

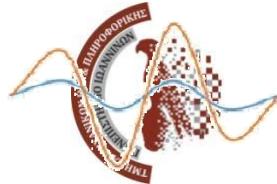
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων



Γ. Τσατσιάδας

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής



Θέματα



1. Σύνθετη αντίσταση
2. AC ανάλυση



VLSI systems
and Computer Architecture Lab



Φροντιστήρια ΙΙΙ

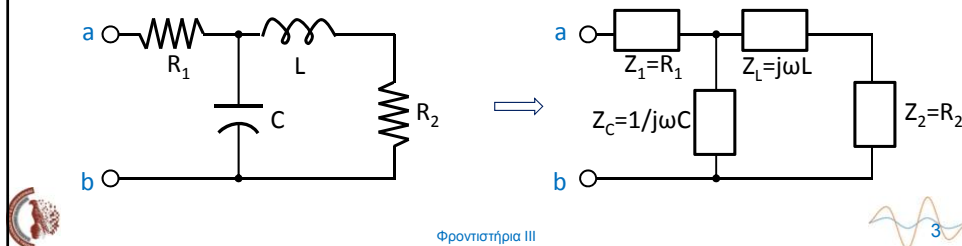


Πρόβλημα 1 (I)

Πρόβλημα: Να βρεθεί η σύνθετη αντίσταση ανάμεσα στους ακροδέκτες a και b του κυκλώματος, και να προσδιοριστεί η αντίσταση AC (R) και η άεργη αντίσταση (X).

Λύση: Αρχικά, αντικαθιστούμε τα κυκλωματικά στοιχεία με σύνθετες αντιστάσεις. Ισχύει:

$$Z_{\text{tot}} = Z_1 + (Z_c // (Z_L + Z_2)) = R_1 + \left(\frac{1}{j\omega C} // (j\omega L + R_2) \right) \Rightarrow$$



Πρόβλημα 1 (II)

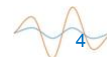
Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε με το συζυγή μιγαδικό του παρονομαστή

$$Z_{\text{tot}} = R_1 + \frac{j\omega L + R_2}{\frac{1}{j\omega C} + (j\omega L + R_2)} = R_1 + \frac{j\omega L + R_2}{1 + j\omega C(j\omega L + R_2)} \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = R_1 + \frac{R_2 + j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j\omega CR_2} = R_1 + \frac{(R_2 + j\omega L)(1 - \omega^2 LC - j\omega CR_2)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2} \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = R_1 + \frac{(R_2 + j\omega L)(1 - \omega^2 LC) - (R_2 + j\omega L)j\omega CR_2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2} \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = R_1 + \frac{R_2(1 - \omega^2 LC) + j\omega L(1 - \omega^2 LC) - j\omega CR_2^2 + \omega^2 LCR_2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2} \Rightarrow$$



Πρόβλημα 1 (III)

$$Z_{\text{tot}} = R_1 + \frac{R_2(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 LCR_2 + j\omega(L(1 - \omega^2 LC) - CR_2^2)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2} \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = \left[R_1 + \frac{R_2(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 LCR_2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2} \right] + j \cdot \left[\frac{\omega(L(1 - \omega^2 LC) - CR_2^2)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2} \right]$$

Αντίσταση AC

Άεργη αντίσταση

$$R(\omega) = R_1 + \frac{R_2(1 - \omega^2 LC) + \omega^2 LCR_2}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2}$$

$$X(\omega) = \frac{\omega(L(1 - \omega^2 LC) - CR_2^2)}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR_2)^2}$$



Φροντιστήρια III

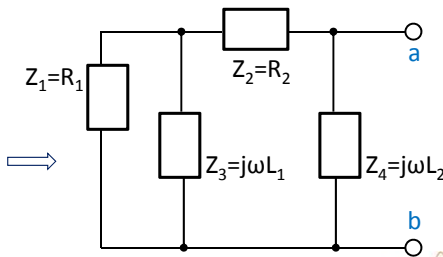
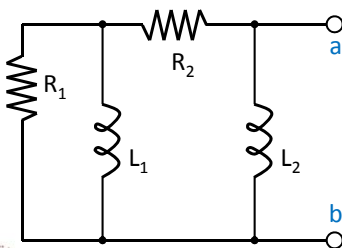


Πρόβλημα 2 (I)

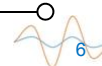
Πρόβλημα: Να βρεθεί η σύνθετη αντίσταση ανάμεσα στους ακροδέκτες a και b του κυκλώματος, και να προσδιοριστεί η αντίσταση AC (R) και η άεργη αντίσταση (X).

Λύση: Αρχικά, αντικαθιστούμε τα κυκλωματικά στοιχεία με σύνθετες αντιστάσεις. Ισχύει:

$$Z_{\text{tot}} = Z_4 // (Z_2 + (Z_1 // Z_3)) = j\omega L_2 // (R_2 + (R_1 // j\omega L_1)) \Rightarrow$$



Φροντιστήρια III



Πρόβλημα 2 (II)

$$Z_{\text{tot}} = j\omega L_2 // \left(R_2 + \left(\frac{j\omega L_1 R_1}{R_1 + j\omega L_1} \right) \right) \Rightarrow$$

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε με το συζυγή μιγαδικό του παρονομαστή

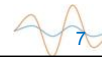
$$Z_{\text{tot}} = j\omega L_2 // \left(\frac{R_2(R_1 + j\omega L_1) + j\omega L_1 R_1}{R_1 + j\omega L_1} \right) \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = j\omega L_2 // \left(\frac{R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1 + j\omega L_1 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} \right) \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = \frac{j\omega L_2 \frac{R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1 + j\omega L_1 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}}{j\omega L_2 + \frac{R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1 + j\omega L_1 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}} \Rightarrow$$



Φροντιστήρια III



Πρόβλημα 2 (III)

$$Z_{\text{tot}} = \frac{-\omega^2 L_1 L_2 R_1^2 + j(R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)\omega L_2}{j(R_1^2 + \omega^2 L_1^2)\omega L_2 + R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1 + j\omega L_1 R_1^2} \Rightarrow$$

$$Z_{\text{tot}} = \frac{-\omega^2 L_1 L_2 R_1^2 + j(R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)\omega L_2}{(R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1) + j\omega((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)} \Rightarrow$$

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε με το συζυγή μιγαδικό του παρονομαστή

$$Z_{\text{tot}} = \frac{[\omega^2 L_2((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2) - (\omega^2 L_1 L_2 R_1^2)](R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)}{(R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)^2 + \omega^2((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)^2} +$$

$$+ j \frac{\omega L_2 (R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)^2 + \omega^4 L_1 L_2 R_1^2 ((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)}{(R_2(R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)^2 + \omega^2((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)^2}$$



Φροντιστήρια III



Πρόβλημα 2 (IV)

$$R(\omega) = \frac{[\omega^2 L_2 ((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2) - (\omega^2 L_1 L_2 R_1^2)] (R_2 (R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)}{(R_2 (R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)^2 + \omega^2 ((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)^2}$$

Αντίσταση AC

$$X(\omega) = \frac{\omega L_2 (R_2 (R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)^2 + \omega^4 L_1 L_2 R_1^2 ((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)}{(R_2 (R_1^2 + \omega^2 L_1^2) + \omega^2 L_1^2 R_1)^2 + \omega^2 ((R_1^2 + \omega^2 L_1^2) \cdot L_2 + L_1 R_1^2)^2}$$

Άεργη αντίσταση



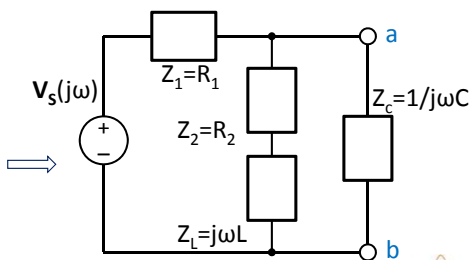
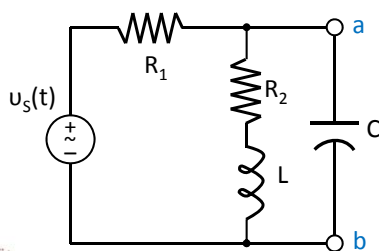
Φροντιστήρια III



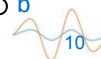
Πρόβλημα 3 (I)

Πρόβλημα: Να βρεθούν τα ισοδύναμα κυκλώματα κατά Thevenin και Norton όταν η χωρητικότητα C είναι ο φόρτος.

Λύση: Αρχικά, αναπαριστούμε το κύκλωμα με τη μορφή των φασόρων.



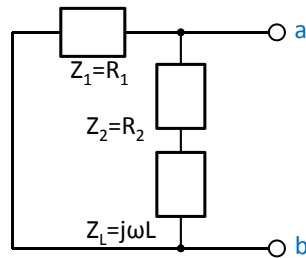
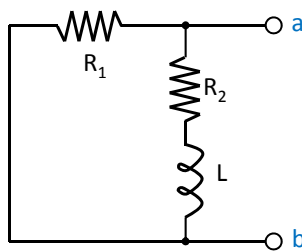
Φροντιστήρια III



Πρόβλημα 3 (II)

Για την εύρεση της σύνθετης αντίστασης Thevenin Z_T αφαιρούμε το φόρτο C και μηδενίζουμε τις πηγές (εδώ η πηγή τάσης βραχυκυκλώνεται). Ζητάμε τη συνολική σύνθετη αντίσταση ανάμεσα στους ακροδέκτες a και b. Ισχύει:

$$Z_T = Z_1 // (Z_2 + Z_L) = R_1 // (R_2 + j\omega L) = \frac{R_1(R_2 + j\omega L)}{R_1 + (R_2 + j\omega L)} = \frac{R_1 R_2 + j\omega R_1 L}{R_1 + R_2 + j\omega L}$$



Φροντιστήρια III

11

Πρόβλημα 3 (III)

$$Z_T = \frac{(R_1 R_2 + j\omega R_1 L)(R_1 + R_2 - j\omega L)}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow$$

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε με το συζυγή μιγαδικό του παρονομαστή

$$Z_T = \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2) + \omega^2 L^2 R_1 + j\omega(R_1 L(R_1 + R_2) - L R_1 R_2)}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow$$

$$Z_T = \frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2) + \omega^2 L^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{\omega(R_1 L(R_1 + R_2) - L R_1 R_2)}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 L^2}$$

Αντίσταση AC

Άεργη αντίσταση

Φροντιστήρια III

12

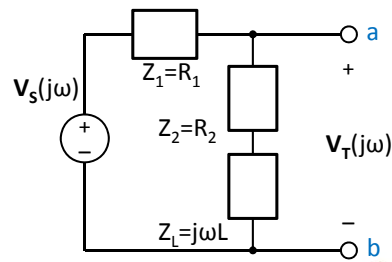
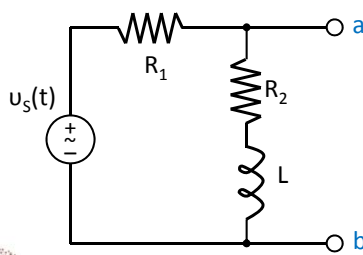
Πρόβλημα 3 (IV)

Για την εύρεση της τάσης Thevenin V_T αφαιρούμε το φόρτο C.
Ζητάμε την τάση ανάμεσα στους ακροδέκτες a και b. Από τον διαίρετή τάσης που προκύπτει ισχύει:

$$V_T(j\omega) = \frac{Z_2 + Z_L}{Z_1 + Z_2 + Z_L} V_s(j\omega) = \frac{R_2 + j\omega L}{R_1 + R_2 + j\omega L} V_s(j\omega) \Rightarrow$$

$$V_T(j\omega) = \frac{(R_2 + j\omega L)(R_1 + R_2 - j\omega L)}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2} V_s(j\omega)$$

Πολλαπλασιάζουμε και διαιρούμε με το συζυγή μιγαδικό του παρονομαστή



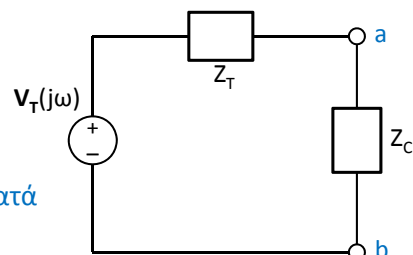
Φροντιστήρια III

13

Πρόβλημα 3 (V)

$$V_T(j\omega) = \frac{(R_2 + j\omega L)(R_1 + R_2 - j\omega L)}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2} V_s(j\omega) \Rightarrow$$

$$V_T(j\omega) = \left[\frac{R_2(R_1 + R_2) + (\omega L)^2}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2} + j \cdot \left(\frac{\omega R_1}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2} \right) \right] V_s(j\omega)$$



Ισοδύναμο κατά
Thevenin

Φροντιστήρια III

14

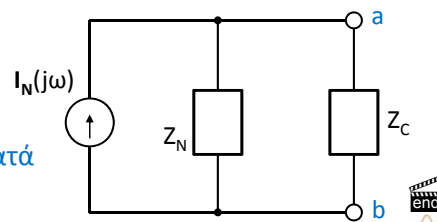
Πρόβλημα 3 (VI)

Για το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton θα ισχύει:

$$I_N(j\omega) = \frac{V_T(j\omega)}{Z_T} \quad \text{και} \quad Z_T = Z_N$$

$$I_N(j\omega) = \frac{\left[\left(\frac{R_2(R_1 + R_2) + (\omega L)^2}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2} \right) + j \cdot \left(\frac{\omega R_1}{(R_1 + R_2)^2 + (\omega L)^2} \right) \right] V_s(j\omega)}{\left[\left(\frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2) + \omega^2 L^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 L^2} \right) + j \cdot \left(\frac{\omega (R_1 L (R_1 + R_2) - L R_1 R_2)}{(R_1 + R_2)^2 + \omega^2 L^2} \right) \right]}$$

Ισοδύναμο κατά
Norton



Φροντιστήρια III

