρου παίζει σημαντικό ρόλο στην επίλυση του προβλήματος. Σε ανάλογες μεθόδους, για την αναπαράσταση φυσικού συνόρου έχουν χρησιμοποιηθεί απλές πολυωνυμικές καμπύλες, οι οποίες, όμως, σπάνια οδηγούν σε προσεγγίσεις που διατηρούν βασικά χαρακτηριστικά του αρχικού συνόρου (shape preserving).

Αναζητήθηκε επομένως μια λύση στον χώρο των τμηματικά πολυωνυμικών καμπυλών (splines) που έχουν τη δυνατότητα να περιγράφουν πιο σύνθετες μορφές. Οι πιο γνωστές συναρτήσεις βάσης που χρησιμοποιούνται στην κατασκευή μιας καμπύλης spline είναι οι B-splines. Οι B-splines εμφανίζουν καλές ιδιότητες σε ότι αφορά την ευστάθεια των υπολογισμών. Επιπλέον, η περιγραφή μιας καμπύλης με σημεία ελέγχου παρέχει μια καλή γεωμετρική αναπαράσταση της μορφής της. Οι splines αυτού του τύπου, αν και επιτυγχάνουν να προσεγγίσουν πολύπλοκες μορφές, δίνοντας λύσεις που αντιστοιχούν σε μικρό μέσο τετραγωνικό σφάλμα, είναι δυνατόν να εισαγάγουν αλλαγές στη μονοτονία και νέα σημεία καμπής, που αλλοιώνουν την κατεύθυνση της αρχικής καμπύλης.

Η αντιμετώπιση του παραπάνω προβλήματος, βασίστηκε σε μια εργασία του G. Beliakov [2], που προτείνει την κατασκευή προσεγγίσεων που διατηρούν τη μονοτονία των δεδομένων, με τετραγωνικές συναρτήσεις βάσης T-splines. Μάλιστα, οι συνθήκες που απαιτούνται για μια τέτοια προσέγγιση είναι η εφαρμογή απλών ανισοτικών σχέσεων στους συντελεστές των συναρτήσεων βάσης.

Εφόσον η προσέγγιση ενός τμήματος του συνόρου διατηρεί τη μονοτονία των δεδομένων, οδηγούμαστε σε μια αρκετά καλή εκτίμηση της κατεύθυνσης του συνόρου. Υπολογίζοντας την κατεύθυνση στα σημεία σύνδεσης και απαιτώντας η καμπύλη απόκρυψης να έχει την ίδια κατεύθυνση σε αυτά τα σημεία, επιτυγχάνουμε την ομαλή σύνδεση μεταξύ γνωστού και ανακατασκευασμένου συνόρου. Ως καμπύλη απόκρυψης επιλέξαμε μια φυσική spline, την οποία κατασκευάσαμε με συναρτήσεις βάσης B-splines δεύτερου βαθμού. Ο προσδιορισμός των τεσσάρων σημείων ελέγχου που απαιτούνται βασίστηκε σε μια ιδέα των Soares και Pereira [27], που εξασφαλίζει C^1 ομαλότητα στα σημεία σύνδεσης.

Στην περίπτωση που το σύνορο έχει κωδικοποιηθεί με τον αλγόριθμο που προτάθηκε στην εργασία των Meier, Schuster και Katsaggelos [15], το στάδιο της μοντελοποίησης του

γνωστού συνόρου μπορεί να παραληφθεί, εφόσον η ποιότητα της προσέγγισης είναι υψηλή, δηλαδή η καμπύλη προσέγγισης δεν εισάγει μεγάλη παραμόρφωση. Τα σημεία ελέγχου του κωδικοποιημένου συνόρου μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση της κατεύθυνσης στα σημεία σύνδεσης. Ο τρόπος κατασκευής της καμπύλης απόκρυψης παραμένει ο ίδιος.

Πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, τόσο σε απλό σύνορο όσο και σε σύνορο κωδικοποιημένο με B-splines, έδειξαν ότι η προτεινόμενη μέθοδος δίνει πολύ καλά αποτελέσματα σε ομαλά σύνορα, δηλαδή σε περιπτώσεις που δεν παρουσιάζονται απότομες αλλαγές στην κατεύθυνση του συνόρου. Αρκετά καλά αποτελέσματα λαμβάνονται ακόμη και όταν το σύνορο δεν είναι ιδιαίτερα ομαλό, όταν τα χαρακτηριστικά αυτά είναι δυνατόν να ανιχνευθούν κατά τη μοντελοποίηση του γνωστού συνόρου. Μια προσέγγιση που περιγράφεται από πολλά σημεία ελέγχου, που δεν απέχουν πολύ μεταξύ τους, αποτελεί ένδειξη για μια τέτοια συμπεριφορά. Σε αυτήν την περίπτωση, ο τρόπος υπολογισμού της καμπύλης απόκρυψης οδηγεί σε περισσότερο “συντηρητικές” λύσεις, με την έννοια ότι η κατεύθυνση του συνόρου στα σημεία σύνδεσης “διατηρείται” σε μικρότερο τμήμα της καμπύλης απόκρυψης. Αυτό εκφράζεται από την τοποθέτηση των σημείων ελέγχου της καμπύλης απόκρυψης σε μικρή απόσταση από τα σημεία σύνδεσης, με αποτέλεσμα η κατεύθυνση να μεταβάλλεται γρήγορα κοντά στα άκρα της καμπύλης απόκρυψης. Οι παραπάνω παρατηρήσεις ενισχύονται από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων της προτεινόμενης μεθόδου με τις επικρατέστερες μεθόδους αυτής της κατηγορίας.

Εντοπίζοντας κάποιες αδυναμίες σε ορισμένα παραδείγματα εφαρμογής της μεθόδου απόκρυψης, θα προτείναμε ως αντικείμενο διερεύνησης τη βελτίωση του τρόπου κατασκευής της καμπύλης απόκρυψης. Ορισμένες αστοχίες, όπως για παράδειγμα η τομή της καμπύλης απόκρυψης με το υπάρχον σύνορο, θα μπορούσαν να αποφευχθούν και να προταθούν εναλλακτικοί τρόποι κατασκευής. Πέρα από την επίτευξη ομαλής σύνδεσης με το γνωστό σύνορο, ανοικτό ζήτημα αποτελεί η ενσωμάτωση επιπλέον πληροφορίας στον τρόπο κατασκευής της νέας καμπύλης. Μελέτη περισσότερων χαρακτηριστικών του γνωστού συνόρου, όπως για παράδειγμα η ύπαρξη αξόνων συμμετρίας, θα μπορούσε να φανεί χρήσιμη σε αυτήν την κατεύθυνση.

Ολοκληρώνοντας την παρούσα εργασία, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η προτεινόμενη μέθοδος απόκρυψης σφάλματος οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα, όταν η συμπεριφορά του συνόρου είναι δυνατόν να “προβλεφθεί”, με βάση την πληροφορία που έχει μεταδοθεί σωστά. Ο τρόπος προσέγγισης του γνωστού συνόρου επιτυγχάνει να ανταποκριθεί στην πολυπλοκότητα της μορφής του και να οδηγήσει σε σωστή εκτίμηση της κατεύθυνσής του. Σε ομαλά σύνορα τα χαρακτηριστικά αυτά δεν μεταβάλλονται γρήγορα, επομένως η ενσωμάτωσή τους στην καμπύλη απόκρυψης οδηγεί σε ικανοποιητικά αποτελέσματα. Η ποιότητα του ανακατασκευασμένου συνόρου θα μπορούσε να βελτιωθεί είτε με περαιτέρω μελέτη του τμήματος του συνόρου που έχει μεταδοθεί σωστά είτε αν η μέθοδος συνδυαστεί με χρονικές μεθόδους απόκρυψης, αξιοποιώντας πληροφορία από προηγούμενα στιγμιότυπα του αντικειμένου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] S.K. Bandyopadhyay and L.P. Kondi. Optimal bit allocation for joint texture-aware contour-based shape coding and shape-adaptive texture coding. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 18:840–844, 2008.
- [2] G. Beliakov. Shape preserving approximation using least squares splines. *Approx. Theory & its Appl*, 16:80–98, 2000.
- [3] S. Biswas and B. Lovell. *Bezier and Splines in Image Processing and Machine Vision*. Springer London, 2008.
- [4] M.J. Chen, C.C. Cho, and M.C. Chi. Spatial and temporal error concealment algorithms of shape information for MPEG-4 video. In *Consumer Electronics*, 2002.
- [5] C. Deng and X. Yang. A local fitting algorithm for converting planar curves to B-splines. *Computer Aided Geometric Design*, 25:837–849, 2008.
- [6] T. Ebrahimi and C. Horne. MPEG-4 natural video coding – an overview. *Signal Processing: Image Communication*, 15:365–385, 2000.
- [7] M.R. Frater, W.S. Lee, M. Pickering, and J.F. Arnold. Error concealment of arbitrarily shaped video objects. In *Proc. Int. Conf. Image Processing*, volume 3, pages 507–511, 1998.
- [8] H. Freeman. On the encoding of arbitrary geometric configurations. *IEEE Transactions on Electronic Computers*, EC-10:260–268, 1961.
- [9] M. Hotter. Object-oriented analysis-synthesis coding based on moving two-dimensional objects. *Signal Processing:Image Communication*, 2:409–428, 1990.
- [10] H.A. Jain. *Fundamentals of Digital Image Processing*. Prentice-Hall, 1989.
- [11] A.K. Katsaggelos, L.P. Kondi, J. Ostermann, F.W. Meier, and G.M. Schuster. MPEG-4 and rate-distortion-based shape-coding techniques. In *Proceedings of the IEEE*, volume 86, pages 1126–1154, 1998.
- [12] M. Kunt, A. Ikonomopoulos, and M. Kocher. Second-generation image coding techniques. *Proc. IEEE*, 73:130–145, 1985.

- [13] X. Li, A.K. Katsaggelos, , and G.M. Schuster. A recursive shape error concealment algorithm. In *IEEE ICIP 2002*, volume 1, pages I-177-I-180, 2002.
- [14] A. Masood and M. Safraz. Capturing outlines of 2D objects with Bezier cubic approximation. *Image and Vision Computing*, 27:704-712, 2009.
- [15] F.W. Meier, G.M. Schuster, and A.K. Katsaggelos. A mathematical model for shape coding with B-splines. *Signal Processing:Image Communication*, 15:685-701, 2000.
- [16] I. Moccagatta, S. Soudagra, J. Liang, and H. Chen. Error resilient coding in JPEG-2000 and MPEG-4. *IEEE Journals on Selected Areas In Communications*, 18:899-914, 2000.
- [17] P. Nunes, P. Coreira, and F. Pereira. Coding video objects with emerging MPEG-4 standard. In *I Conferencia Nacional de Telecomunicacoes, Aveiro, Portugal*, 1997.
- [18] J. Ostermann. Object-based analysis-synthesis coding (OBASC) based on the source-model of moving flexible 3-D objects. *IEEE Transactions on Image Processing*, 3:705-711, 1994.
- [19] L. Piegl and W. Tiller. *The NURBS Book*. Springer, 1997.
- [20] M. Safraz, M. Riyazuddin, and MH. Baig. Capturing planar shapes by approximating their outlines. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 189:494-512, 2006.
- [21] P. Salama and C. Huang. Error concealment for shape coding. In *Proc. Int. Conf. Image Processing*, volume 2, pages 701-704, 2002.
- [22] G.M. Schuster and A.K. Katsaggelos. An optimal polygonal boundary encoding scheme in the rate distortion sense. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7:13-26, 1998.
- [23] G.M. Schuster, X. Li, and A.K. Katsaggelos. Error concealment using hermite splines. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13:808-820, 2004.
- [24] L. Shao and H. Zhou. Curve fitting with Bezier cubics. *Graphical models and Image Processing*, 58:223-232, 1996.
- [25] S. Shirani, B. Erol, and F. Kossentini. A concealment method for shape information in MPEG-4 coded video sequences. *IEEE Trans. Multimedia*, 2:185-190, 2000.
- [26] L.D. Soares and F. Pereira. Combining space and time processing for shape error concealment. In *Proc. Picture Coding Symposium (PCS'2004)*, 2004.
- [27] L.D. Soares and F. Pereira. Spatial shape error concealment for object-based image and video coding. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13:586-599, 2004.

- [28] F.A. Sohel, L.S. Dooley, and G.C. Karmakar. A novel half-way shifting Bezier curve model. In *IEEE Region 10 TENCON 2005*, pages 1–6, 2005.
- [29] F.A. Sohel, G.C. Karmakar, and L.S. Dooley. A generic shape descriptor using Bezier curves. In *Proc. Int. Conf. on Information Technology: Coding and Computing (ITCC'05)*, volume 2, pages 474–477, 2005.
- [30] F.A. Sohel, G.C. Karmakar, and L.S. Dooley. Image-dependent spatial shape error concealment. In *Proc. Int. Conf. on Signal Processing*, pages 753–756, 2008.
- [31] Y. Wang, J. Ostermann, and Y. Zhang. *Video Processing and Communications*. Prentice Hall, 2001.
- [32] Y. Wang, S. Wenger, J. Wen, and A.G. Katsaggelos. Error resilient video coding techniques. *IEEE Signal Processing Mag.*, 7(4):61–82, 2000.
- [33] D. Zhang and G. Lu. Review of shape representation and description techniques. *Pattern Recognition*, 37:1–19, 2004.

ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ

Η Ευαγγελία Τσιλιγιάννη έλαβε το δίπλωμα του Ηλεκτρολόγου Μηχανικού και Μηχανικού Η/Υ τον Φεβρουάριο του 2001, από το Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Η/Υ του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου. Από τον Σεπτέμβριο του 2006 είναι μεταπτυχιακή φοιτήτρια του Τμήματος Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Εργάστηκε στο Ινστιτούτο Επεξεργασίας του Λόγου, Αθήνα, από τον Οκτώβριο του 1999 έως τον Μάρτιο του 2005, ως μέλος του Τμήματος Τεχνολογίας Φωνής. Από τον Σεπτέμβριο του 2002 εργάζεται ως καθηγήτρια Ηλεκτρολογίας στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.