

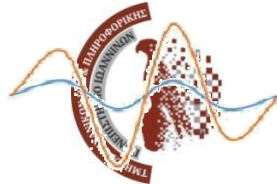
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων



Γ. Τσατσάρας

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής



1

Θέματα



1. Διαγράμματα Bode
2. Φίλτρα



VLSI systems
and Computer Architecture Lab



Φροντιστήρια IV

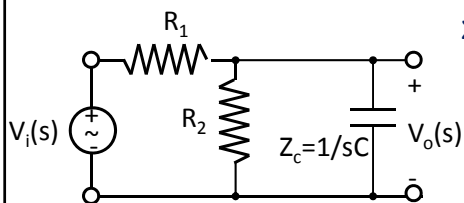


Πρόβλημα 1 (I)

Πρόβλημα: Στο κύκλωμα του σχήματος να βρεθεί η συνάρτηση μεταφοράς και να σχεδιαστούν τα διαγράμματα Bode για το κέρδος και τη φάση ως προς τη συχνότητα. Δίδονται: $R_1=10\text{K}\Omega$, $R_2=111,1\Omega$ και $C=1\mu\text{F}$.

Λύση: Αρχικά, θα πρέπει να συσχετίσουμε το σήμα εξόδου $V_o(s)$ με το σήμα εισόδου $V_i(s)$.

Από KCL το ρεύμα που διέρχεται από την αντίσταση R_1 πρέπει να είναι ίσο με το ρεύμα που διέρχεται μέσα από τον παράλληλο συνδυασμό της R_2 με τη σύνθετη αντίσταση $1/sC$.



Συνεπώς, με βάση το Ν. Ohm:

$$\frac{V_i(s)}{R_1 + (R_2 // Z_c)} = \frac{V_o(s)}{(R_2 // Z_c)}$$

$$\text{και } T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)}$$



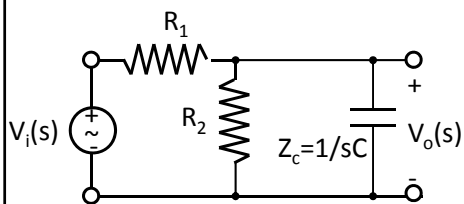
Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 1 (II)

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{R_2 Z_c}{R_2 + Z_c}}{R_1 + \left(\frac{R_2 Z_c}{R_2 + Z_c} \right)} = \frac{\frac{R_2 / sC}{R_2 + 1/sC}}{R_1 + \left(\frac{R_2 / sC}{R_2 + 1/sC} \right)}$$

$$= \frac{R_2 / sC}{R_1(R_2 + 1/sC) + R_2 / sC} = \frac{R_2 / sC}{R_1 R_2 + (R_1 + R_2) / sC} = \frac{1 / sC R_1}{1 + (R_1 + R_2) / sC R_1 R_2} \Rightarrow$$



$$T(s) = \frac{1 / C R_1}{s + (R_1 + R_2) / C R_1 R_2} = 10^2 \frac{1}{s + 10^3} \Rightarrow$$

$$T(s) = 10^{-1} \frac{1}{\left(\frac{s}{10^3} + 1 \right)}$$

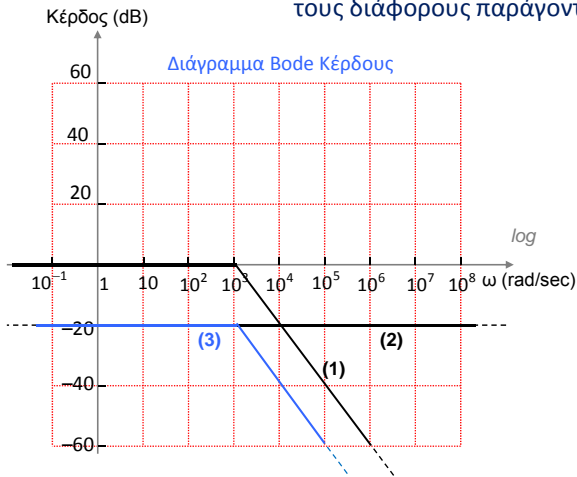


Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 1 (III)

Γράφουμε τα ασυμπτωτικά διαγράμματα Bode κέρδους για τους διάφορους παράγοντες της συνάρτησης μεταφοράς.



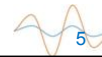
(1) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = -10^3$ και αποτελείται από δύο ευθείες που τέμνονται στο $\omega = 10^3 \text{ rad/sec}$. Η πρώτη βρίσκεται πάνω στον άξονα x . Η δεύτερη έχει κλίση -20 dB/dec .

(2) Οριζόντια ευθεία στο ύψος των -20 dB για την πολλαπλασιαστική σταθερά 10^{-1} .

(3) Με υπέρθεση (πρόσθεση) των δύο καμπυλών έχουμε το διάγραμμα Bode για το κέρδος του κυκλώματος.

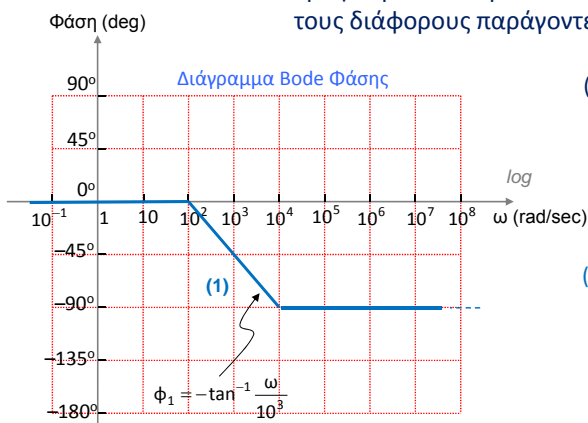


Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 1 (IV)

Γράφουμε τα ασυμπτωτικά διαγράμματα Bode φάσης για τους διάφορους παράγοντες της συνάρτησης μεταφοράς.



(1) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = -10^3$. Εντοπίζουμε τη συχνότητα $\omega = 10^3 \text{ rad/sec}$ και τις συχνότητες $\omega/10 = 10^2 \text{ rad/sec}$ και $10\omega = 10^4 \text{ rad/sec}$. Σχεδιάζουμε τις τρεις ευθείες.

(2) Καθώς δεν υπάρχει άλλος παράγοντας της συνάρτησης μεταφοράς, η ανωτέρω καμπύλη είναι το διάγραμμα Bode για τη φάση του κυκλώματος.



Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 2 (I)

Πρόβλημα: Έστω κύκλωμα με συνάρτηση μεταφοράς τάσης $T(s)$:

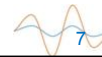
$$T(s) = 10 \frac{(1 + s/10)}{(1 + s/10^3) \cdot (1 - s/10^6)}$$

να βρεθούν οι πόλοι και τα μηδενικά και να σχεδιαστούν τα διαγράμματα Bode του κέρδους και της φάσης ως προς τη συχνότητα.

Λύση: Υπάρχουν ένα μηδενικό στο $s = -10$.
Οι πόλοι είναι στο $s = -10^3$ και στο $s = 10^6$.

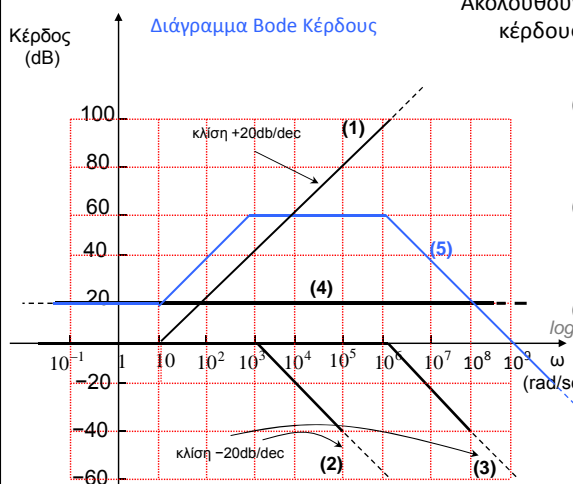


Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 2 (II)

Ακολουθούν τα ασυμπτωτικά διαγράμματα Bode κέρδους για τους διάφορους παράγοντες της συνάρτησης μεταφοράς.



(1) Καμπύλη που αντιστοιχεί στο μηδενικό $s = -10$ και αποτελείται από δύο ευθείες που τέμνονται στο $\omega = 10$ rad/sec.

(2) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = -10^3$ και αποτελείται από δύο ευθείες που τέμνονται στο $\omega = 10^3$ rad/sec.

(3) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = 10^6$ και αποτελείται από δύο ευθείες που τέμνονται στο $\omega = 10^6$ rad/sec.

(4) Οριζόντια ευθεία που αντιστοιχεί στην πολλαπλασιαστική σταθερά 10.

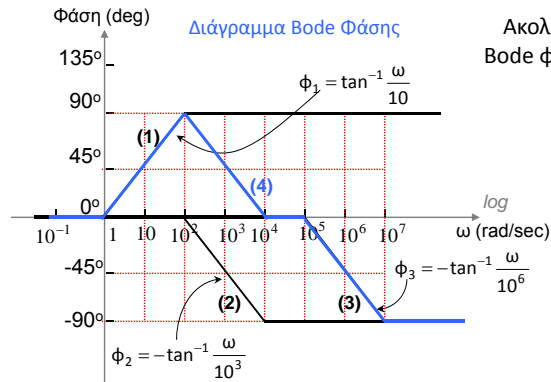
(5) Με υπέρθεση των καμπυλών έχουμε το ασυμπτωτικό διάγραμμα Bode κέρδους.



Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 2 (III)



Ακολουθούν τα ασυμπτωτικά διαγράμματα Bode φάσης για τους διάφορους παράγοντες της συνάρτησης μεταφοράς.

- (1) Καμπύλη που αντιστοιχεί στο μηδενικό $s = -10$ και αποτελείται από τρεις ευθείες.
- (2) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = -10^3$ και αποτελείται από τρεις ευθείες.
- (3) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = 10^6$ και αποτελείται από τρεις ευθείες.

(4) Με υπέρθεση των τριών καμπυλών έχουμε το ασυμπτωτικό διάγραμμα Bode φάσης.



Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 3 (I)

Πρόβλημα: Έστω κύκλωμα με συνάρτηση μεταφοράς τάσης $T(s)$:

$$T(s) = 10 \frac{(1 + s/10)(1 - s/10^2)(1 + s/10^4)}{(1 - s/10^3)(1 + s/10^5)(1 + s/10^6)}$$

να βρεθούν οι πόλοι και τα μηδενικά και να σχεδιαστούν τα διαγράμματα Bode του κέρδους και της φάσης ως προς τη συχνότητα.

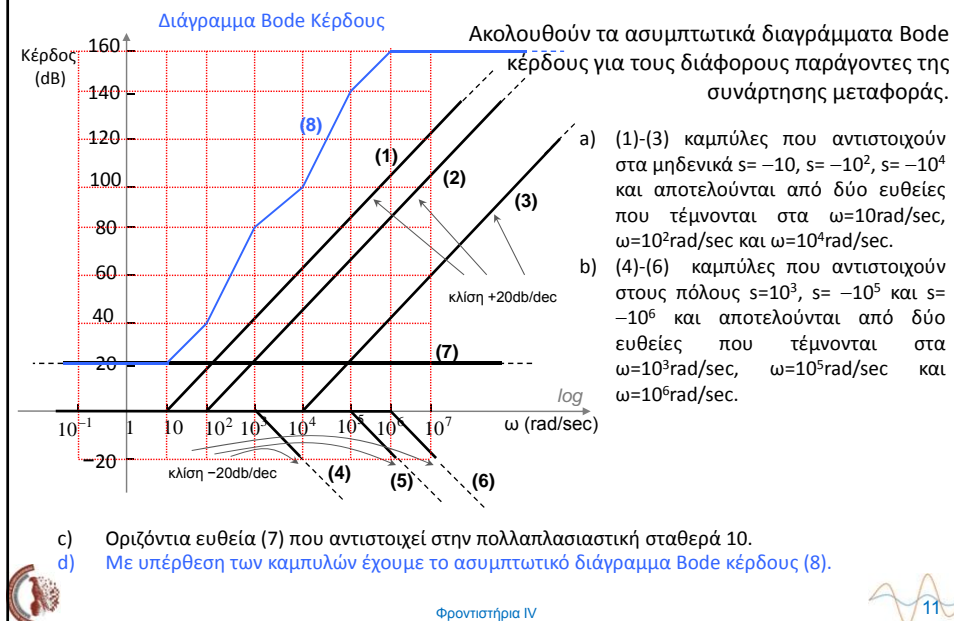
Λύση: Υπάρχουν τρία μηδενικά στο $s = -10$, $s = 10^2$ και $s = -10^4$. Οι πόλοι είναι στο $s = 10^3$, $s = -10^5$ και στο $s = 10^6$.



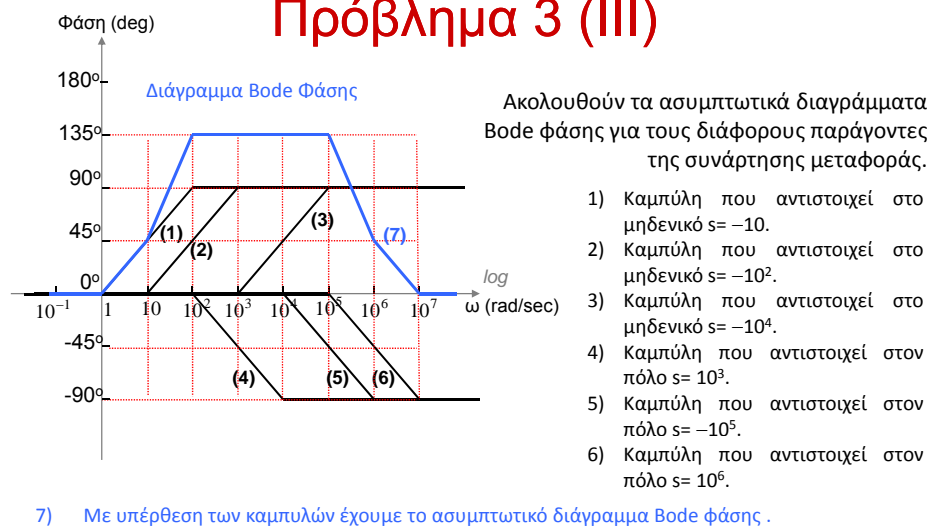
Φροντιστήρια IV



Πρόβλημα 3 (II)



Πρόβλημα 3 (III)



Πρόβλημα 4 (I)

Πρόβλημα: Φίλτρο έχει την ακόλουθη απόκριση συχνότητας $T(s)$:

$$T(s) = 10^{-2} \frac{s}{(1 + s/10^2) \cdot (1 - s/10^6)}$$

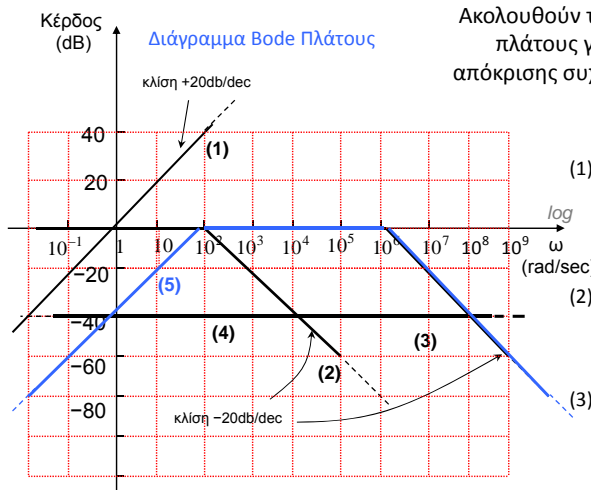
να σχεδιαστούν το διάγραμμα Bode για το πλάτος, προσδιοριστεί ο τύπος του φίλτρου καθώς και οι συχνότητες αποκοπής.

Λύση: Υπάρχουν ένα μηδενικό στο $s = 0$. Οι πόλοι είναι στο $s = -10^2$ και στο $s = 10^6$.



Πρόβλημα 4 (II)

Ακολουθούν τα ασυμπτωτικά διαγράμματα Bode πλάτους για τους διάφορους παράγοντες της απόκρισης συχνότητας (συνάρτησης μεταφοράς).



- (1) Καμπύλη που αντιστοιχεί στο μηδενικό $s = 0$ και αποτελείται από μία ευθεία με κλίση 20dB/dec και η οποία τέμνει τον άξονα x στη συχνότητα $\omega = 1 \text{ rad/sec}$.
- (2) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = -10^2$ και αποτελείται από δύο ευθείες που τέμνονται στο $\omega = 10^2 \text{ rad/sec}$.
- (3) Καμπύλη που αντιστοιχεί στον πόλο $s = 10^6$ και αποτελείται από δύο ευθείες που τέμνονται στο $\omega = 10^6 \text{ rad/sec}$.

(4) Οριζόντια ευθεία που αντιστοιχεί στην πολλαπλασιαστική σταθερά 10^{-2} .

(5) Με υπέρθεση των καμπυλών έχουμε το ασυμπτωτικό διάγραμμα Bode πλάτους.

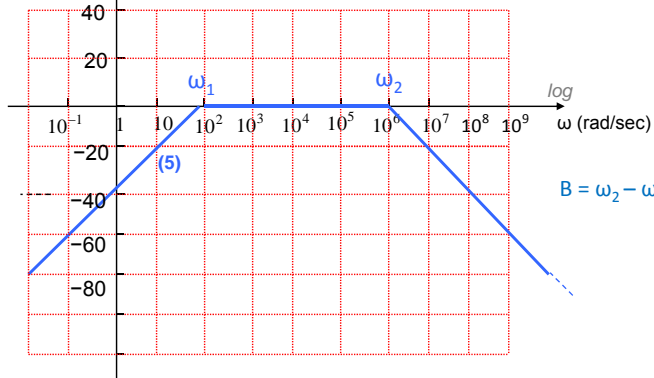


Πρόβλημα 4 (III)

Κέρδος (dB)

Διάγραμμα Bode Πλάτους

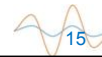
Το φίλτρο ανήκει στην κατηγορία των ζωνοπερατών με κάτω συχνότητα αποκοπής στον πόλο $\omega_1=10^2\text{rad/sec}$ και άνω συχνότητα αποκοπής στον πόλο $\omega_2=10^6\text{rad/sec}$.



Το εύρος ζώνης B είναι:
 $B = \omega_2 - \omega_1 = 10^6\text{rad/sec} - 10^2\text{rad/sec}$.



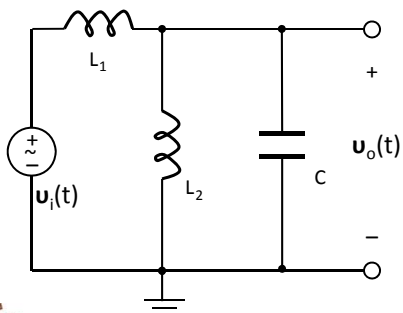
Φροντιστήρια IV



15

Πρόβλημα 5(I)

Πρόβλημα: Να βρεθεί η απόκριση συχνότητας (συνάρτηση μεταφοράς) $T(s)=V_o(s)/V_i(s)$ του φίλτρου που ακολουθεί, αν είναι γνωστά τα μεγέθη: C, L_1 και L_2 .



Φροντιστήρια IV

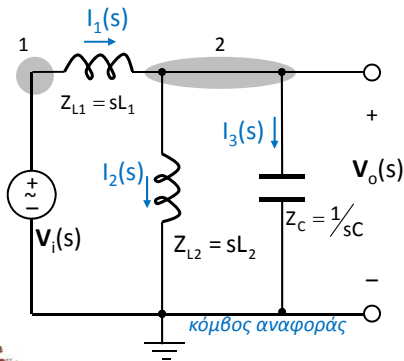


16

Πρόβλημα 5(II)

Λύση: Στο κύκλωμα Ξ τρεις κόμβοι από τους οποίους ο ένας είναι ο κόμβος αναφοράς (γείωση). Η τάση στον κόμβο 1 είναι γνωστή και ίση με V_i . Γράφουμε τον νόμο KCL στον κόμβο 2. Οι φορές των ρευμάτων επιλέγονται αυθαίρετα.

$$I_1(s) - I_2(s) - I_3(s) = 0 \Rightarrow$$

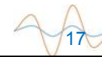


$$\frac{V_i(s) - V_o(s)}{sL_1} = \frac{V_o(s)}{sL_2} + \frac{V_o(s)}{1/sC} \Rightarrow$$

$$\frac{V_i(s)}{sL_1} = \frac{V_o(s)}{sL_1} + \frac{V_o(s)}{sL_2} + \frac{V_o(s)}{1/sC} \Rightarrow$$

$$V_i(s) = sL_1 \left(\frac{1}{sL_1} + \frac{1}{sL_2} + sC \right) V_o(s) \Rightarrow$$

$$T(s) \equiv \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{sL_1 \left(\frac{1}{sL_1} + \frac{1}{sL_2} + sC \right)}$$



Πρόβλημα 5(III)

$$T(s) \equiv \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{sL_1 \left(\frac{1}{sL_1} + \frac{1}{sL_2} + sC \right)} = \frac{1}{1 + \frac{L_1}{L_2} + s^2 L_1 C}$$

