Ενιαία Επίλυση ενός Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων-Διαχείρισης Αποθέματος με Χρήση του Αλγορίθμου Ant Colony Optimization

Η ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

υποβάλλεται στην

ορισθείσα από την Γενική Συνέλευση Ειδικής Σύνθεσης

του Τμήματος Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής στην Εξεταστική Επιτροπή

από τον

Βασίλειο Τάτση

ως μέρος των Υποχρεώσεων για τη λήψη του

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟΥ ΔΙΠΛΩΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ

ΜΕ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΣΗ

ΣΤΟΥΣ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΥΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ

Ιούλιος 2013

Ευχαριστιες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα Καθηγητή μου κ. Κωνσταντίνο Παρσόπουλο για το ενδιαφέρον του, τις συμβουλές του και το χρόνο που αφιέρωσε κατά την διάρκεια της συγγραφής της μεταπτυχιακής εργασίας μου. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Ισαάκ Λαγαρή, την κ. Κωνσταντίνα Σκουρή, τον κ. Ιωάννη Κωνσταντάρα και τον κ. Η. Κοτσιρέα για τις πολύτιμες συμβουλές τους και τις εποικοδομητικές συζητήσεις μας. Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα τους γονείς μου που με στήριξαν όλα αυτά τα χρόνια της φοίτησης μου, καθώς και όλα τα κοντινά και αγαπημένα μου πρόσωπα.

Η παρούσα εργασία έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαική Ένωση (European Social Fund - ESF) και απο Ελληνικούς πόρους μέσω του προγράμματος "Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση"του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ) - Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΙΙΙ. Επενδύοντας στην γνώση μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.

Περιεχομενα

Ευρετήριο Σχημάτων

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

Περιληψη

Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων-Διαχείρισης Αποθεμάτων (Inventory Routing P roblem - IRP) είναι θεμελιώδες στην επιχειρησιακή έρευνα και συγκεκριμένα στην αλυσίδα ανεφοδιασμού, καθώς συνδυάζει τις διαδικασίες μεταφοράς με αυτές της διαχείρισης αποθέματος. Συνήθως, τέτοια προβλήματα επιλύονται αντιμετωπίζοντας ανεξάρτητα τα δύο επιμέρους υπο-προβλήματα. Η παρούσα εργασία εισάγει και μελετά πειραματικά μια ενιαία μέθοδο επίλυσης ενός τέτοιου προβλήματος, χρησιμοποιώντας την μέθοδο βελτιστοποίησης Ant Colony Optimization (ACO). Για να επιτευχθεί αυτό, το βασικό πρόβλημα IRP μοντελοποιείται κατάλληλα ως πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων και επιλύεται με την ACO. Η πειραματική ανάλυση σε τυπικά προβλήματα IRP υποδεικνύει κατάλληλες τιμές των παραμέτρων της μεθόδου ACO. Πρωταρχικά αποτελέσματα σε τυπικά δοκιμαστικά προβλήματα και συγκρίσεις με τις βέλτιστες λύσεις αυτών, αποκαλύπτουν την δυναμική και τις αδυναμίες της προτεινόμενης μεθοδολογίας.

Abstract in English

The Inventory Routing problem is fundamental to the operational research and more specifically to the supply chain, as it combines the transport procedures with the inventory routing. Usually, such problems are tackled by dealing with the two sub-problems seperately. This current work introduces and experimentally studies a single method of solving such a problem using the Ant Colony Optimization method (ACO). To archieve this, the basic IRP is modelled as a vehicle routing problem and is solved using ACO. The experimental analysis of typical IRP problems denotes suitable values for the ACO method parameters. Preliminary results of typical test problems and comparisons using the best possible results, reveal the strong points and weaknesses of the proposed methodology.

Κεφαλαιο 1

Εισαγωγη

1.1 Εισαγωγικά Στοιχεία Βελτιστοποίησης

Ο χώρος της Βελτιστοποίησης (optimization) στα εφαρμοσμένα μαθηματικά αναφέρεται στην αναζήτηση βέλτιστων παραμέτρων ενός (συνήθως πολύπλοκου) συστήματος. Προβλήματα Βελτιστοποίησης απαντώνται σε πολλά επιστημονικά πεδία όπως η Φυσική, η Χημεία, τα Οικονομικά κλπ. Συνήθως ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης δίνεται σαν πρόβλημα ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης μιας συνάρτησης μιας ή πολλών μεταβλητών. Σε απλά προβλήματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν αναλυτικές μέθοδοι επίλυσης. Όμως, όσο αυξάνεται η μη γραμμικότητα των συναρτήσεων, η χρήση προσεγγιστικών αλγορίθμων γίνεται επιτακτική.

1.1.1 Βασικές Έννοιες

Σχεδόν πάντα στο χώρο της βελτιστοποίησης έχουμε κάποια κριτήρια καταλληλότητας μιας λύσης. Με αυτά ξεχωρίζουμε τις επιθυμητές από τις υπόλοιπες υποψήφιες λύσεις του προβλήματος. Τα κριτήρια αυτά εξαρτώνται πάντα από το πρόβλημα και από τον χρήστη. Μερικές βασικές έννοιες στον χώρο της βελτιστοποίησης είναι οι ακόλουθες:

- **Περιορισμοί (constraints):** Προκύπτουν είτε από το ίδιο το πρόβλημα είτε τίθενται από τον χρήστη, περιορίζοντας το πλήθος των πιθανών λύσεων. Συνήθως είναι ανισοτικοί αλλά συναντούνται και ισοτικοί.

- **Εφικτή λύση (feasible solution):** Καλείται μια λύση που ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του προβλήματος.

- **Ολική ή Καθολική Βελτιστοποίηση (global optimization):** Αναζήτηση της καλύτερης δυνατής (βέλτιστης) λύσης, ανάμεσα σε όλες τις εναλλακτικές.

- **Τοπική Βελτιστοποίηση (local optimization):** Αναζήτηση της καλύτερης δυνατής (υπο-βέλτιστης) λύσης μέσα σε ένα υποσύνολο όλων των εναλλακτικών.

- **Αντικειμενική συνάρτηση (objective function):** Είναι η συνάρτηση που προκύπτει από την μοντελοποίηση του φυσικού προβλήματος, ώστε να καταστεί δυνατή η επίλυσή του με κάποιο αλγόριθμο. Έτσι, η διαδικασία της βελτιστοποίησης ανάγεται στην εύρεση του ελάχιστου (minimum) ή του μέγιστου (maximum) της αντικειμενικής συνάρτησης, καθώς και του αντίστοιχου ελαχιστοποιητή (minimizer) ή μεγιστοποιητή (maximizer) στον οποίο επιτυγχάνεται αυτή η τιμή.

- **Ελαχιστοποίηση ή Μεγιστοποίηση:** Τα δύο αυτά προβλήματα είναι απολύτως ισοδύναμα. Η διαφορά μεταξύ τους έγκειται στην αναζήτηση ελαχίστου ή μεγίστου, αντίστοιχα. Επομένως δύναται να χρησιμοποιηθεί οποιαδήποτε από τις δύο περιπτώσεις, ανάλογα με το πρόβλημα.

- **Αναλυτική επίλυση:** Επιτυγχάνεται μόνο σε περιπτώσεις πολύ απλών προβλημάτων όπου οι μαθηματικοί χειρισμοί είναι εφικτοί. Στα υπόλοιπα προβλήματα των οποίων η μαθηματική επίλυση είναι δύσκολη ή ανέφικτη χρησιμοποιούνται προσεγγιστικοί αλγόριθμοι.

- **Αριθμητική ή προσεγγιστική επίλυση:** Ενδείκνυται σε περιπτώσεις δύσκολων και πολύπλοκων προβλημάτων όπου η αναλυτική επίλυση είναι επίπονη ή αδύνατη. Πραγματοποιείται με χρήση αλγορίθμων που συνήθως ξεκινούν από μια αρχική συνθήκη και παράγουν επαναληπτικά ακολουθίες σημείων που προσεγγίζουν την λύση (δηλαδή τον ελαχιστοποιητή της αντικειμενικής συνάρτησης).

1.2 Εισαγωγικά στοιχεία Επιχειρησιακής Έρευνας

Ο όρος Επιχειρησιακή Έρευνα (Ε.Ε) προήλθε από τον Αγγλικό όρο Operations Research (O.R) και αναφέρεται στα προβλήματα που ασχολούνται με διεξαγωγή ή συντονισμό επιχειρήσεων ή δραστηριοτήτων σε μια επιχείρηση. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι το εμπόριο, ο δημόσιος τομέας, η υγεία, ο στρατός, η βιομηχανία κτλ. Ο γενικός ορισμός, από την πλευρά της επιστημονικής προσέγγισης έγκειται στη λήψη αποφάσεων και στη συστηματική μελέτη των προβλημάτων αυτών, όπου η επίλυση τους με χρήση μαθηματικών εργαλείων κρίνεται απαραίτητη. Η Ε.Ε προέρχεται από τα τέλη του 19ου αιώνα, συγκεκριμένα από την βιομηχανική επανάσταση, Εικόνα 1.1. Την περίοδο εκείνη παρατηρήθηκε μια

Σχήμα 1.1: Ένα παλιό εργοτάξιο.

ραγδαία αύξηση των επιχειρήσεων ακολουθούμενη έπειτα από την δημιουργία μεγάλων πολυεθνικών. Επιπλέον, ήταν η πρώτη φορά που έγινε καταμερισμός των διοικητικών δράσεων σε πολλά τμήματα αντίστοιχα.

Από αυτή την διάσπαση και την εξειδίκευση προέκυψαν ποικίλα νέα προβλήματα στην βιομηχανία. Τα τμήματα της εταιρείας μετατράπηκαν σε αυτόνομες οντότητες με διαφορετικούς στόχους όπως για παράδειγμα τα ακόλουθα:

- Τμήμα παραγωγής: στόχος η μέγιστη αξιοποίηση του ανθρώπινου δυναμικού
- Οικονομικές υπηρεσίες: στόχος η δημιουργία καθαρού κέρδους
- Τμήμα πωλήσεων: στόχος η συνεχής διαθεσιμότητα των προϊόντων
- Τμήμα μάρκετινγκ: στόχος η δημιουργία αποτελεσματικού δικτύου διανομής και προώθησης προϊόντων.

Μερικά από τα προβλήματα που δημιουργήθηκαν όμως εξαιτίας του κατακερματισμού, ήταν η δύσκολη κατανομή του ανθρώπινου δυναμικού, της διαχείριση των υλικών για το σύνολο της επιχείρησης, καθώς και η ανάγκη επίλυσης προβλημάτων κατανομής πόρων με τον πιο αποδοτικό τρόπο. Όπως ήταν εύλογο, έτσι δημιουργήθηκαν οι πρώιμες συνθήκες εμφάνισης της Ε.Ε.

Σχήμα 1.2: Στρατιωτικές δραστηριότητες Βρετανικών στρατευμάτων.

1.2.1 Σύντομη Ιστορική αναδρομή της Ε.Ε.

Οι ρίζες της Ε.Ε ξεκινούν στις αρχές του 20ού αιώνα. Τότε έγιναν οι πρώτες προσπάθειες συστηματικής επίλυσης των διάφορων προβλημάτων διοίκησης επιχειρήσεων. Οι πρώτες αναφορές στην Ε.Ε είχαν κάνει την εμφάνιση τους ήδη από τις αρχές του 2ου Παγκοσμίου Πολέμου κατά την οργάνωση στρατιωτικών δραστηριοτήτων, π.χ. στη Μεγάλη Βρετανία, Εικόνα 1.2.

Οι πρώτες μελέτες έγιναν από τον Patrick Blackett(UK, 1897-1974) Εικόνα 1.3, ο οποίος μελέτησε τις εφοδιοπομπές των Βρετανών καθώς και διάφορα σημεία ενίσχυσης των αεροπλάνων. Σημαντικό επίσης πρόσωπο στην εξέλιξη της Ε.Ε είναι και ο George Dantzig (USA, 1914-2005) Εικόνα 1.3, ο οποίος ασχολήθηκε με την μελέτη της εφοδιαστικής αλυσίδας.

Δημιουργήθηκαν έτσι, ανάγκες για κατανομή του ανθρώπινου και υλικού δυναμικού στις πολεμικές επιχειρήσεις. Επιπλέον μεγάλος αριθμός επιστημόνων κλήθηκε από τις Βρετανικές και Αμερικανικές διοικήσεις, δημιουργώντας τις πρώτες ομάδες Ε.Ε για την αντιμετώπιση των διάφορων επιχειρησιακών προβλημάτων.

Σχήμα 1.3: O Patrick Blackett (αριστερά) και ο George Dantzig (δεξιά).

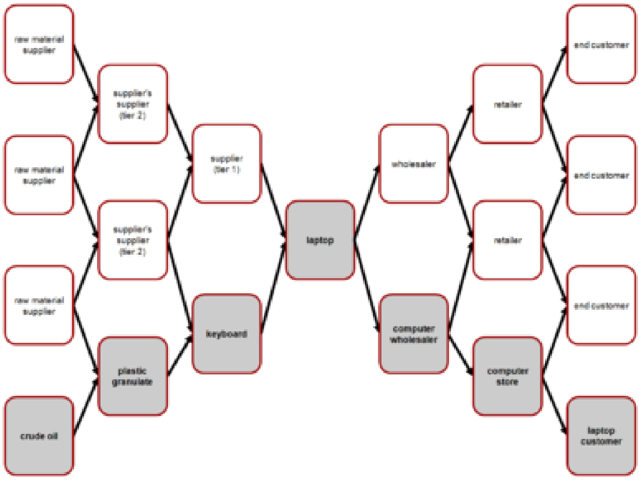
Ιστορικοί σταθμοί της ΕΕ.

- 1936-1937: Έγιναν οι πρώτες προσπάθειες και πειράματα ενοποίησης δεδομένων από ραντάρ καθώς και οι πρώτες παρατηρήσεις εδάφους.
- 1938: Εμφάνιση του όρου "Research into military operations ". Σύσταση της πρώτης ομάδας Ε.Ε.
- 1939: Μεγάλη στρατιωτική άσκηση της Βρετανίας όπου ξεχώρισε η βελτίωση του αμυντικού συστήματος.
- 1940: Μελέτη της ομάδας Ε.Ε. σώζει 120 αεροσκάφη με τα πληρώματα τους.
- 1941: Εισήχθη ο όρος Operational Research Section (ORS).

Η Ε.Ε αναπτύχθηκε ταχύτατα εξαιτίας της παράλληλης ανάπτυξης που επιτεύχθηκε στον τομέα των μαθηματικών και ειδικότερα εργαλείων όπως, ο Γραμμικός προγραμματισμός, η μέθοδος Simplex, ο δυναμικός προγραμματισμός κτλ. Σε όλα τα παραπάνω βοήθησε σημαντικά η επανάσταση της πληροφορικής με την εμφάνιση αλγορίθμων με σκοπό την γρήγορη επίλυση προβλημάτων και της σωστής διαχείρισης των δεδομένων.

1.2.2 Η Γενική Μεθοδολογία της Ε.Ε.

Σε γενικές γραμμές η μεθοδολογία που ακολουθείται στην Ε.Ε αρχικά είναι η παρατήρηση του συστήματος και η διατύπωση του αντίστοιχου προβλήματος. Ακολουθεί η δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου που περιγράφει το πρόβλημα, καθώς επίσης και η ακριβής αναπαράσταση των χαρακτηριστικών αυτού. Στην συνέχεια έρχεται ο έλεγχος της καταλληλότητα του μοντέλου και η επίλυση του με την χρήση κάποιου μαθηματικού μοντέλου. Ακολουθεί η επαλήθευση της καταλληλότητας της λύσης που βρέθηκε.



Σχήμα 1.4: Παράδειγμα ενός σύνθετου δικτύου εφοδιαστικής αλυσίδας.

Κλάδοι και περιοχές εφαρμογής

Αναφέρονται χαρακτηριστικά μερικοί από τους κλάδους και τις περιοχες εφαρμογής.

- Ναυπηγική - αεροναυπηγική
- Βιομηχανία τροφίμων
- Αυτοκινητοβιομηχανία
- Πληροφορική
- Επικοινωνίες
- Υγεία
- Χρηματιστήριο

1.2.3 Εισαγωγή στο πρόβλημα της Διαχείρισης Εφοδιαστικής Αλυσίδας (SCM)

Το πρόβλημα της Διαχείρισης Εφοδιαστικής Αλυσίδας (Δ.Ε.Α) αναφέρεται στη διαχείριση ενός δικτύου από διασυνδεδεμένες επιχειρήσεις όπου συμμετέχουν στην παροχή προϊόντων ή πακέτων, τα οποία ζητούνται από τους τελικούς καταναλωτές στην εφοδιαστική αλυσίδα. Ένα παράδειγμα ενός σύνθετου δικτύου Δ.Ε.Α βλέπουμε στο Σχήμα 1.4. Ο όρος "Εφοδιαστικής Αλυσίδα ", εισήχθηκε από τον Keith Oliver, σύμβουλο στην Booz Allen Hamilton, ο οποίος τον χρησιμοποίησε σε μια συνέντευξή του το 1982 στο Financial Times. Αρχισε έτσι να γίνεται όλο και ποιο γνωστός. Ουσιαστική άνθιση γνώρισε στα μέσα του 1990, όταν ξεκίνησε να εμφανίζεται όλο και πιο συχνά σε διάφορα άρθρα και βιβλία. Στις αρχές του 1990 κατείχε ήδη εξέχουσα θέση στον τομέα των οικονομικών επιστημών.

Μερικοί επίσημοι ορισμοί που έχουν δοθεί για το πρόβλημα της Δ.Ε.Α είναι οι εξής:

- Η διαχείριση της εξερχόμενης και της εισερχόμενης ροής των προστιθέμενων υλικών, των τελικών προϊόντων και των συσχετιζόμενων πληροφοριών μεταξύ των προμηθευτών, εταιριών, μεταπωλητών και τελικών καταναλωτών αποκαλείται Δ.Ε.Α.
- Η Δ.Ε.Α είναι ο συστηματικός, στρατηγικός συντονισμός των συστημάτων διαχείρισης και των τακτικών, στο πλαίσιο μιας συγκεκριμένης εταιρίας ή επιχείρησης, για τους σκοπούς της βελτίωσης της μακροπρόθεσμης απόδοσης αυτών, καθώς επίσης και της αλυσίδας εφοδιασμού.

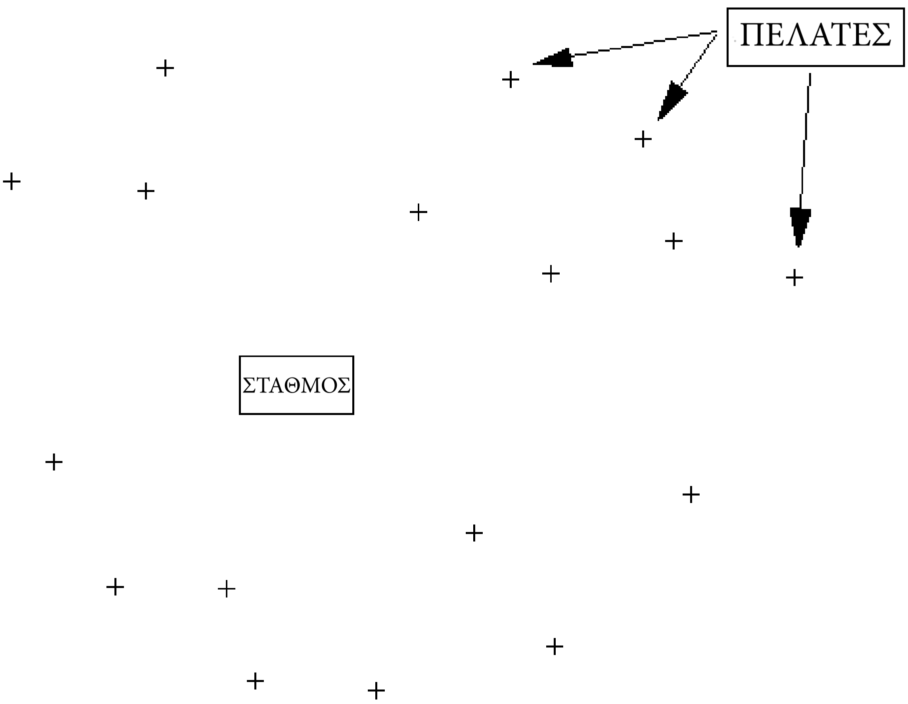
1.2.4 Εισαγωγή στο πρόβλημα της Διαχείρισης Αποθέματος - από πλευράς προμηθευτή (VMI)

Το πρόβλημα της Διαχείρισης Αποθέματος (Vendor-Manged Inventory) - από πλευράς προμηθευτή (Π.Δ.Α) αποτελεί μια οικογένεια επιχειρησιακών μοντέλων, στα οποία ο αγοραστής και το προϊόν προσφέρουν ορισμένες πληροφορίες στον προμηθευτή του συγκεκριμένου προϊόντος, και ο προμηθευτής είναι αυτός που αναλαμβάνει την διατήρηση της συμφωνημένης απογραφής του υλικού. Επιπλέον, ένας τρίτος πάροχος μπορεί να αναμειχθεί στην διαδικασία με σκοπό να εξασφαλίσει την απαιτούμενη ποσότητα αποθέματος αλλάζοντας την ζήτηση και τα διάφορα κενά του ανεφοδιασμού.

1.2.5 Εισαγωγή στο πρόβλημα της Δρομολόγησης Οχημάτων (VR)

Το πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Δ.Ο) αποτελεί ένα συνδυαστικό πρόβλημα βελτιστοποίησης ακέραιου προγραμματισμού που επιδιώκει την εξυπηρέτηση μεγάλου αριθμού πελατών με τη χρήση ενός στόλου οχημάτων. Προτάθηκε από τους Dantzig και Ramser το 1959 και είναι ένα από τα πιο σημαντικά προβλήματα στον τομέα των μεταφορών και της διανομής. Στο πρόβλημα αυτό έχουμε την διανομή διάφορων προϊόντων σε διαφορετικούς πελάτες με τη χρήση ενός στόλου οχημάτων με σκοπό την ικανοποίηση της εκάστοτε ζήτησης από τον κάθε πελάτη σε ένα πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα. Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους διανομής των προϊόντων στους τελικούς πελάτες. Πολλές μέθοδοι έχουν προταθεί κατά καιρούς για την αναζήτηση λύσεων στο πρόβλημα, αλλά συνήθως για σχετικά μικρού μεγέθους προβλήματα, καθώς για την εύρεση μιας λύσης σε ένα μεγάλο και σύνθετο πρόβλημα απαιτείται μεγάλη υπολογιστική πολυπλοκότητα.

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε την εξής κατάσταση που απεικονίζεται Σχήμα 1.5, όπου έχουμε έναν σταθμό περιτριγυρισμένο από πελάτες οι οποίοι προμηθεύονται από τον σταθμό διάφορα προϊόντα. Ο σταθμός αναλαμβάνει την διεργασία κατασκευής των διαδρομών που πρόκειται να ακολουθηθεί από τα οχήματα για την μεταφορά των προϊόντων στους πελάτες. Το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό ώς πρόβλημα Δ.Ο. Επιπλέον, στο Σχήμα 1.6 βλέπουμε τις διαδρομές των οχημάτων από τον σταθμό προς τους πελάτες. Έτσι, το πρόβλημα Δ.Ο μπορεί να οριστεί σαν ένα πρόβλημα σχεδιασμού διαδρομών των οχημάτων με γνωστή χωρητικότητα, με σκοπό την δρομολόγηση των προϊόντων στους διάφορους πελάτες σε έναν πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα, καλύπτοντας την εκάστοτε ζήτηση του κάθε πελάτη.



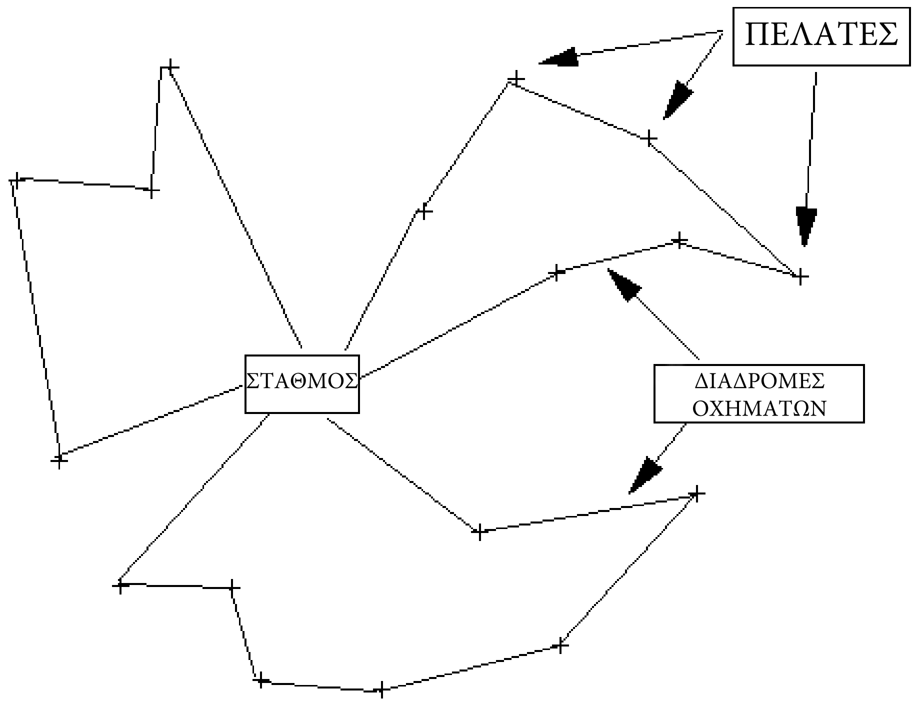
Σχήμα 1.5: Σταθμός και πελάτες.

Επιπλέον, οι διαδρομές των οχημάτων έχουν σχεδιαστεί έτσι ώστε να ελαχιστοποιούν την ολική απόσταση που πρόκειται να διανύσει το κάθε όχημα.

Το πρόβλημα της Δ.Ο ακολουθείται από μια μεγάλη ιστορία συστηματικής μελέτης, πρωτοεμφανίστηκε και θεωρήθηκε για πρώτη φορά σε μια ακαδημαϊκή εργασία από τους Dantzig και Ramser όπως αναφέραμε και δημοσιεύθηκε στις αρχές του 1950. Έκτοτε, έχει τραβήξει την προσοχή πολλών ακαδημαϊκών και μη λόγω της μεγάλης πρακτικής εφαρμογής του καθώς και του θεωρητικού ενδιαφέροντος.

1.3 Εισαγωγή στο πρόβλημα της Δρομολόγησης Διαχείρισης Αποθεμάτων της επιχειρησιακής έρευνας σαν πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων

Ο κύριος στόχος των προβλημάτων Δ.Ε.Α είναι η σωστή διευθεύτηση των διαφόρων φάσεων της εφοδιαστικής αλυσίδας. Αναλυτικότερα, ενσωματώνοντας τις αποφάσεις στον σχεδιασμό των διαφορετικών δραστηριοτήτων έχει ως αποτέλεσμα μια ουσιώδες βελτίωση στην συνολική απόδοση. Ένα σχετικό παράδειγμα ενσωματωμένων και συντονισμένων αποφάσεων μπορεί να βρεθεί στα προβλήματα Π.Δ.Α, όπου οι πελάτες κάνουν διαθέσιμες τις πληροφορίες του αποθέματος στους προμηθευτές τους (διανομείς), οι οποίοι έπειτα αναλαμβάνουν την ευθύνη της απόφασης στο πότε θα αποφασίσουν να εξυπηρετήσουν και ποιους πελάτες. Συνεπώς, ο προμηθευτής έχει να επιλέξει πόσο συχνά, πότε, και σε ποίες ποσό-



Σχήμα 1.6: Σταθμός και πελάτες - διαδρομές οχημάτων.

τητες θα τροφοδοτηθούν οι διαφορετικοί πελάτες του. Αυτή η ολοκληρωμένη διαχείριση των αποθεμάτων και διανομής προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία και ευκολία στον σχεδιασμό αποτελεσματικότερων διαδρομών για τα οχήματα μας, ενώ παράλληλα πραγματοποιείται βελτιστοποίηση στην αποθήκη καθ όλη την διάρκειά της αλυσίδας ανεφοδιασμού.

Το βασικό πρόβλημα βελτιστοποίησης που πρέπει να αντιμετωπιστεί από τον προμηθευτή, είναι η ταυτόχρονη λήψη αποφάσεων σχετικά με τις ποσότητες ανεφοδιασμού, καθώς επίσης και των διαδρομών που πρόκειται να ακολουθήσουν τα οχήματα μας με σκοπό την επίσκεψη όλων των πελατών. Αυτό είναι γνωστό ως το πρόβλημα της Δρομολόγησης Διαχείρησης Αποθέματος (Δ.Δ.Α). Το Δ.Δ.Α είναι από τα πιο ενδιαφέροντα και τα πιο δύσκολα προβλήματα στο χώρο της βελτιστοποίησης αλυσίδας ανεφοδιασμού και τυπικά θεωρείται ότι λειτουργεί υπό έναν κεντρικό σταθμό οχημάτων, εφοδιάζοντας ένα αριθμό από γεωγραφικά κατανεμημένους διάσπαρτους πελάτες, σε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο.[6]

Η βιβλιογραφία των προβλημάτων Δ.Δ.Α είναι εκτενής και περιλαμβάνει αρκετές παραλλαγές του προβλήματος, κυρίως όσον αφορά την φύση της ζήτησης από τους πελάτες με την έννοια της ντετερμινιστικότητας, σχολαστικότητας κτλ, καθώς και το μήκος του χρονικού ορίζοντα, πεπερασμένο η μή.

Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε μερικές παρόμοιες δουλειές στον προαναφερθείσα τομέα όπως οι εξής:

- Μονής περιόδου Δ.Δ.Α με στοχαστική ζήτηση [13] ή ντετερμινιστική ζήτηση [9]
- Πολλαπλών περιόδων πεπερασμένου ορίζοντα Δ.Δ.Α με σταθερή ή δυναμική ζήτηση [1,2,7,17].

- Μη-πεπερασμένου ορίζοντα Δ.Δ.Α με ντετερμινιστική ή στοχαστική ζήτηση [8,14].

Σαν επιπρόσθετο υλικό στον τομέα των προβλημάτων Δ.Δ.Α ο αναγνώστης μπορεί να κατευθυνθεί στα [3-16].

Στην παρούσα εργασία προτείνουμε μια μεταευρετική προσέγγιση για την επίλυση ενός διπλού προβλήματος εφοδιαστικής αλυσίδας, όπου ένας έμπορος λιανικής εξυπηρετείται από πολλά προϊόντα μέσα από πολλούς προμηθευτές, χρησιμοποιώντας έναν συγκεκριμένο αριθμό από ομοιογενή οχήματα περιορισμένης χωρητικότητας. Έτσι σχηματίζεται ένα πολλαπλών προϊόντων, πολλαπλών περιόδων πεπερασμένου ορίζοντα Δ.Δ.Α πρόβλημα, όπου η ζήτηση του έμπορου λιανικής είναι γνωστή σε κάθε χρονική στιγμή. Το Δ.Δ.Α πρόβλημα αρχικά μοντελοποιείται σαν ένα ισοδύναμο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Δ.Ο). Στη συνέχεια, χρησιμοποιείτε ο αλγόριθμος Ant Colony Optimization που συνδυάζει στοιχεία από τις πιο επιτυχείς παραλλαγές του όπως οι Ant System (AS), Ant Colony System (ACS) και Max-Min Ant System (MMAS). Τέλος, τα αποτελέσματα που λάβαμε αξιολογήθηκαν συγκρίνοντας τα με αυτά που λάβαμε με τη χρήση ενός γραμμικού εμπορικού πακέτου όπως το CPLEX.

Κεφαλαιο 2

Περιγραφη του προβληματος

2.1 Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία μελετάμε ένα δίκτυο προμηθευτών παρόμοιο με αυτό που προτάθηκε στο [17]. Το δίκτυο αποτελείται από έναν έμπορο λιανικής, N προμηθευτές ο καθένας από τους οποίους παρέχει ένα συγκεκριμένο προϊόν $i = 1, 2, ..., N$, στον έμπορο λιανικής, καθώς και έναν σταθμό οχημάτων. Στο εξής, ο δείκτης 0 θα αντιστοιχεί στον σταθμό, ενώ ο δείκτης $N + 1$ θα αντιστοιχεί στον έμπορο λιανικής. Ο στόλος των οχημάτων που, όπως αναφέραμε προηγουμένως βρίσκονται στον σταθμό, μεταφέρουν τα προϊόντα από τους προμηθευτές για να καλύψουν την ζήτηση, η οποία ορίζεται από τον έμπορο λιανικής σε έναν πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα ενώ επιτρέπεται η αποθήκευση τους. Τα οχήματα επιστρέφουν στην βάση στο τέλος κάθε διαδρομής. Αν η ζήτηση για παραπάνω από μια περίοδο έχει καλυφθεί, τα αποθέματα μεταφέρονται μπροστά σε επόμενη χρονική στιγμή και ανάλογα με το είδος τους υπολογίζεται και το ανάλογο κόστος αποθήκευσης στον έμπορο λιανικής. Η μη ικανοποίηση της ζήτησης για ένα συγκεκριμένο προϊόν, οδηγεί σε ανάλογο κόστος ανεπάρκειας για το προϊόν αυτό. Επομένως, στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους της συνολικής μεταφοράς των προϊόντων, του κόστους της αποθήκης καθώς επίσης και του κόστους έλλειψης, στο χρονικό ορίζοντα που έχουμε επιλέξει.

2.2 Μαθηματική Περιγραφή του Μοντέλου

Για να δώσουμε την μαθηματική περιγραφή του μοντέλου θεωρούμε αρχικά τους εξής δείκτες:

$$\begin{array}{ll} \text{Προμηθευτές:} & I_s = \{1, 2, \ldots, N\}, \\ \text{Οχήματα:} & I_v = \{1, 2, \ldots, M\}, \\ \text{Χρονικές στιγμές:} & I_p = \{1, 2, \ldots, T\}, \end{array} \tag{2.1}$$

και $I'_s = I_s \cup \{N+1\}$. Χρησιμοποιούμε τους ακόλουθους συμβολισμούς ακολουθώντας το μοντέλο που προτάθηκε στο [17], με την διαφορά ότι στο μοντέλο μας υποθέτουμε ότι έχουμε πεπερασμένο αριθμό οχημάτων σε αντίθεση με τον απεριόριστο αριθμό οχημάτων που χρησιμοποιήθηκε στο [17]:

C: χωρητικότητα κάθε οχήματος.

F: σταθερό κόστος κάθε οχήματος για κάθε διαδρομή (ίδιο για όλες τις χρονικές περιόδους).

V: κόστος μεταφοράς ανά μονάδα απόστασης.

M: μέγεθος του στόλου οχημάτων.

d_{it}: ζήτηση του έμπορου λιανικής για το προϊόν i την χρονική περίοδο t.

c_{ij}: κόστος μεταφοράς μεταξύ προμηθευτή i και j όπου $c_{ij} = c_{ji}$ και η τριγωνική ανισότητα, $c_{ik} + c_{kj} \geqslant c_{ij}$, ισχύει για όλα τα i, j, k με $i \neq j$, $k \neq i$, και $k \neq j$.

h_i: κόστος αποθήκευσης στον έμπορο λιανικής για το προϊόν i ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα του χρόνου.

s_i: κόστος έλλειψης (ικανοποίησης της υπερβάλλουσας ζήτησης με καθυστέρηση) στον έμπορο λιανικής για το προϊόν i ανά μονάδα προϊόντος και ανά μονάδα του χρόνου.

I_{i0}: επίπεδο αποθέματος του προϊόντος i στον έμπορο λιανικής, στην αρχή της πρώτης περιόδου.

a_{it}: τελική ποσότητα προϊόντος που λαμβάνεται από τον προμηθευτή i στην περίοδο t.

I_{it}: επίπεδο αποθεμάτων του προϊόντος i στον έμπορο λιανικής, στο τέλος της περιόδου t.

q_{ijt}: ποσότητα προϊόντων που μεταφέρεται από τον προμηθευτή i στον j στην περίοδο t.

x_{ijt}: αριθμός επισκέψεων των οχημάτων στην κατευθυνόμενη ακμή (i, j) στην χρονική περίοδο t.

Τότε, το πρόβλημα βελτιστοποίησης ορίζεται ως εξής:

$$\text{minimize} \quad Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5, \tag{2.2}$$

όπου:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sum_{i=1}^{N} h_i \sum_{t=1}^{T} I_{it}^{+}, \\ Z_2 &= \sum_{i=1}^{N} s_i \sum_{t=1}^{T} (-I_{it})^{+}, \\ Z_3 &= V\left(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\sum_{i=0}^{N} c_{ij}\left(\sum_{t=1}^{T} x_{ijt}\right)\right), \\ Z_4 &= V\left(\sum_{i=1}^{N} c_{i,N+1}\left(\sum_{t=1}^{T} x_{i,N+1,t}\right)\right), \\ Z_5 &= (F + c_{N+1,0})\sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} x_{0it}, \end{aligned} \tag{2.3}$$

όπου $x^+ = \max\{x, 0\}$. Επιπλέον, το πρόβλημα έχει τους ακόλουθους περιορισμούς:

$$\text{(C1)}: \quad I_{it} = I_{it-1} + a_{it} - d_{it}, \quad i \in I_s, t \in I_p, \tag{2.4}$$

$$\text{(C2)}: \quad \sum_{\substack{i=0\\ i\neq j}}^{N} q_{ijt} + a_{jt} = \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N+1} q_{jit}, \quad j \in I_s, t \in I_p, \tag{2.5}$$

$$\text{(C3)}: \quad \sum_{i=1}^{N} q_{i,N+1,t} = \sum_{i=1}^{N} a_{it}, \quad t \in I_p, \tag{2.6}$$

$$\text{(C4)}: \quad \sum_{\substack{i=0\\ i\neq j}}^{N} x_{ijt} = \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N+1} x_{jit}, \quad j \in I_s, t \in I_p, \tag{2.7}$$

$$\text{(C5)}: \quad \sum_{j=1}^{N} x_{0jt} = \sum_{j=1}^{N} x_{j,N+1,t}, \quad t \in I_p, \tag{2.8}$$

$$\text{(C6)}: \quad q_{ijt} \leqslant C\, x_{ijt}, \quad i \in I_s, j \in I'_s, i \neq j, t \in I_p, \tag{2.9}$$

$$\text{(C7)}: \quad \sum_{i=1}^{N} x_{0it} \leqslant M, \quad t \in I_p, \tag{2.10}$$

$$\text{(C8)}: \quad \sum_{t=1}^{T} a_{it} = \sum_{t=1}^{T} d_{it}, \quad i \in I_s, \tag{2.11}$$

$$\text{(C9)}: \quad C\, x_{ijt} - q_{ijt} \leqslant C - 1, \quad i \in I_s, j \in I'_s, t \in I_p, \tag{2.12}$$

$$(\text{C10}): \quad a_{jt} \leqslant \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{N} C\, x_{ijt}, \quad j \in I_s, t \in I_p, \tag{2.13}$$

$$(\text{C11}): \quad x_{ijt} \leqslant \sum_{\substack{k=0\\ k\neq i,j}}^{N} x_{kit}, \quad i \in I_s, j \in I'_s, t \in I_p \tag{2.14}$$

$$(\text{C12}): \quad I_{it} \in R, \quad i \in I_s, t \in I_p, \tag{2.15}$$

$$(\text{C13}): \quad a_{it} \geqslant 0, \quad i \in I_s, t \in I_p, \tag{2.16}$$

$$(\text{C14}): \quad x_{ijt} \in \{0,1\}, \quad i,j \in I_s, t \in I_p, \tag{2.17}$$

$$(\text{C15}): \quad x_{0jt} \in \mathbb{N}, \quad j \in I_s, t \in I_p, \tag{2.18}$$

$$(\text{C16}): \quad x_{i,N+1,t} \in \mathbb{N}, \quad i \in I_s, t \in I_p, \tag{2.19}$$

$$(\text{C17}): \quad x_{0,N+1,t} = 0, \quad t \in I_p, \tag{2.20}$$

$$(\text{C18}): \quad x_{i0t} = 0, \quad i \in I_s, t \in I_p, \tag{2.21}$$

$$(\text{C19}): \quad x_{N+1,j,t} = 0, \quad j \in I_s, t \in I_p, \tag{2.22}$$

$$(\text{C20}): \quad q_{ijt} \geqslant 0, \quad i \in I_s, j \in I'_s, t \in I_p, \tag{2.23}$$

$$(\text{C21}): \quad q_{0jt} = 0, \quad j \in I_s, t \in I_p. \tag{2.24}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση που ορίζεται από τις Σχέσεις (2.2) και (2.3) περιλαμβάνει το κόστος αποθέματος (αποθήκευσης και έλλειψης) καθώς επίσης και το κόστος μεταφοράς (μεταβλητό κόστος ταξιδιού και σταθερό κόστος οχημάτων). Το σταθερό κόστος μεταφοράς αποτελείται από το σταθερό κόστος που εισέρχεται ανά δρομολόγιο και από το σταθερό κόστος επιστροφής του οχήματος στην βάση από τον έμπορο λιανικής.

Παρακάτω ακολουθεί περιγραφή των περιορισμών του προβλήματος:

- C1: Περιγράφει το επίπεδο του αποθέματος για κάθε προϊόν.
- C2: Εξισώσεις ροής των προϊόντων (εξασφαλίζει το ισοζύγιο ροής για κάθε προμηθευτή).
- C3: Εξασφαλίζει τις συσσωρευτικές ποσότητες προϊόντων από στον έμπορο λιανικής.
- C4, C5: Εξασφαλίζουν ότι ο αριθμός των οχημάτων που φεύγουν από έναν προμηθευτή, τον έμπορο λιανικής ή από την βάση είναι ίσος με τον αριθμό των οχημάτων που φθάνουν σε αυτά. Ο περιορισμός C5 εισάγεται διότι κάθε όχημα πρέπει υποχρεωτικά να επισκεφτεί τον έμπορο λιανικής πριν να επιστρέψει στη βάση των οχημάτων.
- C6: Εγγυάται ότι δεν παραβιάζεται η χωρητικότητα των οχημάτων και συσχετίζει τις ποσότητες q_{ijt} και x_{ijt}, ώστε να επιτρέπονται διαμερισμένες παραλαβές προϊόντων.
- C7: Εισάγεται λόγω του περιορισμένου αριθμού οχημάτων για κάθε χρονική στιγμή t.
- C8: Εξασφαλίζει ότι η συνολική ζήτηση για κάθε προϊόν θα ικανοποιείται.
- C9: Εξασφαλίζει ότι είτε $q_{ijt} = 0$ με $x_{ijt} = 0$ ή $q_{ijt} \geqslant 1$ με $_{xijt} \geqslant 1$.

- C10: Εξασφαλίζει ότι οι ποσότητες προϊόντων που θα παραλαμβάνονται περιορίζονται από τον αριθμό των οχημάτων καθώς και από τις χωρητικότητες αυτών.
- C11: Εξασφαλίζει ότι αν υπάρχει ένα όχημα που πρόκειται να μεταβεί από έναν προμηθευτή σε κάποιον άλλον, τότε αυτό το όχημα θα πρέπει προηγουμένως να έχει φθάσει στον πρώτο προμηθευτή από κάποιον άλλον ή από την βάση των οχημάτων. Αυτό είναι απαραίτητο για να αποφύγουμε ανυπόστατες διαδρομές των οχημάτων που μπορεί να εμφανιστούν λόφω της μορφοποίησης του προβλήματος.
- C12: Υποδηλώνει ότι μπορεί να υπάρχει κόστος ικανοποίησης της υπερβάλλουσας ζήτησης με καθυστέρηση.

Οι υπόλοιποι είναι μη-αρνητικοί περιορισμοί που επιβάλλονται από τις μεταβλητές. Οι (C17),(C18) και (C19) εξασφαλίζουν της απουσία απευθείας διαδρομών από την βάση προς τον έμπορο λιανικής, από κάποιον προμηθευτή στον σταθμό και από τον έμπορο λιανικής προς τους προμηθευτές, αντίστοιχα.

Κεφαλαιο 3

Ant Colony Optimization

3.1 Εισαγωγή

Τα προβλήματα που εμφανίζονται στις πραγματικές εφαρμογές είναι συνήθως πολυσύνθετα προβλήματα και μοντελοποιούνται με συναρτήσεις που μπορεί να περιλαμβάνουν πολλά τοπικά ακρότατα και ασυνέχειες. Η αναλυτική επίλυση τέτοιων προβλημάτων είναι συνήθως δύσκολη και επίπονη διαδικασία και σε πολλές περιπτώσεις μη εφαρμόσιμη. Τα τελευταία χρόνια η έρευνα έχει στραφεί προς σύγχρονους στοχαστικούς ευρετικούς αλγορίθμους και ειδικότερα σε αυτούς που έχουν ως πηγή έμπνευσης κοινωνικά ή βιολογικά συστήματα. Οι αλγόριθμοι αυτοί δεν εγκλωβίζονται εύκολα σε τοπικά ακρότατα με άμεσο αποτέλεσμα την καλύτερη αναζήτηση του χώρου.

Μερικά βασικά χαρακτηριστικά αλγορίθμων που προέρχονται από φυσικά συστήματα είναι τα ακόλουθα:

- Μοντελοποιούν ένα φυσικό, κοινωνικό ή βιολογικό φαινόμενο.
- Έχουν στοιχεία στοχαστικότητας, δηλαδή είναι μη αιτιοκρατικοί αλγόριθμοι.

- Είναι εύκολα προσαρμόσιμοι και ανθεκτικοί και σε περιβάλλοντα με θόρυβο. Αυτή η ιδιότητα τους κάνει ευέλικτους και τους καθιστά κατάλληλους για επίλυση διαφορετικών προβλημάτων.

- Έχουν εγγενείς ιδιότητες παραλληλοποίησης, καθώς χρησιμοποιούν πολλά σημεία αναζήτησης για ταυτόχρονη αναζήτηση του χώρου. Το γεγονός αυτό επιτρέπει την παράλληλη εκτέλεσή τους σε σύγχρονους ηλεκτρονικούς υπολογιστές.

Η μέθοδος Ant Colony Optimization (ACO) αποτελεί ένα γενικό πλαίσιο για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης (Dorigo et al., 1996; Dorigo and Stutzle, 2004). Η ACO είναι ένα σύστημα που μοντελοποιεί την συμπεριφορά των μυρμηγκιών κατά τη διαδικασία εύρεσης τροφής. Τα μυρμήγκια ακολουθούν μια συμπεριφορά με την οποία επιτυγχάνουν να βρουν την συντομότερη διαδρομή από την φωλιά τους προς την πηγή τροφής. Συγκεκριμένα ξεκινούν την αναζήτηση γύρω από την φωλιά με τυχαίο τρόπο και, καθώς κινούνται, αφήνουν μια ποσότητα φερομόνης στο μονοπάτι που έχουν διανύσει.

Η ποσότητα της φερομόνης σε κάθε μονοπάτι εξαρτάται από την συχνότητα χρήσης του. Κάθε μυρμήγκι που φεύγει από την φωλιά ακολουθεί με μεγάλη πιθανότητα το μονοπάτι με την περισσότερη φερομόνη, αφήνοντας μια ποσότητα φερομόνης στο ίδιο μονοπάτι. Αν η ποσότητα φερομόνης σε ένα συγκεκριμένο μονοπάτι αυξάνεται, όλο και περισσότερα μυρμήγκια ακολουθούν αυτό το μονοπάτι. Όμως, με την πάροδο του χρόνου η φερομόνη λόγω της πτητικότητας της ελαττώνεται. Έτσι, μόνο μερικά μονοπάτια τελικά επικρατούν και κατά κανόνα αυτά είναι τα πιο συχνά επισκεπτόμενα.

Αν μοντελοποιήσουμε την παραπάνω διαδικασία, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι πρόκειται για μια επαναληπτική διαδικασία εύρεσης λύσεων. Σε κάθε επανάληψη του αλγορίθμου δημιουργούνται πιθανές λύσεις, όσες και ο αριθμός των εκάστοτε μυρμηγκιών που από εδώ και στο εξής θα τα αποκαλούμε *πράκτορες* (agents). Η ποιότητα κάθε λύσης αξιολογείται μέσω της συναρτήσεως κόστους. Η παραπάνω γενική διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ολοκληρωθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός επαναλήψεων ή να ικανοποιηθεί ένα κριτήριο σύγκλισης.

Πρέπει να επισημανθεί ότι βασικά υπάρχουν δύο βασικοί μηχανισμοί (στοιχεία) στους στοχαστικούς αλγορίθμους:

- *Αξιοποίηση* (exploitation) του χώρου των λύσεων κατά την οποία πραγματοποιείται τοπική αναζήτηση βέλτιστων λύσεων στις περιοχές που έχουν ήδη δώσει καλά αποτελέσματα.

- *Εξερεύνηση* (exploration) του χώρου των λύσεων για την αποτελεσματικότερη αναζήτηση νέων ελπιδοφόρων περιοχών.

Οι δύο αυτές διαδικασίες είναι ανταγωνιστικές μεταξύ τους και ένας σωστά ρυθμισμένος ευρετικός αλγόριθμος πρέπει να συμπεριλαμβάνει και τις δύο.

Τα τρία κυριότερα μειονεκτήματα των στοχαστικών αλγορίθμων είναι τα εξής:

- Έχουν έναν αριθμό παραμέτρων που πρέπει να ρυθμιστούν κατάλληλα ώστε να λάβουμε την απαιτούμενη ποιότητα λύσεων σε μικρό εύλογο χρόνο.
- Συνήθως απαιτούν αρκετούς υπολογισμούς της αντικειμενικής συνάρτησης για την εύρεση υπο-βέλτιστων λύσεων.
- Δεν είναι εγγυημένος ο υπολογισμός βέλτιστης λύσης.

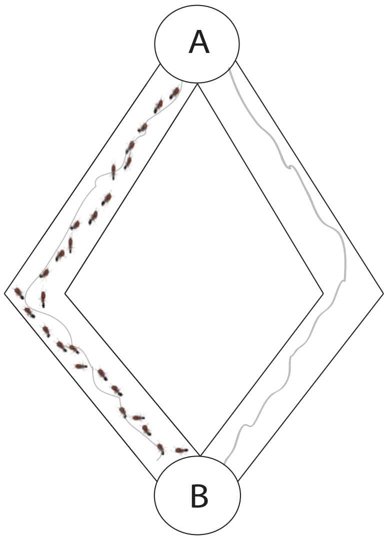
Βασικό χαρακτηριστικό που πρέπει να λαμβάνεται υπόψιν από τον χρήστη είναι η σταθερότητα του αλγορίθμου ως προς την απόδοση. Οι αλγόριθμοι αυτοί σε κάθε εκτέλεση τους παράγουν συνήθως ελαφρώς διαφορετικής ποιότητας λύσεις. Επομένως, ένα μέτρο αξιολόγησης της ποιότητας των λύσεων του αλγορίθμου είναι η εκτέλεση αρκετών πειραμάτων και ο υπολογισμός του μέσου όρου και της τυπικής απόκλισης των λύσεων. Ζητούμενο είναι μικρές διακυμάνσεις στην τυπική απόκλιση και στη μέση τιμή της ζητούμενης λύσης. Στην περίπτωση μη επίτευξης αυτού του στόχου ο χρήστης θα πρέπει να εξετάσει εκ νέου την σωστή ρύθμιση των παραμέτρων του αλγορίθμου.

3.2 Συλλογική Συμπεριφορά και Αυτο-οργάνωση

Εξετάζοντας τα έντομα και ειδικότερα τα μυρμήγκια στην περίπτωση μας σε ατομικό επίπεδο, θα αντιληφθούμε πως δεν μπορούν να λειτουργήσουν αυτόνομα έτσι ώστε να εκτελέσουν αρμονικά δομημένες διεργασίες όπως αυτές που συναντούμε στον πραγματικό κόσμο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα δομημένων διεργασιών, είναι η συγκομιδή της τροφής τους και το χτίσιμο των φωλιών. Επομένως, κρίνεται αναγκαία η συμμετοχή τους σε μια ομάδα κοινωνικών εντόμων, καθώς έτσι είναι σε θέση να εκτελέσουν πολύπλοκες εργασίες ακόμα και αν μερικά από την ομάδα αποτύχουν. Με λίγα λόγια, εμφανίζουν μια στιβαρότητα στον τρόπο εκτέλεσης εργασιών. Το μυστικό αυτής της επιτυχημένης συνεργασίας έγκειται στην συλλογική συμπεριφορά που οδηγεί στην **αυτο-οργάνωση** (self-organization). Ο όρος αυτο-οργάνωση περιγράφει εν γένει τη συλλογική συμπεριφορά δομικών στοιχείων σαν αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης μεταξύ τους. Χαρακτηριστικό των διεργασιών αυτών είναι η έλλειψη κεντρικού ελέγχου. Αντίθετα ο έλεγχος της δομής είναι κατανεμημένος σε όλο το σύστημα, όπως ακριβώς συμβαίνει και στα σμήνη μυρμηγκιών.

3.3 Στιγμέργια

Τα κοινωνικά έντομα προκειμένου να επιτύχουν τις συλλογικές εργασίες τους πρέπει να επικοινωνήσουν είτε άμεσα είτε έμμεσα. Η άμεση επικοινωνία βασίζεται στην οπτική ή χημική επαφή των εντόμων, στις ανταλλαγές τροφής ή υγρών μεταξύ τους. Αντίθετα, η έμμεση επικοινωνία βασίζεται στις μεταβολές του περιβάλλοντος από τα έντομα και την ανίχνευση των μεταβολών αυτών από τα ίδια ή άλλα έντομα της αποικίας. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα μιας τέτοιας διεργασίας είναι η εναπόθεση φερομόνης από τα μυρμήγκια



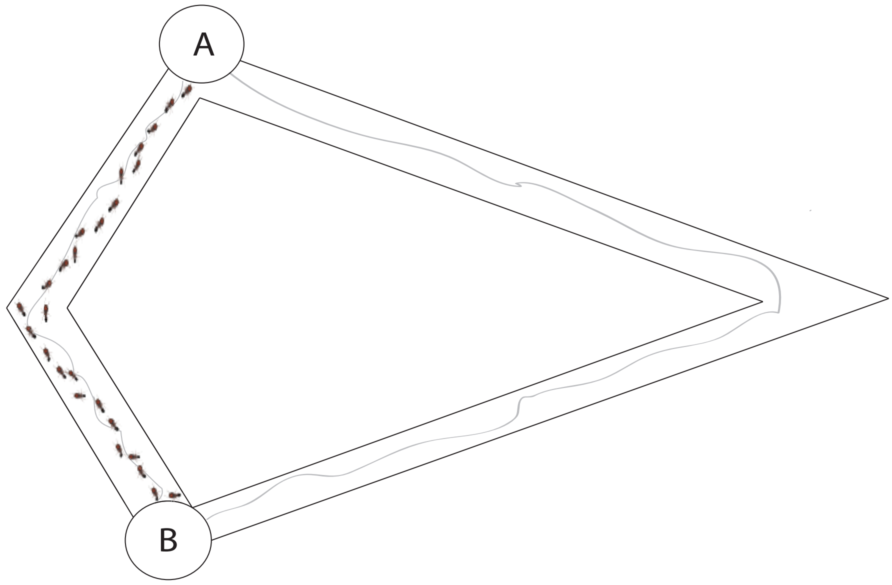
Σχήμα 3.1: Εικονική αναπαράσταση του πειράματος με ίσου μήκους μονοπάτια.

στο έδαφος κατά τη μεταφορά τροφής στη φωλιά. Η φερομόνη αυτή είναι εντοπίσιμη και από τα υπόλοιπα μέλη της αποικίας τα οποία δρουν ανάλογα. Η παραπάνω διαδικασία έμμεσης επικοινωνίας των εντόμων χαρακτηρίζεται από τον όρο *στιγμεργία* (stigmergy) ο οποίος προέρχεται από τις ελληνικές λέξεις στίγμα (stigma) και έργο (ergo) και εισήχθη για πρώτη φορά από τον Grass στο έργο του για τους τερμίτες Bellicositermes Natalensis και Cubitermes. [20]

3.4 Το πείραμα των δύο μονοπατιών

Ο Deneubourg [21] και άλλοι το 1990 έκαναν πρώτοι το πείραμα που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.1 με τις δύο γέφυρες. Αρχικά, στο πείραμα υπάρχουν η φωλιά των μυρμηγκιών και η πηγή τροφής όπου συνδέονται μέσω ίδιων σε μήκος μονοπατιών. Τα μυρμήγκια αρχίζουν και εξερευνούν το περιβάλλον της φωλιάς και τελικά καταλήγουν να διασχίζουν ένα από τα δύο μονοπάτια με τυχαίο τρόπο. Όταν φτάσουν στην τροφή αρχίζουν και επιστρέφουν στη φωλιά καθώς παράλληλα εναποθέτουν φερομόνη στο μονοπάτι που διέσχισαν. Αρχικά η τυχαία επιλογή του μονοπατιού οδηγεί στην εναπόθεση φερομόνης και στα δύο. Παρόλο που τα μονοπάτια είναι ίσα σε μήκος, λόγω τυχαίων διακυμάνσεων έπειτα από αρκετό χρόνο ένα από τα δύο μονοπάτια θα έχει περισσότερη φερομόνη και έτσι τα μυρμήγκια θα τείνουν να κινούνται μόνο σε αυτό.

Αντιθέτως, σε ένα παρόμοιο πείραμα που πραγματοποιήθηκε αργότερα και απεικονίζεται στο Σχήμα 3.2, υπάρχουν αντίστοιχα η πηγή τροφής, με τη διαφορά ότι αυτή τη φορά τα μονοπάτια έχουν διαφορετικό μήκος. Αρχικά, σε κανένα από τα δύο μονοπάτια δεν υπάρχει φερομόνη. Παρόλα αυτά, μετά από αρκετό χρόνο θα υπάρχει περισσότερη φερομόνη συγκεντρωμένη στο μονοπάτι με την συντομότερη σε μήκος διαδρομή. Δηλαδή παρατηρήθηκε ότι, τα μυρμήγκια επέλεξαν την συντομότερη διαδρομή κάνοντας ακούσια βελτιστοποίηση για την επίτευξη του αποτελέσματος.



Σχήμα 3.2: Εικονική αναπαράσταση του πειράματος με διαφορετικού μήκους μονοπάτια.

3.5 Ο Αλγόριθμος Ant Colony Optimization (ACO)

Ένας από τους πρώτους ερευνητές που μελέτησαν την κοινωνική συμπεριφορά των εντόμων, ήταν ο Γάλλος εντομολόγος Pierre-Paul Grasse. Ο οποίος παρατήρησε την συμπεριφορά ορισμένων ειδών τερμιτών όπως οι Bellicositerms natalensis και Cubiterms. Το 1946 ανακάλυψε μια περίεργη συμπεριφορά που την ονόμασε "εκφραστικό ερέθισμα", δηλαδή σήματα στα οποία αντιδρούσαν τα μυρμήγκια με βάση μια κωδικοποιημένη γενετική πληροφορία. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά των μυρμηγκιών οδηγεί σε μορφές αυτο-οργάνωσης που έμμεσα καθοδηγούν όλο τον πληθυσμό. Για παράδειγμα, τα μυρμήγκια εναποθέτουν φερομόνη στα μονοπάτια που διασχίζουν και κάθε μέλος της ομάδας επιλέγει την διαδρομή με την μεγαλύτερη ποσότητα φερομόνης. Τα πλεονεκτήματα της επικοινωνίας με χρήση φερομόνης είναι η δυνατότητα τροποποίησης του περιβάλλοντος με στόχο την μετάδοση πληροφορίας δίχως την φυσική παρουσία του δέκτη.

Όπως προαναφέρθηκε, η διαδικασία αυτή μοντελοποιείται στον αλγόριθμο ACO. Επίσης, αποτελεί μια γενική κατηγορία μεταευρετικών αλγορίθμων για την επίλυση προβλημάτων συνδυαστικής βελτιστοποίησης [5,12]. Για λόγους παρουσίασης, θα περιγράψουμε τον αλγόριθμο στα πλαίσια ενός προβλήματος Πλανόδιου Πωλητή (Travelling Salesman Problem-TSP). Έστω το πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης:

$$\mathrm{P} = (\mathrm{S}, \Omega, \mathrm{f}),$$

όπου S ο χώρος αναζήτησης, ο οποίος είναι πεπερασμένος και διακριτός, Ω το σύνολο περιορισμών (αν υπάρχουν) και $\mathrm{f}\colon \mathrm{S} \to \mathbb{R}_0^+$ η αντικειμενική συνάρτηση. Αν x_i, $i = 1, 2, ..., n$, είναι οι μεταβλητές του προβλήματος και v_i^j είναι μια πιθανή τιμή της x_i, τότε:

$$v_i^j \in D_i = \{v_i^1, v_i^2, ..., v_i^{|D_i|}\},$$

όπου $\mid D_i \mid$ είναι ο πληθάριθμος (πλήθος στοιχείων) του D_i. Μια λύση, $s \in S$, του προβλήματος θα απαρτίζεται από μια τιμή για καθεμιά από τις μεταβλητές του προβλήματος. Για παράδειγμα, στο TSP μια υποψήφια λύση θα δινόταν ως μια αναδιάταξη των δεικτών των πόλεων, π.χ. $S = (2, 3, 6, 5, 1, 4)^T$, η οποία θα υποδήλωνε ότι ο πωλητής πρώτα επισκέπτεται την πόλη c_2, μετά την c_3, κλπ και καταλήγει στην c_4. *Συνιστώσες* της λύσης (solution components) είναι οι τιμές των μεταβλητών που την συνιστούν. Έτσι, την συνιστώσα που αντιστοιχεί στην $x_i = v_i^j$, την συμβολίζουμε c_i^j. Το σύνολο όλων των συνιστωσών θα συμβολίζεται με C. Κάθε συνιστώσα c_i^j συσχετίζεται με μια παράμετρο, T_{ij}, που δηλώνει την φερομόνη που αντιστοιχεί στην c_i^j. Το σύνολο όλων των T_{ij} συμβολίζεται ως T. Μια συγκεκριμένη τιμή της παραμέτρου T_{ij} θα συμβολίζεται ως τ_{ij}.

3.5.1 Γενική Μορφή της ACO

Η γενική μορφή του αλγορίθμου ACO περιγράφετε σε μορφή ψευδοκώδικα παρακάτω.

```
While (termination conditions not met) Do
    Construct_Solution( )
    Further_Actions( ) // Optional (if any)
    Update_Pheromone( )
End While
```

Ο αλγόριθμος κατασκευάζει λύσεις όσο δεν ικανοποιείται το κριτήριο τερματισμού, προσπαθώντας να βελτιώσει τις καλύτερες ευρεθείσες μέχρι την συγκεκριμένη χρονική στιγμή εκτέλεσής του, ενώ ταυτόχρονα ανανεώνει τις τιμές τις φερομόνης.

Κατασκευή μιας υποψήφιας λύσης

Η κατασκευή μιας υποψήφιας λύσης ξεκινάει από μια μερική λύση (partial solution) που αρχικά είναι το κενό σύνολο, $s^p = \emptyset$. Στην συνέχεια, η λύση κατασκευάζεται συνιστώσα προς συνιστώσα, επιλέγοντας τιμές από το πεπερασμένο σύνολο $C = \{\ c_{ij}\ \}$. Η επιλογή μιας νέας συνιστώσας σε μια δεδομένη στιγμή της κατασκευής λύσης, γίνεται πιθανοτικά, σύμφωνα με την σχέση:

$$p(c_{ij}|s^p) = \frac{\tau_{ij}^{\alpha}\ \eta(c_{ij}^{\beta})}{\sum_{c_{il} \epsilon N(s^p)} \tau_{il}^{a}\ \eta(c_{il}^{\beta})}, \tag{3.1}$$

για όλα τα $c_{il} \in N(s^p)$, όπου τ_{ij} είναι η τιμή της φερομόνης που αντιστοιχεί στην συνιστώσα c_{ij}, $\eta(.)$ είναι μια ευρετική συνάρτηση ανάθεσης βάρους (π.χ. στο TSP, η ευρετική συνάρτηση ισούται με $1/d_{ij}$, όπου d_{ij} η απόσταση των αντίστοιχων πόλεων), $N(s^p)$ είναι το σύνολο των εφικτών (επιτρεπτών) συνιστωσών για την μερική λύση s^p και τα α, β, είναι θετικές παράμετροι που ρυθμίζουν την σημαντικότητας της φερομόνης και της ευρετικής πληροφορίας.

Ανανέωση της φερομόνης

Η ανανέωση της φερομόνης γίνεται ως εξής:

$$\tau_{ij} = \begin{cases} (1-\rho)\tau_{ij} + \rho\Delta\tau, & \text{αν } \tau_{ij} \in s_{ch}, \\ (1-\rho)\tau_{ij}, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \tag{3.2}$$

όπου s_{ch} μια καλή λύση, $\rho \in (0,1]$ είναι ο *ρυθμός εξάτμισης* (evaporation rate) και $\Delta\tau$ μια τιμή προσαύξησης (π.χ. στο TSP, $\Delta\tau^k = 1/\ L_k$, όπου L_k το μήκος της διαδρομής του k-οστού τερμίτη). Ο ρυθμός εξάτμισης βοηθάει στην αποφυγή πρόωρης σύγκλισης. Ουσιαστικά αποτελεί ένα μηχανισμό για να ξεχνούν οι τερμίτες τις παλιές πληροφορίες, ώστε να ευνοείται η καλύτερη αναζήτηση του χώρου. Η λύση s_{ch} διαφέρει ανάλογα με την έκδοση του αλγορίθμου και μπορεί να είναι είτε η καλύτερη λύση της τελευταίας επανάληψης είτε η καλύτερη συνολικά λύση από την εκκίνηση του αλγορίθμου.

3.5.2 Δημοφιλείς Παραλλαγές της ACO

Παρακάτω περιγράφονται μερικοί δημοφιλείς αλγόριθμοι που βασίζονται στο γενικό σχήμα του αλγορίθμου ACO:

ANT SYSTEM (AS)

Ακολουθεί το βασικό σχήμα που αναφέραμε παραπάνω. Η φερομόνη ανανεώνεται μετά την κίνηση όλων των τερμιτών (έστω k), ως εξής:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij} + \sum_{k=1}^{K} \Delta\tau_{ij}^k, \tag{3.3}$$

όπου,

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \dfrac{1}{L_k,} & \text{αν ο } k \text{ -οστός τερμίτης έχει την συνιστώσα } c_{ij}, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \tag{3.4}$$

και L_k είναι το μήκος της διαδρομής του.

ANT COLONY SYSTEM (ACS)

Το σχήμα αυτό διαφέρει σε κάποια σημεία από το AS. Καταρχήν χρησιμοποιεί διαφορετικό κανόνα μετάβασης από μια κατάσταση στην επόμενη. Έτσι, αν ο τερμίτης είναι στην θέση i, τότε επιλέγει ως επόμενη την j, όπου:

$$j = \begin{cases} \arg\max(\tau_{ij}\ \eta(c_{ij}^{\beta})), & \text{αν } q \leq q_0, \\ \\ \text{Σχήμα Σχέσης (3.1)}, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \tag{3.5}$$

όπου $0 \leq q_0 \leq 1$ μια παράμετρος που δίνεται από τον χρήστη και q ένας τυχαίος αριθμός τυχαία και ομοιόμορφα κατανεμημένος στο διάστημα [0.1]. Επιπλέον, η φερομόνη ανανεώνεται μόνο με χρήση της πληροφορίας του καλύτερου τερμίτη και εφόσον όλο το σμήνος έχει ολοκληρώσει μια επανάληψη, δηλαδή όλοι οι τερμίτες έχουν φτιάξει από μια υποψήφια λύση και αυτή έχει αξιολογηθεί. Το σχήμα ανανέωσης είναι:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij} + \rho\Delta\tau_{ij}, \tag{3.6}$$

όπου

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{αν η συνιστώσα } c_{ij} \text{ υπάρχει στην καλύτερη ευρεθείσα λύση,} \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \tag{3.7}$$

και L είναι το μήκος της καλύτερης διαδρομής. Τέλος, κατά την διάρκεια της διαδρομής, κάθε τερμίτης μεταβάλλει την φερομόνη ως εξής:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij} + \rho\Delta\tau_{ij}, \qquad 0 < \rho < 1. \tag{3.8}$$

MAX-MIN ANT SYSTEM ($\mathcal{MM}$AS)

Το Max-Min Ant System ($\mathcal{MM}$AS) είναι μία βελτίωση της αρχικής ιδέας του AS. Αυτή η παραλλαγή χρησιμοποιεί άνω και κάτω φράγματα, $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$, για τις τιμές της φερομόνης. Η φερομόνη ανανεώνεται μόνο από τον συνολικά καλύτερο τερμίτη ή από τον καλύτερο της τρέχουσας επανάληψης. Το σχήμα ανανέωσης είναι:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1-\rho)\tau_{ij} + \rho\Delta\tau_{ij}^{best}, \tag{3.9}$$

όπου:

$$\Delta\tau_{ij}^{best} \begin{cases} \frac{1}{L_{best}}, & \text{αν το καλύτερο μυρμήγκι χρησιμοποίησε την συνιστώσα } c_{ij}, \\ 0, & \text{διαφορετικά.} \end{cases} \tag{3.10}$$

Το L_{best} είναι το μήκος της διαδρομής του καλύτερου μυρμηγκιού. Αυτό ενδέχεται να είναι είτε η καλύτερη διαδρομή που βρέθηκε στη τρέχουσα επανάληψη είτε η καλύτερη λύση που βρέθηκε από την αρχή του αλγορίθμου μέχρι τώρα ή ένας συνδυασμός και των δύο. Επίσης, κάθε φερομόνη αρχικοποιείται στην τιμή $\tau_{\max}$ και, σε περίπτωση που η αναζήτηση δεν προχωράει ικανοποιητικά, αρχικοποιείται εκ νέου στην ίδια τιμή, περιοδικά.

Στον $\mathcal{MM}$AS χρησιμοποιείται άνω όριο $\tau_{\max}$ όσο και κάτω όριο $\tau_{\min}$ για τον περιορισμό της φερομόνης. Ο σκοπός του άνω ορίου είναι η αποφυγή της στασιμότητας *(stagnation)* κατά την επίλυση του προβλήματος αν κανένα μονοπάτι δεν μπορεί να συγκεντρώσει επαρκή φερομόνη. Επιπλέον, το κάτω όριο της φερομόνης διασφαλίζει το ότι καμιά διαδρομή δεν θα έχει μηδενική ή περίπου μηδενική πιθανότητα επιλογής. Τα άνω και κάτω όρια της φερομόνης ορίζονται με τις παρακάτω σχέσεις:

$$\tau_{max} = \frac{1}{\rho L_{opt}}, \qquad \tau_{min} = \frac{\tau_{max}(1-\sqrt[n]{p_{best}})}{(n/2-1)\sqrt[n]{p_{best}}},$$

όπου L_{opt} το μήκος της πραγματικής ολικής βέλτιστης διαδρομής. Προφανώς, επειδή αυτό δεν είναι γνωστό εκ των προτέρων, χρησιμοποιούμε στη θέση του το $L_{best(t)}$. Συνεπώς, το $\tau_{\max}$ είναι δυναμικά μεταβαλλόμενο. Επιπλέον, p_{best} είναι μια παράμετρος που καθορίζεται από το χρήστη. Σημειώνεται ότι όταν $p_{best} = 1$ τότε $\tau_{\min} = 0$. Επίσης, αν η τιμή του p_{best} είναι πολύ μικρή τότε υπάρχει πιθανότητα να ισχύει $\tau_{min} > \tau_{\max}$. Στην περίπτωση αυτή, θέτουμε $\tau_{\min} = \tau_{\max}$ οπότε και ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί μόνο την ευρετική πληροφορία για τη λύση του προβλήματος.

Απόδειξη της σχέσης του άνω ορίου: Σε κάθε επανάληψη η μέγιστη ποσότητα φερομόνης που μπορεί να εναποτεθεί ισούται με $1/L_{opt}$. Συνεπώς, από τη σχέση ανανέωσης της φερομόνης θα έχουμε:

$$\begin{gathered}
\tau_{ij}(1) = (1-\rho)\tau_{ij}(0) + 1/L_{opt} \\
\tau_{ij}(2) = (1-\rho)\tau_{ij}(1) + 1/L_{opt} = (1-\rho)^2\tau_{ij}(0) + (1-\rho)/L_{opt} + 1/L_{opt} \\
\tau_{ij}(3) = (1-\rho)\tau_{ij}(2) + 1/L_{opt} = (1-\rho)^3\tau_{ij}(0) + (1-\rho)^2/L_{opt} + (1-\rho)/L_{opt} + 1/L_{opt} \\
\vdots
\end{gathered}$$

$$\tau_{ij}(t) = (1-\rho)^t\tau_{ij}(0) + 1/L_{opt}\textstyle\sum_{i=0}^{t-1}(1-\rho)^i.$$

Όμως, αφού έχουμε $\rho < 1$, θα είναι:

$$\lim_{t\to\infty}(1-\rho)^t = 0,$$

και

$$\lim_{t\to\infty}\textstyle\sum_{t=0}^{t-1}(1-\rho)^i = \dfrac{1}{\rho},$$

επομένως

$$\lim_{t\to\infty}\tau_{ij}(t) = \lim_{t\to\infty}\{(1-\rho)^t\tau_{ij}(0) + 1/L_{opt}\textstyle\sum_{i=0}^{t-1}(1-\rho)^i\} = \dfrac{1}{\rho L_{opt}}$$

δηλαδή για κάθε τ_{ij} θα ισχύει:

$$\tau_{ij}(t) \leq \frac{1}{\rho L_{opt}}.$$

Απόδειξη της σχέσης του κάτω ορίου: Η πιθανότητα p_{dec} της επιλογής της αντίστοιχης συνιστώσας της πόλης σε ένα σημείο εξαρτάται απο τις τιμές των τ_{min} και τ_{max}. Η βέλτιστη λύση του προβλήματος δημιουργείται αν σε κάθε σημείο επιλογής - δηλαδή στις πόλεις για το TSP - το μυρμήγκι επιλέξει το μονοπάτι με τη μέγιστη φερομόνη τ_{max}. Για λόγους απλότητας, ας υποθέσουμε ότι η p_{dec} είναι η πιθανότητα επιλογής του σωστού μονοπατιού και ότι είναι σε όλες τις πόλεις ίδια.

Τότε θα ισχύει ότι:

$$p_{best} = p_{dec}^n \Rightarrow p_{dec} = \sqrt[n]{p_{best}}.$$

Σε κάθε πόλη το μυρμήγκι έχει να επιλέξει κατά μέσο όρο n/2 ακμές που συνδέουν την πόλη που βρίσκεται με τις υπόλοιπες. Η πιθανότητα p_{dec} το μυρμήγκι να επιλέξει τη σωστή ακμή προκύπτει από την Σχέση (3.1) για ορατότητα ίση με την μονάδα και για πλήθος ακμών n/2, δηλαδή:

$$p_{dec} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{max} + (n/2 - 1)\tau_{min}}.$$

Επομένως:

$$\tau_{min} = \frac{\tau_{max}(1 - \sqrt[n]{p_{best}})}{(n/2 - 1)\sqrt[n]{p_{best}}}.$$

Αρχικοποίηση της φερομόνης. Η διαφοροποίηση αυτή βοηθάει στην καλύτερη εξερεύνηση (exploration) του χώρου των λύσεων στις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου, καθώς η σχετική διαφορά μεταξύ των επιπέδων της φερομόνης των καλών και των κακών λύσεων είναι μικρή. Στο γεγονός αυτό συνεισφέρουν και τα όρια τ_{max} και τ_{min}.

3.6 Επίλυση του TSP με την ACO

Έστω ο πλήρως συνδεδεμένος γράφος του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή που απεικονίζεται στο Σχήμα 3.3, όπου έχουμε ένα σύνολο πόλεων και διαφορετικών σε μήκος διαδρομών μεταξύ αυτών. Καθεμιά διαδρομή χαρακτηρίζεται από ένα βάρος που μπορεί να υποδηλώνει την απόσταση μετάβασης από την μια πόλη στην άλλη. Στόχος του προβλήματος είναι η εύρεση μιας διαδρομής που διέρχεται από κάθε μια πόλη μοναδικά και έχει το μικρότερο συνολικό κόστος.

Σε κάθε ακμή του γράφου αντιστοιχούμε:

- Μια ευρετική τιμή (αμετάβλητη κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης), με τις μεγαλύτερες τιμές να θεωρούνται καλύτερες. Συνήθως επιλέγεται να είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης των δύο πόλεων.

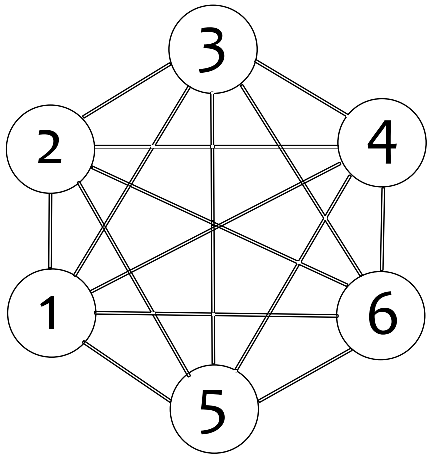
- Μια τιμή φερομόνης.

Κάθε διαδρομή μυρμηγκιού κατασκευάζεται με τον εξής τρόπο: το μυρμήγκι ξεκινά από μια τυχαία πόλη και στην συνέχεια επαναληπτικά επιλέγει την επόμενη πόλη μεταξύ αυτών που δεν έχει επισκεφθεί, στοχαστικά με πιθανότητα που εξαρτάται από τις ευρετικές τιμές και τις τιμές φερομόνης των υποψήφιων προς επίσκεψη ακμών. Αναλυτικότερα, όσο μεγαλύτερες οι τιμές αυτές τόσο μεγαλύτερη και η πιθανότητα επίσκεψης. Αφού όλα τα μυρμήγκια κατασκευάσουν τις διαδρομές τους, ενημερώνονται οι τιμές φερομόνης των ακμών ως εξής:

- Όλες οι τιμές φερομόνης μειώνονται κατά συγκεκριμένο ποσοστό.

- Οι τιμές φερομόνης των ακμών που συμμετέχουν σε καλές διαδρομές αυξάνονται.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι την ικανοποίηση κάποιου κριτηρίου.



Σχήμα 3.3: Ο πλήρως συνδεδεμένος γράφος του προβλήματος του πλανόδιου πωλητή.

Ενδεικτικά, περιγράφουμε παρακάτω τα Βήματα της AS για την επίλυση του TSP.

- Βήμα 1ο:
  - Θέτουμε την φερομόνη κάθε ακμής στην αρχική της τιμή (είτε σε μια πολύ μικρή τιμή είτε σε μια τυχαία τιμή) σε όλα τα μονοπάτια που συνδέουν τις πόλεις μεταξύ τους.
  - Υπολογίζουμε όλες τις αποστάσεις των πόλεων.
  - Επιλέγουμε (τυχαία) την πόλη-αφετηρία της διαδρομής κάθε μυρμηγκιού και την τοποθετούμε στην λίστα της μνήμης του. Επίσης μπορούν όλα τα μυρμήγκια να τοποθετηθούν και να ξεκινήσουν από την ίδια πόλη ή διαφορετική, ανάλογα με το πρόβλημα.
- Βήμα 2ο:
  - Για κάθε μυρμήγκι, επιλέγουμε την επόμενη πόλη που θα επισκεφτεί με βάση τον τυχαίο αναλογικό κανόνα μετάβασης Σχέση (3.1) μέχρι να ολοκληρώσει τη διαδρομή επισκεπτόμενο κάθε πόλη μια μόνο φορά.
- Βήμα 3ο:
  - Καταγράφουμε την καλύτερη διαδρομή που βρέθηκε.
- Βήμα 4ο:
  - Ανανεώνουμε τη φερομόνη στα μονοπάτια που επισκέφτηκαν τα μυρμήγκια με βάση τον κανόνα ανανέωσης της φερομόνης Σχέση (3.3)

- Βήμα 5ο:
  - Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία από το Βήμα 2 μέχρι έως ότου ολοκληρωθεί ένας συγκεκριμένος αριθμός επαναλήψεων ή επιτευχθεί ένα κριτήριο σύγκλισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

4.1 Αναπαράσταση Λύσης

Αρχικά θα προσπαθήσουμε να μορφοποιήσουμε το υπό μελέτη IRP πρόβλημα σε μια μορφή που μπορεί εύκολα να επιλυθεί από την ACO, την οποία έχουμε ήδη περιγράψει. Υποθέτουμε ότι το πρόβλημα αποτελείται από N προμηθευτές, M οχήματα και πεπερασμένο χρονικό ορίζοντα T περιόδων. Ακολουθούμε τον συμβολισμό που παρουσιάστηκε στο Κεφάλαιο 2 και τα σύνολα, I_s, I_v και I_p, όπως έχουν οριστεί στην Σχέση (2.1). Η προσέγγισή μας είναι επικεντρωμένη στα οχήματα υπό την έννοια ότι κάθε όχημα για κάθε χρονική περίοδο κατασκευάζει μια σειρά επίσκεψης στους προμηθευτές. Η απόφαση της μη επίσκεψης ενός συγκεκριμένου προμηθευτή, συνεπάγεται ότι ο προμηθευτής αυτός απουσιάζει από την σειρά επίσκεψης. Αυτή η μορφοποίηση είναι επαρκής έτσι ώστε να μετατρέψουμε το IRP πρόβλημα σε ένα ισοδύναμο πρόβλημα δρομολόγησης οχημάτων (Vehicle Routing-VR).

Έστω ότι ο όρος $p_{it}^{[j]}$ συμβολίζει την θέση του προμηθευτή i στην σειρά επίσκεψης του οχήματος j σε κάποια συγκεκριμένη χρονική περίοδο t. Τότε έχουμε:

$$p_{it}^{[j]} \in \{0, 1, 2, \ldots, N\}, \quad \text{για κάθε} \;\; i \in I_s, j \in I_v, t \in I_p, \tag{4.1}$$

όπου $p_{it}^{[j]} = 0$ υποδηλώνει ότι ο προμηθευτής i δεν επισκέπτεται από το όχημα j την χρονική περίοδο t. Οι ποσότητες $p_{it}^{[j]}$ για όλα τα i, j, και t, είναι επαρκείς για τον υπολογισμό των συχνοτήτων επίσκεψης x_{ijt} στο IRP μοντέλο που έχει περιγραφεί στο Κεφάλαιο 2.

Πράγματι, το σύνολο των δεικτών των οχημάτων που περιέχουν την κατευθυνόμενη ακμή (i, j) με $i, j \in I_s$, $i \neq j$, στις διαδρομές τους την χρονική περίοδο t, είναι:

$$K_{(i,j,t)} = \Big\{ k \in I_v \ \text{ τέτοια ώστε } \ p_{it}^{[k]} = l-1, \ p_{jt}^{[k]} = l, \ l \in I_s \setminus \{1\} \Big\}.$$

Επιπλέον, ορίζουμε τα εξής σύνολα:

$$\begin{aligned} K_{(0,i,t)} &= \Big\{ k \in I_v \ \text{ τέτοια ώστε } \ p_{it}^{[k]} = 1 \Big\}, \\ K_{(i,N+1,t)} &= \Big\{ k \in I_v \ \text{ τέτοια ώστε } \ p_{it}^{[k]} > p_{jt}^{[k]}, \ \forall j \in I_s \setminus \{i\} \Big\}, \end{aligned}$$

τα οποία περιέχουν τους δείκτες οχημάτων που επισκέπτονται τον προμηθευτή i πρώτο και τελευταίο, αντίστοιχα. Τότε, αν $|K_{(i,j,t)}|$ δηλώνει την πληθάριθμο του $K_{(i,j,t)}$, μπορούμε άμεσα να συμπεράνουμε ότι:

$$x_{ijt} = \begin{cases} |K_{(i,j,t)}|, & \text{αν } K_{(i,j,t)} \neq \emptyset, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \qquad \text{για κάθε } \ i,j,t. \tag{4.2}$$

Εκτός από την σειρά επίσκεψης, κάθε όχημα ακολουθεί επίσης και μια πολιτική που αφορά τις ποσότητες που πρόκειται να ληφθούν από τον προμηθευτή. Η πολιτική αυτή, βασίζεται στην λογική υπόθεση ότι ένα όχημα θα πρέπει να ικανοποιεί όλη την ζήτηση, καθώς και το κόστος ικανοποίησης της υπερβάλλουσας ζήτησης με καθυστέρηση εφόσον το επιτρέπει η χωρητικότητά του. Με άλλα λόγια, αν $L_{it}^{[k]}$ υποδηλώνει την k-οστή φόρτωση του οχήματος όταν επισκέπτεται τον προμηθευτή i την χρονική περίοδο t και $a_{it}^{[k]}$ είναι η ποσότητα των προϊόντων που πρόκειται να ληφθούν από τον προμηθευτή, τότε θα πρέπει:

$$a_{it}^{[k]} = \min \Big\{ C - L_{it}^{[k]}, \ d_{it} - I_{i,t-1} \Big\},$$

όπου C είναι η χωρητικότητα του οχήματος, ενώ d_{it} και $I_{i,t-1}$ αναφέρονται στην ζήτηση καθώς και στο υπάρχον απόθεμα, αντίστοιχα. Προφανώς, αν $p_{it}^{[k]} = 0$ (το όχημα δεν επισκέφθηκε τον προμηθευτή i) τότε οι ποσότητες που πρέπει να ληφθούν θα πρέπει να είναι $a_{it}^{[k]} = 0$. Η συνολική ποσότητα που πρέπει να ληφθεί απο τον προμηθευτή i την χρονική περίοδο t από όλα τα οχήματα, δίνεται από την σχέση:

$$a_{it} = \sum_{k=1}^{M} a_{it}^{[k]}.$$

Διαπιστώνουμε ότι, είναι πιθανό η συνολική ποσότητα που θα ληφθεί από τον προμηθευτή i, να γίνει μεγαλύτερη από την ποσότητα που καθορίζεται από τις απαιτήσεις του συστήματος. Αυτό μπορεί να παρατηρηθεί στην περίπτωση όπου ένας αριθμός των οχημάτων με επαρκή ελεύθερη χωρητικότητα, επισκέπτονται τον ίδιο προμηθευτή, λαμβάνοντας έκαστο ποσότητα ίση με $d_{it} - I_{i,t-1}$. Όμως, μια τέτοια λύση θα είναι μη εφικτή εξαιτίας του περιορισμού της Σχέσης (2.11) και τελικά θα απορριφθεί από τον αλγόριθμο.

Οι παραπάνω ποσότητες είναι επαρκείς για να καθορίσουν πλήρως όλες τις μεταβλητές του IRP. Οι υπόλοιπες παράμετροι του μοντέλου, όπως τα επίπεδα αποθέματος I_{it} και οι μεταφερόμενες ποσότητες q_{ijt}, μπορούν ευθέως να καθοριστούν λαμβάνοντας υπόψη τους περιορισμούς του IRP προβλήματος. Ειδικότερα, το I_{it} δίνεται κατευθείαν απο την Σχέση (2.4), ενώ οι μεταφερόμενες ποσότητες δίνονται από την σχέση:

$$q_{ijt} = \sum_{k \in K_{(i,j,t)}} \left(L_{it}^{[k]} + a_{it}^{[k]} \right), \qquad i, j \in I_s,\ i \neq j.$$

Έτσι, η σειρά επίσκεψης των οχημάτων μπορεί να μας δώσει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για να περιγράψουμε ολόκληρο το σύστημα, καθιστώντας το VR πρόβλημα μια ισοδύναμη μορφοποίηση του αρχικού IRP προβλήματος.

Βασιζόμενοι σε αυτή τη μορφοποίηση, προτείνουμε ένα σχήμα αναπαράστασης της αναζητούμενης λύσης που αποτελείται από την σειρά επίσκεψης όλων των οχημάτων για όλες τις χρονικές περιόδους, ως εξής:

$$\Bigg(\quad \cdots \quad \underbrace{\underbrace{p_{1t}^{[1]}, \ldots, p_{Nt}^{[1]},}_{\text{όχημα 1}} \quad \ldots, \quad \underbrace{p_{1t}^{[M]}, \ldots, p_{Nt}^{[M]},}_{\text{όχημα M}}}_{\text{χρονική περίοδο } t} \quad \cdots \quad \Bigg), \tag{4.3}$$

όπου το $p_{it}^{[j]}$ έχει οριστεί στην Σχέση (4.1). Προφανώς, για ένα πρόβλημα με N προμηθευτές, M οχήματα και T χρονικές στιγμές, χρειαζόμαστε ένα σταθερού μεγέθους διάνυσμα ($N \times M \times T$) θέσεων για να αναπαραστήσουμε μια υποψήφια λύση.

Για παράδειγμα στην περίπτωση ενός προβλήματος με 2 προμηθευτές, 2 οχήματα και 2 χρονικές στιγμές ($N = M = T = 2$), μια υποψήφια λύση είναι ένα διάνυσμα διάστασης 8:

$$\Bigg(\quad \underbrace{\underbrace{p_{11}^{[1]}, \quad p_{21}^{[1]},}_{\text{όχημα 1}} \quad \underbrace{p_{11}^{[2]}, \quad p_{21}^{[2]},}_{\text{όχημα 2}}}_{\text{χρονική περίοδο 1}} \quad \underbrace{\underbrace{p_{12}^{[1]}, \quad p_{22}^{[1]},}_{\text{όχημα 1}} \quad \underbrace{p_{12}^{[2]}, \quad p_{22}^{[2]}}_{\text{όχημα 2}}}_{\text{χρονική περίοδο 2}} \quad \Bigg),$$

Κάθε μυρμήγκι (πράκτορας) στη προσέγγιση μας θα κατασκευάζει τέτοια διανύσματα, σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράφεται στις ακόλουθες παραγράφους.

4.2 Τελεστές Αλγορίθμου και Διαδικασίες

Ο αλγόριθμος που προτείνουμε βασίζεται σε έναν συνδυασμό στοιχείων από τις δημοφιλέστερες παραλλαγές της ACO. Υποθέτουμε ότι έχουμε K μυρμήγκια (πράκτορες), τα οποία επαναληπτικά κατασκευάζουν τις υποψήφιες λύσεις ενώ στην μνήμη παραμένει η καλύτερη από την αρχή εκτέλεσης του αλγορίθμου. Κάθε μυρμήγκι κατασκευάζει ένα διάνυσμα της μορφής της Σχέσης (4.3). Η κατασκευή της λύσης, βασίζεται στην πιθανοτική επιλογή της τιμής κάθε συνιστώσας, βασιζόμενη στον πίνακα φερομόνης.

Πιο συγκεκριμένα, υπάρχει μια τιμή φερομόνης, $\tau_{it}^{[j]}(l)$, $l = 0, 1, \ldots, N$, για κάθε μια απο τις l πιθανές τιμές (καταστάσεις) των μεταβλητών $p_{it}^{[j]}$ όπως έχουν οριστεί στην Σχέση (4.1):

$$\begin{array}{llcccc} \text{Καταστάσεις του } p_{it}^{[j]}: & \{ & 0, & 1, & \ldots, & N \quad \} \\ & & \uparrow & \uparrow & & \uparrow \\ \text{Φερομόνες:} & & \tau_{it}^{[j]}(0) & \tau_{it}^{[j]}(1) & \cdots & \tau_{it}^{[j]}(N) \end{array}$$

Η αντίστοιχη πιθανότητα για να έχουμε $p_{it}^{[j]} = l$ υπολογίζεται ως εξής:

$$\rho_{it}^{[j]}(l) = \frac{\tau_{it}^{[j]}(l)}{\sum\limits_{k=0}^{N} \tau_{it}^{[j]}(k)}, \qquad \forall\, i, j, t,$$

και προφανώς επαληθεύεται η απαραίτητη συνθήκη:

$$\sum_{l=0}^{N} \rho_{it}^{[j]}(l) = 1, \qquad \forall\, i, j, t.$$

Κάθε μυρμήγκι χρησιμοποιεί αυτές τις πιθανότητες για να αποφασίσει σχετικά με την ανάθεση τιμών στις συνιστώσες του (όπως η μετάβαση μεταξύ των πόλεων στο TSP πρόβλημα) μέσω της διαδικασίας επιλογής ρουλέτας (roulette-wheel selection) [4].

Στην πράξη, υπάρχουν μερικοί περιορισμοί στην διαδικασία. Για παράδειγμα, το $p_{it}^{[j]}$ δεν μπορεί να έχει την ίδια τιμή με κάποιο άλλο $p_{kt}^{[j]}$ με $k \neq i$, καθώς αυτό θα σήμαινε ότι ο προμηθευτής i και ο k επισκέπτονται ταυτόχρονα από το όχημα j την χρονική στιγμή t. Αυτού του είδους τους περιορισμούς μπορούμε να τους χειριστούμε είτε με την χρήση συναρτήσεων ποινής είτε αφήνοντας μόνο τις εφικτές τιμές να λαμβάνουν μέρος στην διαδικασία επιλογής. Ακολουθούμε την τελευταία προσέγγιση καθώς τέτοιοι περιορισμοί μπορούν ευθέως να ενσωματωθούν στον αλγόριθμο μας.

Έτσι όταν κατασκευάζεται μια λύση, αποτιμάται από την αντικειμενική συνάρτηση καθώς και όλοι οι περιορισμοί. Αν η λύση είναι μή εφικτή, τότε στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης προστίθεται μια ποινή ανάλογα με το πλήθος και το μέγεθος παραβίασης των περιορισμών. Η συγκεκριμένη διαδικασία θα περιγραφεί, σε επόμενη ενότητα.

Αμέσως μετά την κατασκευή μιας υποψήφιας λύσης και την εκτίμηση όλων των περιορισμών, γίνεται ανανέωση της καλύτερης λύσης που βρέθηκε από την εκκίνηση του αλγορίθμου. Ειδικότερα, κάθε υποψήφια λύση που έχει κατασκευαστεί συγκρίνεται με την καλύτερη και, αν είναι καλύτερη, την αντικαθιστά. Με σκοπό να αποφύγουμε αυστηρούς περιορισμούς εφικτότητας που μπορεί να οδηγήσουν στην μείωση της ικανότητας αναζήτησης του αλγορίθμου, επιτρέπουμε την κατασκευή μη εφικτών λύσεων, ενώ παράλληλα υιοθετούμε τους παρακάτω κανόνες για την σύγκριση δύο υποψήφιων λύσεων:

(1) Μεταξύ εφικτών υποψήφιων λύσεων, επιλέγεται αυτή με την μικρότερη αντικειμενική τιμή.

(2) Μεταξύ μη εφικτών υποψήφιων λύσεων, επιλέγεται αυτή με την μικρότερη συνολική ποινή.

(3) Μεταξύ μιας εφικτής υποψήφιας λύσης και μιας μη εφικτής, η εφικτή επιλέγεται πάντα.

Αυτοί οι κανόνες επιτρέπουν την αποδοχή μη εφικτών υποψήφιων λύσεων, οι οποίες είναι στην περίπτωση μας σημαντικές στις πρώτες επαναλήψεις του αλγορίθμου. Ταυτόχρονα ευνοούν τις λύσεις που βρίσκονται πιο κοντά ή μέσα στην εφικτή περιοχή. Προφανώς, στην αρχικοποίηση του αλγορίθμου δεν χρειαζόμαστε εφικτές υποψήφιες λύσεις.

Μετά από την ανανέωση της καλύτερης λύσης, γίνεται η ανανέωση της φερομόνης. Αυτή η διαδικασία είναι ένα από τα σημαντικά χαρακτηριστικά στα οποία διαφέρουν οι παραλλαγές της ACO. Στην προσέγγισή μας, συνδυάζουμε χαρακτηριστικά από διαφορετικές παραλλαγές. Ειδικότερα, το πρώτο βήμα στην ανανέωση της φερομόνης είναι η εξάτμιση της, στη οποία κάθε τιμή φερομόνης μειώνεται ώς εξής:

$$\tau_{it}^{[j]}(l) \longleftarrow (1 - R_{\mathrm{ev}})\tau_{it}^{[j]}(l), \qquad \text{για κάθε } \ i, j, t, l,$$

όπου $R_{\mathrm{ev}} \in (0, 1)$ είναι η τιμή εξάτμισης της φερομόνης και καθορίζει τον ρυθμό με τον οποίο ξεχνάει τις προηγούμενες καταστάσεις στις περισσότερες παραλλαγές της ACO [12]. Μετά την εξάτμιση της φερομόνης, οι φερομόνες ανανεώνονται ξανά, όπως ακολουθεί:

$$\tau_{it}^{[j]}(l) \longleftarrow \tau_{it}^{[j]}(l) + \Delta_{it}^{[j]}(l), \qquad \text{για κάθε } \ i, j, t, l,$$

όπου:

$$\Delta_{it}^{[j]}(l) = \begin{cases} \frac{\Delta\tau}{K}, & \text{αν η καλύτερη λύση περιέχει το } p_{it}^{[j]} = l, \\ 0, & \text{διαφορετικά,} \end{cases} \tag{4.4}$$

και $\Delta\tau$ είναι μια σταθερή ποσότητα, η οποία σε συνδυασμό με το R_{ev} καθορίζει πόσο έντονα ο αλγόριθμος επικεντρώνεται στην καλύτερη λύση που βρήκε. Όμοια με την $\mathcal{MM}$AS [19], επιλέγουμε μόνο την καλύτερη λύση για να προσθέτει φερομόνη. Επίσης, θεωρούμε ένα κάτω όριο για τις τιμές της φερομόνης, $\tau_{it}^{[j]}(l) \geqslant 10^{-3}$, με σκοπό να αποφύγουμε τον ολικό αποκλεισμό συγκεκριμένων τιμών του $p_{it}^{[j]}$ κατά την διάρκεια της αναζήτησης. Η χρήση άνω ορίου δεν έχει δείξει να ωφελεί σημαντικά τον αλγόριθμο.

Επιπλέον, τα αρχικά πειράματα που εκτελέστηκαν, φανερώνουν ότι ο αλγόριθμος μπορεί να εμφανίσει μια στασιμότητα, στην περίπτωση που μία πολύ καλή λύση βρεθεί πρόωρα. Αυτή η αδυναμία μπορεί να διευθετηθεί υιοθετώντας έναν μηχανισμό επανεκκίνησης του αλγορίθμου όπως στην παραλλαγή $\mathcal{MM}$AS [19]. Έτσι, κάθε r_{re} επαναλήψεις όλες οι τιμές των φερομονών επαναρχικοποιούνται, προσφέροντας στον αλγόριθμο την απαραίτητη διαταραχή ώστε να αποφύγει πιθανούς τοπικούς ελαχιστοποιητές. Ο αλγόριθμος τερματίζεται όταν έχουν ικανοποιηθεί τα κριτήρια που έχει ορίσει ο χρήστης.

Η αρχικοποίηση των φερομονών ακολουθεί ένα ακόμα ειδικό αλλά εύλογο σχήμα. Κατά το βήμα αρχικοποίησης του αλγορίθμου, οι αποφάσεις πρέπει να είναι αμερόληπτες ως προς τις τιμές των συνιστωσών. Έτσι, αρχικά θέτουμε ίση ποσότητα φερομόνης στην επίσκεψη (τιμή συνιστώσας ίση με 0) και στην μη επίσκεψη ενός προμηθευτή (μεγαλύτερες τιμές από 0). Επίσης, αν αποφασιστεί η επίσκεψη ενός προμηθευτή, τότε η θέση του στην σειρά επίσκεψης των οχημάτων πρέπει να επιλεχθεί με ίση πιθανότητα μεταξύ των διαφορετικών θέσεων. Για αυτό τον λόγο, αναθέτουμε τις εξής αρχικές πιθανότητες επιλογής στις τιμές των συνιστωσών:

$$\rho_{it}^{[j]}(l) = \begin{cases} 0.5, & \text{για } l = 0, \\ 0.5/N, & \text{για } l = 1, 2, \ldots, N. \end{cases}$$

Έτσι, η κατάσταση $l = 0$ (ο προμηθευτής i δεν επισκέπτεται από τον όχημα j την χρονική περίοδο t) επιλέγεται με πιθανότητα 0.5, ενώ οι υπόλοιπες επιλέγονται με ίση πιθανότητα μεταξύ τους.

4.3 Συνάρτηση Ποινής

Έστω ότι $f(P)$ είναι η αντικειμενική συνάρτηση υπό μελέτη, η οποία έχει οριστεί στην Σχέση (2.2), με υποψήφιο διάνυσμα λύσεως P που έχει οριστεί όπως στην Σχέση (4.3). Όλοι οι παράμετροι του μοντέλου έχουν καθοριστεί και περιγραφεί στην Ενότητα 4.2. Όπως αναφέρθηκε σε προηγούμενες ενότητες, οι μη εφικτές λύσεις επιδέχονται ποινή χρησιμοποιώντας την συνάρτηση ποινής η οποία λαμβάνει υπόψη τον αριθμό και το μέγεθος παραβίασης των περιορισμών.

Έτσι, εάν $\mathrm{VC}(P)$ είναι το σύνολο των παραβιασμένων περιορισμών για την υποψήφια λύση P, τότε η συνάρτηση ποινής έχει την ακόλουθη μορφή:

$$PF(P) = f(P) + \sum_{i \in \mathrm{VC}(P)} |\mathrm{MV}(i)|, \tag{4.5}$$

όπου $\mathrm{MV}(i)$ είναι το μέγεθος παραβίασης για τον περιορισμό i. Ένας περιορισμός θεωρείται παραβιασμένος αν το μέγεθος της παραβίασής του υπερβεί μια μικρή, σταθερή τιμή ανοχής, $\varepsilon_{\mathrm{tol}} > 0$.

Επιπλέον, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι οι περιορισμοί (C12)-(C21) των Σχέσεων (2.15)-(2.24), ικανοποιούνται de facto απο την αναπαράσταση της λύσης που έχει χρησιμοποιηθεί στην προσέγγιση μας. Έτσι, δεν υπάρχει η ανάγκη να τους συμπεριλάβουμε στην συνάρτηση ποινής. Όλοι οι άλλοι περιορισμοί θεωρούνται ισοδύναμης βαρύτητας στην συνάρτηση ποινής.

Κεφαλαιο 5

Πειραματικα Αποτελεσματα

5.1 Εισαγωγή

Η προτεινόμενη μέθοδος επίλυσης εφαρμόστηκε σε ένα σύνολο από δοκιμαστικά προβλήματα με διάφορους αριθμούς προμηθευτών, οχημάτων και χρονικών περιόδων. Πιο συγκεκριμένα, οι περιπτώσεις του προβλήματος που δίνονται στον Πίνακα (5.1) προέρχονται από το σύνολο προβλημάτων [1] που παρέχεται στο [15]. Κάθε πρόβλημα επιλύθηκε από τον αλγόριθμο μας μαζί με τις αντίστοιχες παραμέτρους που δίνονται στον Πίνακα (5.2). Σε αντίθεση με το μοντέλο που έχει μελετηθεί στο [17], θεωρούμε περιορισμένο αριθμό οχημάτων αντί απεριόριστου. Αυτό κάνει τα προβλήματα σημαντικά δυσκολότερα ακόμα και στις μικρές διαστάσεις.

5.2 Αποτελέσματα Πειραμάτων

Στα αρχικά πειράματα χρησιμοποιήθηκαν οι πειραματικές ρυθμίσεις του [17] όπου αυτοί ήταν δυνατόν, εκτός από τον αριθμό των πειραμάτων, τον οποίο θέσαμε στα 20 πειράματα ανά πρόβλημα, σε αντίθεση με τα 10 πειράματα που έγιναν ανά περίπτωση για τον Γενετικό Αλγόριθμο στο [17]. Η καλύτερη λύση που βρέθηκε από τον προτεινόμενο αλγόριθμο αποθηκεύτηκε για κάθε πρόβλημα και συγκρίθηκε με την καλύτερη λύση που πήραμε από το λογισμικό CPLEX (Ver. 12.2) για το μοντέλο μας, με μέγιστο χρόνο εκτέλεσης 4 ώρες. Ακολουθώντας την βασική ανάλυση του [17], οι επιδόσεις του αλγορίθμου αξιολογήθηκαν

[1] Available at http://www.mie.utoronto.ca/labs/ilr/IRP/

ως προς τη διαφορά της καλύτερης ευρεθείσας λύσης και αυτής που λάβαμε με χρήση του CPLEX. Ειδικότερα, το ποσοστό διαφοράς (gap) από την βέλτιστη λύση δίνεται ως:

$$\text{gap} = \frac{\text{τιμή λύσης} - \text{τιμή λύσης του CPLEX}}{\text{τιμή λύσης του CPLEX}} \times 100\%.$$

Επιπλέον, το απαιτούμενο ποσοστό συναρτησιακών υπολογισμών (σε σχέση με το μέγιστο), $E_{\max}$, για την εύρεση κάθε λύσης υπολογίζεται ώς εξής:

$$E_{\mathrm{FR}} = \frac{\text{αριθμός απαιτούμενων συναρτησιακών υπολογισμών}}{E_{\max}} \times 100\%,$$

και χρησιμοποιείται σαν μέτρο αξιολόγησης του χρόνου εκτέλεσης του αλγορίθμου.

Κάθε πείραμα επαναλήφθηκε για διαφορετικούς αριθμούς μυρμηγκιών, $K = 5$, 10 και 15. Τα πειράματα έγιναν σε υπολογιστή με επεξεργαστή Intel® i7 και 8GB RAM. Ο χρόνος εκτέλεσης για τις ληφθείσεις λύσεις επίσης καταγράφηκε.

Η πιο αποδοτική έκδοση του αλγορίθμου ήταν αυτή για $K = 5$, αφού ήταν ικανή να επιτύχει τα ίδια gaps (διαφορές) με τις υπόλοιπες, αλλά με μικρότερες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα αναφέρονται στον Πίνακα (5.3). Τα αποτελέσματα είναι ενθαρρυντικά, αφού τα λαμβανόμενα gaps από την βέλτιστη λύση κρατήθηκαν σε χαμηλές τιμές, ωστόσο παρουσιάζοντας σημαντική αυξητική τάση με τη διάσταση του προβλήματος. Αυτό το φαινόμενο είναι ήδη γνωστό ως *κατάρα των διαστάσεων* (curse of dimensionality) [18].

Επιπλέον, οι απαιτούμενοι συναρτησιακοί υπολογισμοί ήταν λίγο παραπάνω από το μισό των συνολικών διαθέσιμων για τις δυσκολότερες περιπτώσεις, όπως μπορούμε να δούμε στην τελευταία στήλη του Πίνακα (5.3). Εν τούτοις, δεν ήταν πλήρως ανάλογοι ως προς την διάσταση του προβλήματος. Αυτό μπορεί να αποδοθεί κατά κύριο λόγο στην στοχαστική φύση του αλγορίθμου, καθώς και στην ιδιαίτερη δομή κάθε προβλήματος.

Η κλιμάκωση ως προς την απόδοση του αλγορίθμου όσο αφορά στο K, αξιολογήθηκε με τον *συντελεστή αύξησης διαφοράς* (*gap growing factor* (ggf)), που ορίζεται ως εξής:

$$\mathrm{ggf}_{K_1 \to K_2} = \frac{\text{Solution gap for } K = K_2}{\text{Solution gap for } K = K_1}.$$

Οι λαμβανόμενες τιμές του $\mathrm{ggf}_{5\to10}$ και $\mathrm{ggf}_{5\to15}$ παρουσιάζονται στο Σχήμα (5.1). Για την περίπτωση του προβλήματος 4-5-5 οι τιμές ήταν μηδενικές. Επιπλέον, σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρούμε μια αυξητική τάση του ggf με την τιμή του K.

Με μια πρώτη σκέψη, η τελευταία παρατήρηση μπορεί να φαίνεται αντιφατική, καθώς τα επιπλέον μυρμήγκια θα περίμενε κανείς να δώσουν ώθηση στην ικανότητα αναζήτησης του αλγορίθμου και στην επίδοση του. Όμως, είναι απλή συνέπεια του σχήματος ανανέωσης της φερομόνης. Πιο συγκεκριμένα, όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3, μόνο το συνολικά καλύτερο μυρμήγκι ανανεώνει την φερομόνη σε κάθε επανάληψη. Έτσι, η ποσότητα ανανέωσης είναι αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού των μυρμηγκιών όπως έχει οριστεί στην Σχέση (4.4). Συνεπώς, μεγάλος αριθμός μυρμηγκιών συνεπάγεται μικρότερη αύξηση φερομόνης και άρα μεγαλύτερο αριθμό επαναλήψεων για την κυριαρχία των συνιστωσών των καλύτερων υποψήφιων λύσεων έναντι των υπολοίπων.

Πίνακας 5.1: Τα μελετηθέντα προβλήματα.

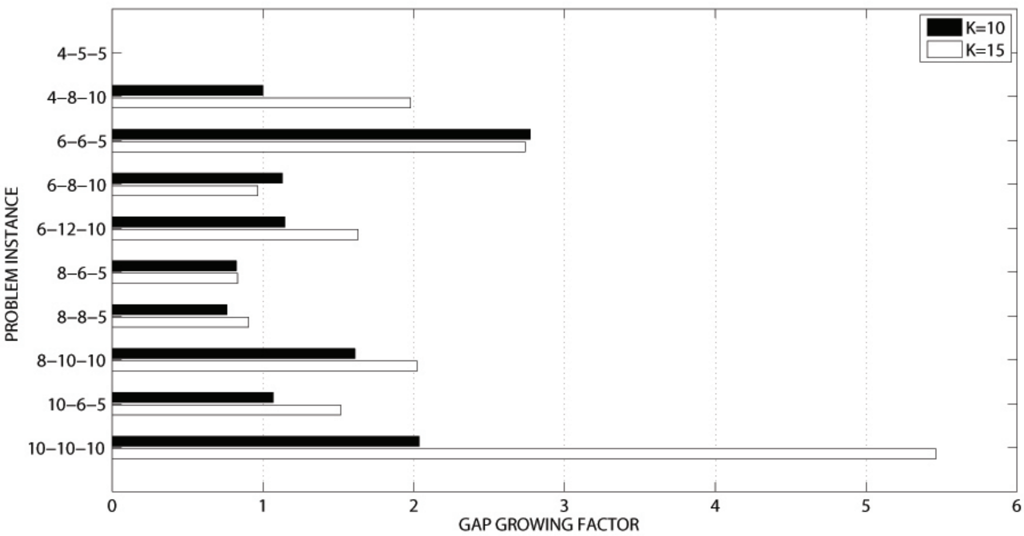
Προμηθευτές (N)	Οχήματα (M)	Χρονικές Περίοδοι (T)	Διάσταση προβλήματος
4	5	5	100
4	8	10	320
6	6	5	180
6	8	10	480
6	12	10	720
8	6	5	240
8	8	5	320
8	10	10	800
10	6	5	300
10	10	10	1000

Πίνακας 5.2: Παράμετροι των προβλημάτων και του αλγορίθμου.

Παράμετροι	Περιγραφή	Τιμή(-ες)
C	Χωριτικότητα των οχημάτων	10
F	Σταθερό κόστος οχήματος ανά διαδρομή	20
V	Κόστος ταξιδιού ανα μονάδα απόστασης	1
s_i	Κόστος έλλειψης	$3 \times h_i$
K	Αριθμός μυρμηγκιών	5, 10, 15
$E_{\max}$	Μέγιστος αριθμός συναρτησιακών υπολογισμών	60×10^6
ε_{tol}	Ανοχή παραβίασης των περιορισμών	10^{-8}
R_{ev}	Ρυθμός εξάτμισης της φερομόνης	10^{-3}
$\Delta\tau$	Αύξηση φερομόνης	$10^{-2}/N$
r_{re}	Υπολογισμοί ανά επανεκκίνηση της φερομόνης	5×10^6

Πίνακας 5.3: Τα ληφθέντα αποτελέσματα για $K = 5$.

Πρόβλημα			Gap	E_{FR}	Χρόνος
N	M	T	(%)	(%)	(sec)
4	5	5	0.00	14.9	67.8
4	8	10	0.96	27.1	1218.3
6	6	5	1.84	3.1	1329.4
6	8	10	4.34	14.8	3684.6
6	12	10	5.62	17.9	3688.3
8	6	5	4.87	7.4	1842.3
8	8	5	6.64	20.6	3317.8
8	10	10	8.63	60.1	5035.3
10	6	5	4.00	45.9	2778.5
10	10	10	10.05	54.9	7346.6



Σχήμα 5.1: Κλιμακωτές ιδιότητες του αλγορίθμου όσον αφορά τον αυξανόμενο παράγοντα gap για $K = 10$ ($\mathrm{ggf}_{5\to10}$) και $K = 15$ ($\mathrm{ggf}_{5\to15}$) μυρμήγκια.

Κεφαλαιο 6

Επιλογος

6.1 Επίλογος

Προτείναμε ένα ενοποιημένο πλαίσιο για την επίλυση των IRP προβλημάτων ως VR προβλήματα μέσω ενός αλγορίθμου που βασίζεται στην ACO. Η πλαστικότητα του αλγορίθμου επέτρεψε την εύκολη αξιοποίηση στοιχείων του προβλήματος στις διαδικασίες κατασκευής λύσης.

Διεξήχθησαν πειράματα σε διαφορετικά δοκιμαστικά προβλήματα, προσφέροντας μια πρώτη εκτίμηση σχετικά με την δυναμική του αλγορίθμου. Οι διαφορές των λύσεων του αλγορίθμου με αυτές που μας έδωσε το λογισμικό βελτιστοποίησης CPLEX, κρατήθηκαν σε σημαντικά χαμηλές τιμές. Από τα πειράματα προέκυψαν ενδιαφέροντα συμπεράσματα ως προς τις πιο ελπιδοφόρες παραμέτρους του αλγορίθμου καθώς και ενδείξεις για περαιτέρω βελτίωση.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] T. F. Abdelmaguid and M. M. Dessouky. A genetic algorithm approach to the integrated inventory–distribution problem. *International Journal of Production Research*, 44:4445–4464, 2006.

[2] T. F. Abdelmaguid, M. M. Dessouky, and F. Ordonez. Heuristic approaches for the inventory–routing problem with backlogging. *Computers and Industrial Engineering*, 56:1519–1534, 2009.

[3] H. Andersson, A. Hoff, M. Christiansen, G. Hasle, and A. Lokketangen. Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research*, 37:1515–1536, 2010.

[4] T. Bäck. *Evolutionary Algorithms in Theory and Practice*. Oxford University Press, New York, 1996.

[5] E. Bonabeau, M. Dorigo, and G. Théraulaz. *Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems*. Oxford University Press, New York, 1999.

[6] A. M. Campbell, L. Clarke, A. J. Kleywegt, and M. W. P. Savelsbergh. The inventory routing problem. In T. Crainic and G. Laporte, editors, *Fleet Management and Logistics*, pages 95–113. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.

[7] A. M. Campbell and M. W. P. Savelsbergh. A decomposition approach for the inventory–routing problem. *Transportation Science*, 38(4):488–502, 2004.

[8] L. Chan, A. Federgruen, and D. Simchi-Levi. Probabilistic analyses and practical algorithms for inventory–routing models. *Operations Research*, 46(1):96–106, 1998.

[9] T. W. Chien, A. Balakrishnan, and R. T. Wong. An integrated inventory allocation and vehicle routing problem. *Transport Science*, 23:67–76, 1989.

[10] M. Dorigo and G. Di Caro. The ant colony optimization meta–heuristic. In D. Corne, M. Dorigo, and F. Glover, editors, *New Ideas in Optimization*, pages 11–32. McGraw-Hill, 1999.

[11] M. Dorigo and L. M. Gambardella. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1):53–66, 1997.

[12] M. Dorigo and T. Stützle. *Ant Colony Optimization.* MIT Press, 2004.

[13] A. Federgruen and P. Zipkin. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. *Operations Research*, 32(5):1019–1036, 1984.

[14] L. M. Hvattum and A. Lokketangen. Using scenario trees and progressive hedging for stochastic inventory routing problems. *Journal of Heuristics*, 15:527–557, 2009.

[15] C.-H. Lee, Y. A. Bozer, and C. C. White III. A heuristic approach and properties of optimal solutions to the dynamic inventory routing problem. *working paper*, 2003.

[16] N. H. Moin and S. Salhi. Inventory routing problems: a logistical overview. *Journal of the Operational Research Society*, 58:1185–1194, 2007.

[17] N. H. Moin, S. Salhi, and N. A. B. Aziz. An efficient hybrid genetic algorithm for the multi–product multi–period inventory routing problem. *International Journal of Production Economics*, 133:334–343, 2011.

[18] W. B. Powell. *Approximate Dynamic Programming: Solving the Curses of Dimensionality.* Wiley, 2007.

[19] T. Stützle and H. H. Hoos. Max min ant system. *Future Generation Computer Systems*, 16:889–914, 2000.

[20] Grass, P.. La Reconstruction du nid les Coordinations Inter-Individuelles chez Bellicositermes Natalensis et Cubitermes sp. La theorie de la Stigmergie. *Essai d'interpretation du Comportement des Termites Constructeurs. Insectes Sociaux, vol*, 41-81, 1959.

[21] J.-L. Deneubourg, S. Aron, S. Goss and J. M. Pasteels The Self-Organizing Exploratory Pattern of the Argentine Ant. *Journal of lnsect Behavior*, Vol. 3, No. 2, 1990.

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ

1. V.A. Tatsis, K.E. Parsopoulos, K. Skouri, I. Konstantaras, An Ant-Based Optimization Approach for Inventory routing, EVOLVE 2013- A Bridge between Probability, Set-Oriented Numerics, and Evolutionary Computation, 2013.

2. Piperagkas, G.S., Voglis, C., Tatsis, V.A., Parsopoulos, K.E., Skouri, K., Applying PSO and DE on Multi-Item Inventory Problem with Supplier Selection, The 9th Metaheuristics Int'l Conference (MIC 2011), 2011.

Βιογραφικο

Ο Βασίλειος Τάτσης έλαβε πτυχίο (2011) από το Τμήμα Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Η πτυχιακή του εργασία ήταν επάνω στους Αλγορίθμους Ευφυής Βελτιστοποίησης και συγκεκριμένα στα προβλήματα Επιχειρησιακής Έρευνας. Έλαβε μεταπτυχιακό δίπλωμα εξειδίκευσης (2013) από το Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής του Πανεπιστήμιου Ιωαννίνων όπου η διατριβή ήταν επίσης επάνω στα Προβλήματα Επιχειρησιακής Έρευνας και στους Ευφυείς Αλγόριθμους Βελτιστοποίησης. Κατά την διάρκεια της φοίτησης του ήταν μέλος της Ερευνητικής Ομάδας Optima που στεγάζεται στο Τμήμα Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα, κυρίως εστιάζονται στους Ευφυής Αλγορίθμους Βελτιστοποίησης, εφαρμοσμένους στα προβλήματα Επιχειρησιακής Έρευνας.