ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

Γ. Τσιατούχας

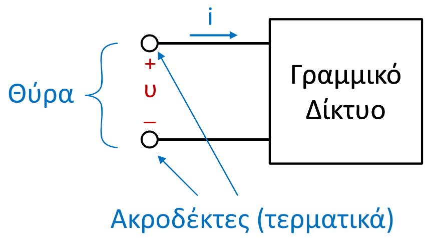
Διάρθρωση

1. **Δίθυρα Δίκτυα**
2. **Παραδείγματα**

VLSI Systems
and Computer Architecture Lab

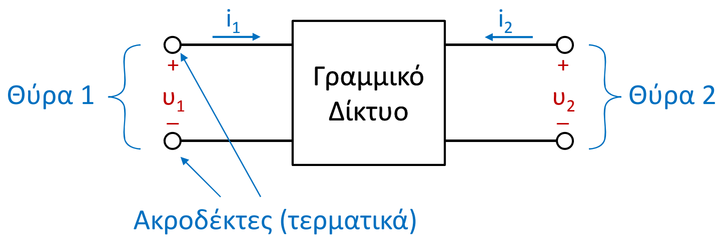
Μονόθυρα Δίκτυα

Ένα γραμμικό δίκτυο κυκλωματικών στοιχείων με δύο ακροδέκτες (τερματικά) καλείται *μονόθυρο δίκτυο* (*one-port network*).
Κάθε μονόθυρο δίκτυο χαρακτηρίζεται πλήρως από την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης (i-υ) που το διέπει.



Δίθυρα Δίκτυα

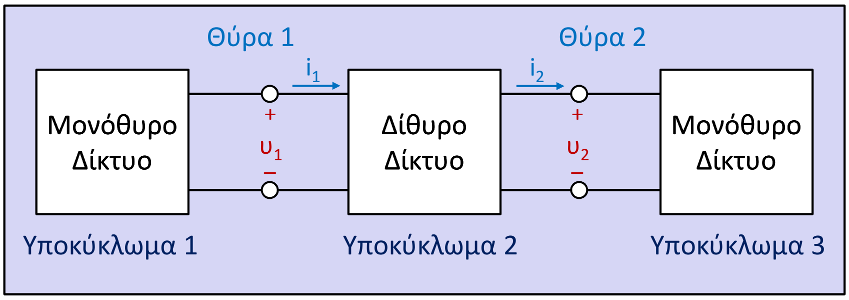
Ένα γραμμικό δίκτυο κυκλωματικών στοιχείων με τέσσερις ακροδέκτες (τερματικά) καλείται *δίθυρο δίκτυο* (*two-port network*).



Αναπαράσταση Κυκλωμάτων

Τμηματοποίηση του συνολικού κυκλώματος/συστήματος για την ευκολότερη ανάλυσή του.

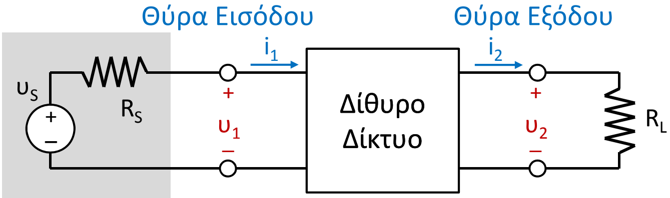
Κύκλωμα / Σύστημα



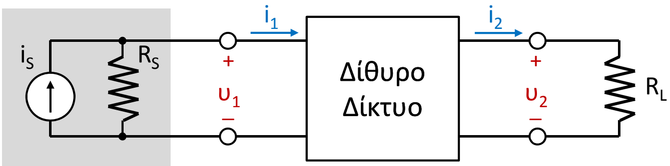
Αναπαράσταση Κυκλωμάτων

Χρήση των ισοδύναμων πηγών κατά Thevenin και Norton.

Θύρα Εισόδου Θύρα Εξόδου

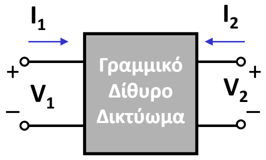


Πηγή Σήματος Φορτίο (Φόρτος)



Θύρα Εισόδου Θύρα Εξόδου

Παράμετροι Δίθυρων Δικτυωμάτων



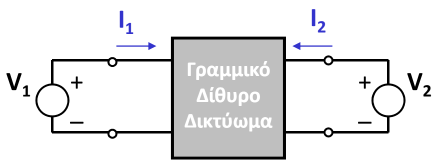
Ένα δίθυρο δικτύωμα χαρακτηρίζεται από 4 μεταβλητές: V_1, I_1, V_2 και I_2.

Για γραμμικό δίθυρο, δύο από αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως μεταβλητές διέγερσης (π.χ. V_1, V_2) και δύο ως μεταβλητές απόκρισης (π.χ. I_1, I_2).
Έτσι μπορούμε να γράψουμε:

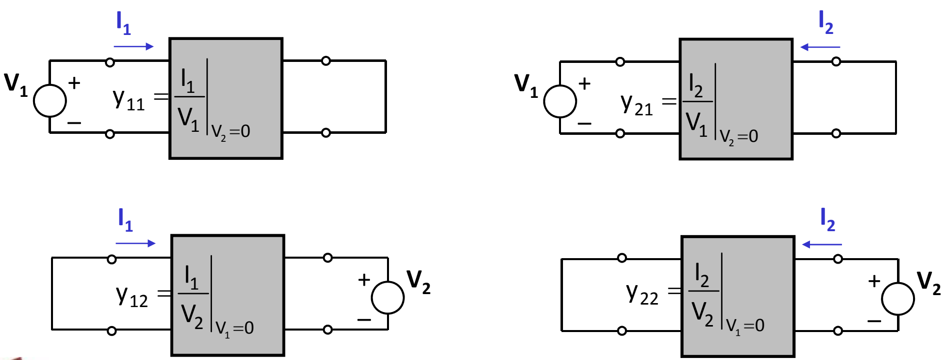
$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$

Λαμβάνοντας υπόψιν ποιες από τις δύο μεταβλητές χρησιμοποιούνται ως μεταβλητές διέγερσης, διάφορα σύνολα από εξισώσεις και παραμέτρους μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή του δίθυρου.

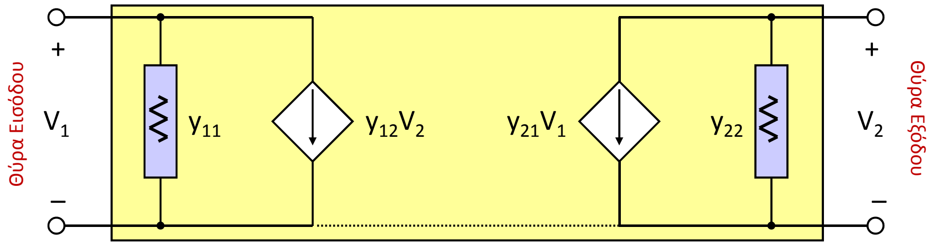
Οι y-Παράμετροι



$$I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2$$
$$I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2$$



y-Παράμετροι – Ισοδύναμο Κύκλωμα



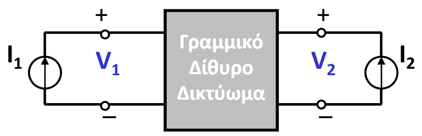
$$y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$$ Σύνθετη Αγωγιμότητα Εισόδου

$$y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$$ Διαγωγιμότητα (Βραχυκυκλώματος)

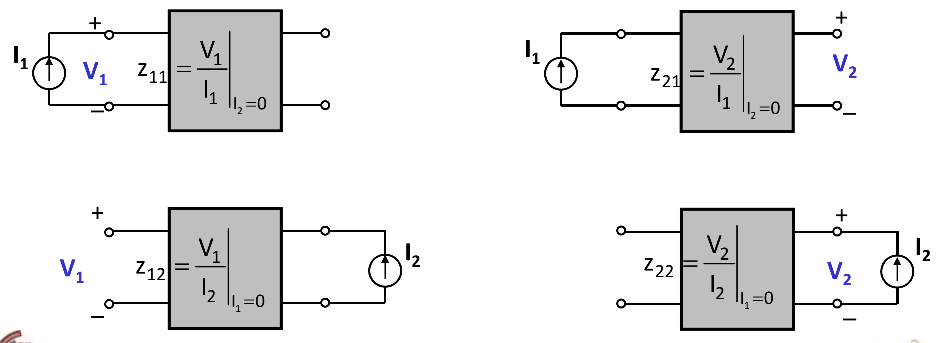
$$y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$$ Διαγωγιμότητα Ανάδρασης

$$y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$$ Σύνθετη Αγωγιμότητα Εξόδου

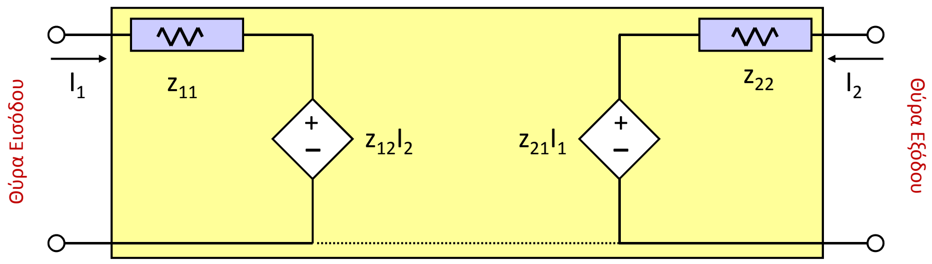
Οι z-Παράμετροι



$$V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$
$$V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$



z-Παράμετροι – Ισοδύναμο Κύκλωμα



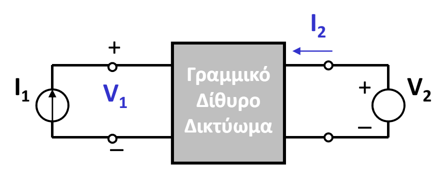
$$z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ Σύνθετη Αντίσταση Εισόδου

$$z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ Διαντίσταση (Ανοικτού Κυκλώματος)

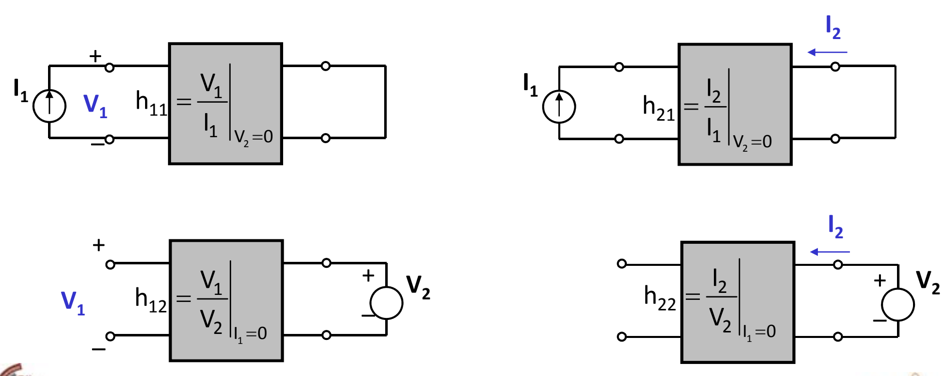
$$z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ Διαντίσταση Ανάδρασης

$$z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ Σύνθετη Αντίσταση Εξόδου

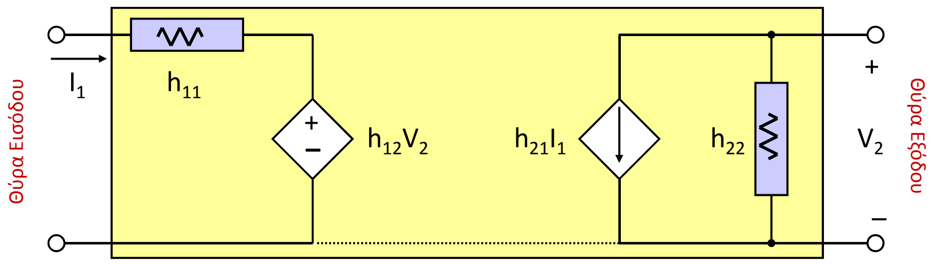
Οι h-Παράμετροι



$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2$$
$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2$$



h-Παράμετροι – Ισοδύναμο Κύκλωμα



$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0}$$

Σύνθετη Αντίσταση Εισόδου

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$$

Κέρδος (Απολαβή) Ρεύματος (Βραχυκυκλώματος)

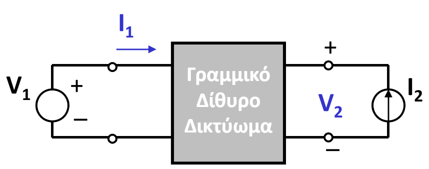
$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

Αντίστροφη Ενίσχυση Τάσης

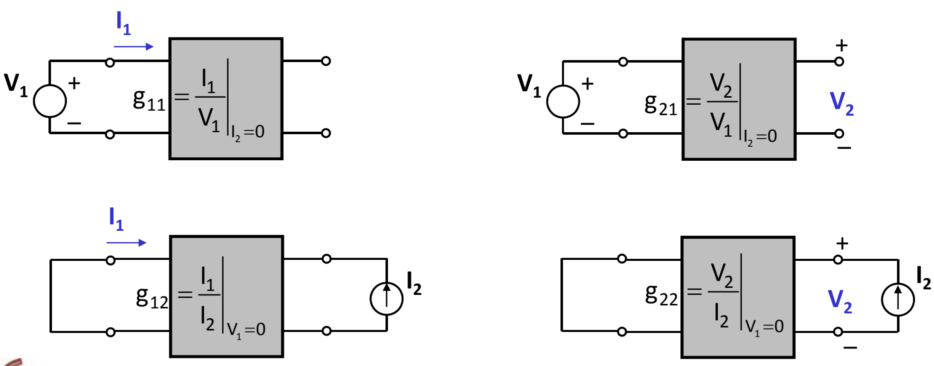
$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$

Σύνθετη Αγωγιμότητα Εξόδου

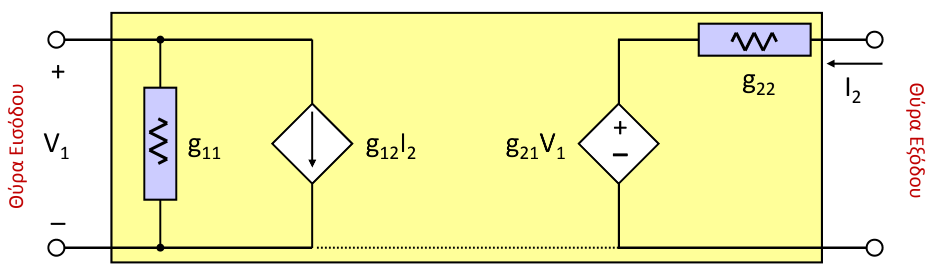
Οι g-Παράμετροι



$$I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2$$
$$V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2$$



g-Παράμετροι – Ισοδύναμο Κύκλωμα



$g_{11} = \left.\dfrac{I_1}{V_1}\right|_{I_2=0}$ Σύνθετη Αγωγιμότητα Εισόδου

$g_{21} = \left.\dfrac{V_2}{V_1}\right|_{I_2=0}$ Κέρδος (Απολαβή) Τάσης (Ανοικτού Κυκλώματος)

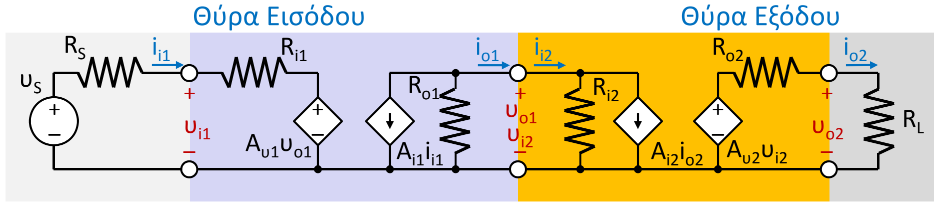
$g_{12} = \left.\dfrac{I_1}{I_2}\right|_{V_1=0}$ Αντίστροφη Ενίσχυση Ρεύματος

$g_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{V_1=0}$ Σύνθετη Αντίσταση Εξόδου

Αναπαράσταση Κυκλωμάτων

Χρήση ισοδύναμων κυκλωμάτων.

Θύρα Εισόδου Θύρα Εξόδου



Πηγή Σήματος — Δίθυρο Δίκτυο 1 (χρήση h-παραμέτρων) — Δίθυρο Δίκτυο 2 (χρήση g-παραμέτρων) — Φορτίο

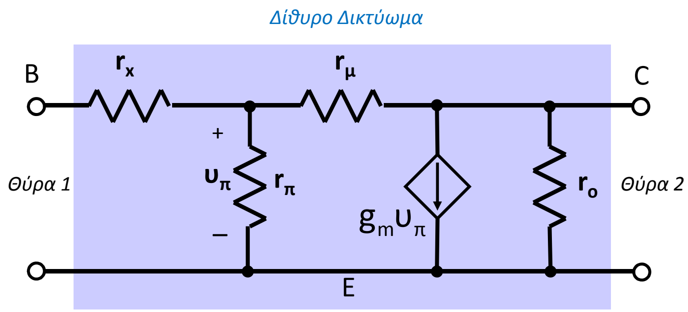
Όπου:

$R_{i1} \equiv h_{11}$ $A_{i1} \equiv h_{21}$ $R_{i2} \equiv 1/g_{11}$ $A_{\upsilon 2} \equiv g_{21}$

$A_{\upsilon 1} \equiv h_{12}$ $R_{o1} \equiv 1/h_{22}$ $A_{i2} \equiv g_{12}$ $R_{o2} \equiv g_{22}$

Παράδειγμα 1 (I)

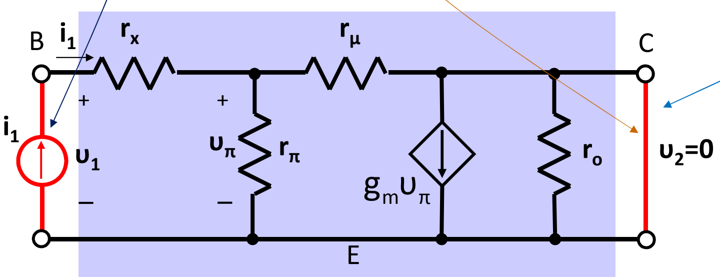
Στο δίθυρο δικτύωμα του σχήματος υπολογίστε τις τιμές των h παραμέτρων. Ακολούθως, σχεδιάστε το ισοδύναμο κύκλωμα με τη χρήση των παραμέτρων που υπολογίσατε.
Δίδεται ότι: r_x=100Ω, r_π=2.5KΩ, r_μ=10MΩ, r_o=100KΩ, g_m=40mA/V.



Παράδειγμα 1 (II)

① $h_{11} = \left.\frac{\upsilon_1}{i_1}\right|_{\upsilon_2=0}$

Για τον υπολογισμό της h_{11} θέτουμε υ_2=0, δηλ. C και E βραχυκυκλωμένα. Σύμφωνα με τον παρονομαστή στην έκφραση της παραμέτρου, εφαρμόζουμε μια πηγή ρεύματος i_1 ανάμεσα στους ακροδέκτες B και E.

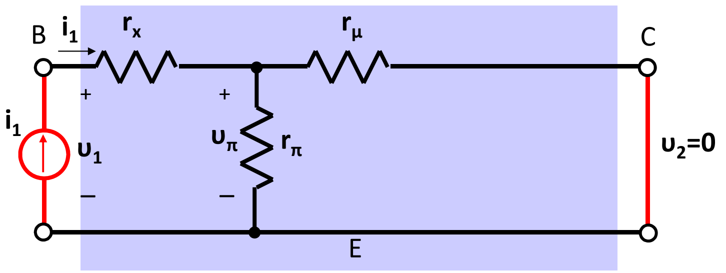


Παράδειγμα 1 (ΙΙΙ)

① $h_{11} = \left.\dfrac{\upsilon_1}{i_1}\right|_{\upsilon_2=0}$

Το ισοδύναμο κύκλωμα μετά την απλοποίηση είναι.
Οι r_μ και r_π είναι παράλληλα συνδεδεμένες μεταξύ τους.

Νόμος Ohm $$\upsilon_1 = i_1 \cdot \left(r_x + \frac{r_\pi \cdot r_\mu}{r_\pi + r_\mu} \right) \Rightarrow h_{11} \equiv \frac{\upsilon_1}{i_1} = r_x + \frac{r_\pi \cdot r_\mu}{r_\pi + r_\mu} \cong 2.6\text{K}\Omega$$

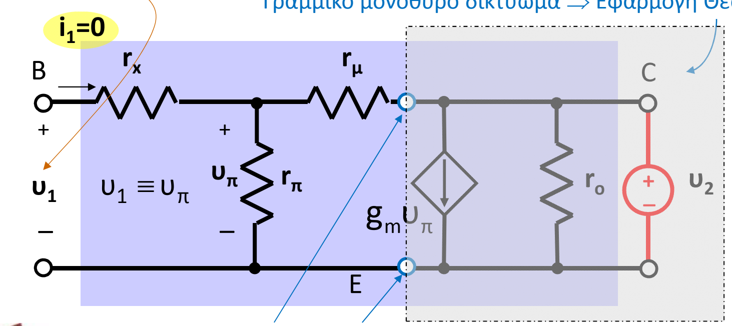


Παράδειγμα 1 (IV)

② $h_{12} = \left.\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right|_{i_1=0}$

Για τον υπολογισμό της h_{12} ανοικτοκυκλώνουμε τα Β και Ε, δηλ. i_1=0.
Συνεπώς $\upsilon_1 \equiv \upsilon_\pi$.

Γραμμικό μονόθυρο δικτύωμα ⇒ Εφαρμογή Θεωρήματος Thevenin



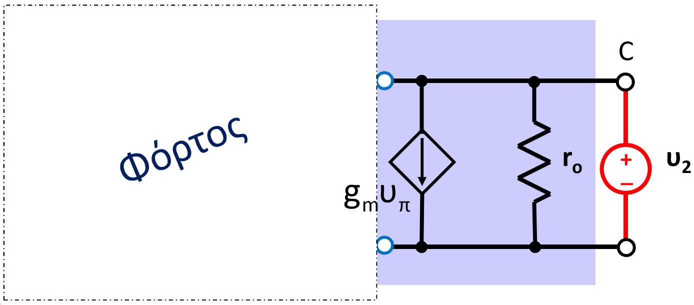
Ακροδέκτες (τερματικά) του μονόθυρου δικτυώματος

Παράδειγμα 1 (V)

② $h_{12} = \left.\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right|_{i_1=0}$

Αφαιρώντας τον φόρτο (r_x, r_π και r_μ), η τάση μεταξύ των ακροδεκτών C και E είναι ίση με υ_2.

Συνεπώς $\upsilon_{Thevenin} \equiv \upsilon_2$.



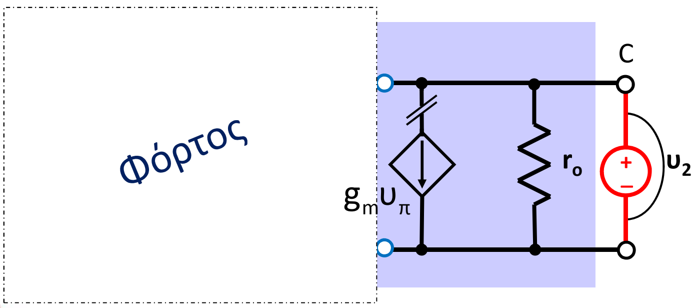
Παράδειγμα 1 (VI)

② $h_{12} = \left.\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right|_{i_1=0}$

Αφαιρώντας τον φόρτο (r_x, r_π και r_μ) και μηδενίζοντας τις πηγές θα βρούμε την αντίσταση Thevenin.

Η $r_{Thevenin}$ υπολογίζεται αν βραχυκυκλώσουμε την πηγή τάσης και ανοικτοκυκλώσουμε την πηγή ρεύματος.

Συνεπώς $r_{Thevenin} = 0$.



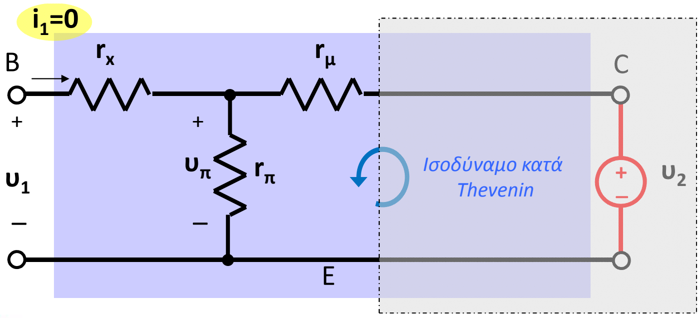
$\upsilon_{Thevenin} = \upsilon_2$

$r_{Thevenin} = 0$

Παράδειγμα 1 (VII)

② $h_{12} = \left.\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right|_{i_1=0}$ Στον κλειστό βρόγχο που σημειώνουμε υπάρχει ένας διαιρέτης τάσης.

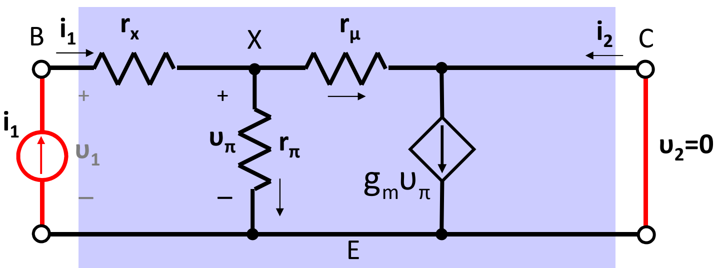
$$\upsilon_1 \equiv \upsilon_\pi = \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu}\upsilon_2 \Rightarrow h_{12} \equiv \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} \cong 2.5\times 10^{-4}$$



Παράδειγμα 1 (VIII)

③ $h_{21} = \left.\frac{i_2}{i_1}\right|_{\upsilon_2=0}$ Για τον υπολογισμό της h_{21} θέτουμε υ_2=0, δηλ. C και E βραχυκυκλωμένα. Συνεπώς η r_o παραλείπεται.

Στον κόμβο X από KCL έχουμε: $i_1 = \frac{\upsilon_\pi}{r_\pi} + \frac{\upsilon_\pi}{r_\mu} \Rightarrow \upsilon_\pi = \frac{r_\pi \cdot r_\mu}{r_\pi + r_\mu}\cdot i_1$



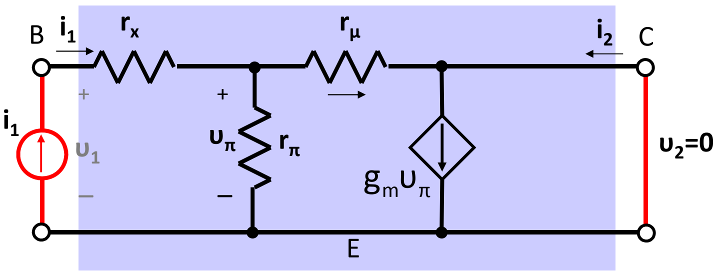
Παράδειγμα 1 (IX)

③ $h_{21} = \left.\dfrac{i_2}{i_1}\right|_{\upsilon_2=0}$

Στον κόμβο C από KCL έχουμε:

$$i_2 = g_m \cdot \upsilon_\pi - \frac{\upsilon_\pi}{r_\mu} = \left(g_m - \frac{1}{r_\mu}\right)\upsilon_\pi = \left(g_m - \frac{1}{r_\mu}\right)\frac{r_\pi \cdot r_\mu}{r_\pi + r_\mu} \cdot i_1 \Rightarrow$$

$$h_{21} \equiv \frac{i_2}{i_1} = \left(g_m - \frac{1}{r_\mu}\right) \cdot \frac{r_\pi \cdot r_\mu}{r_\pi + r_\mu} \cong 1000$$



Παράδειγμα 1 (X)

④ $h_{22} = \left.\dfrac{i_2}{\upsilon_2}\right|_{i_1=0}$

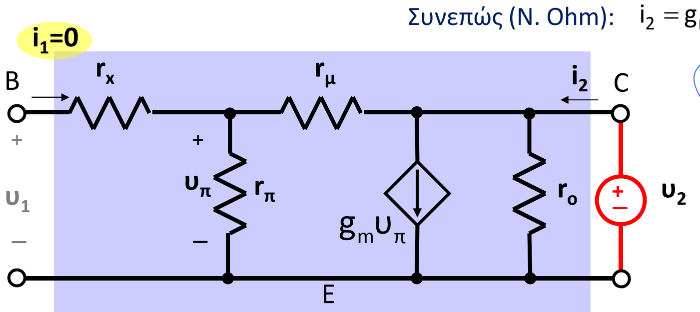
Για τον υπολογισμό της h_{22} ανοικτοκυκλώνουμε τα Β και Ε, δηλ. i_1=0. Με βάση τον KCL στο C θα ισχύει:

$$i_2 = g_m \upsilon_\pi + i_{r_o} + i_{(r_\mu + r_\pi)}$$

Οι αντιστάσεις r_μ και r_π είναι εν σειρά συνδεδεμένες, ενώ οι r_o και (r_μ+r_π) είναι εν παραλλήλω συνδεδεμένες.

Συνεπώς (Ν. Ohm): $i_2 = g_m \upsilon_\pi + \dfrac{\upsilon_2}{\underbrace{r_o // (r_\mu + r_\pi)}_{\text{Νόμος Ohm}}}$

$$\frac{r_o \cdot (r_\mu + r_\pi)}{r_o + (r_\mu + r_\pi)}$$



Παράδειγμα 1 (XI)

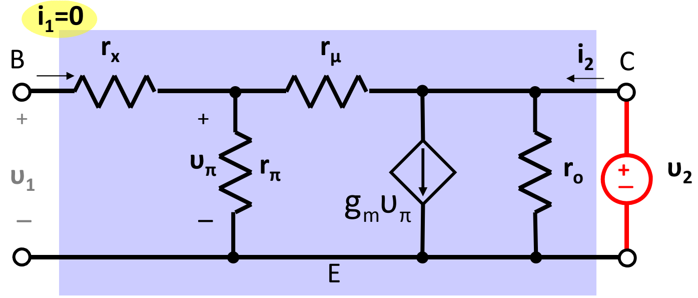
④ $h_{22} = \left.\dfrac{i_2}{\upsilon_2}\right|_{i_1=0}$

Όπως και στην περίπτωση (2) ισχύει ότι: $\upsilon_\pi = \dfrac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu}\upsilon_2$

(διαιρέτης τάσης)

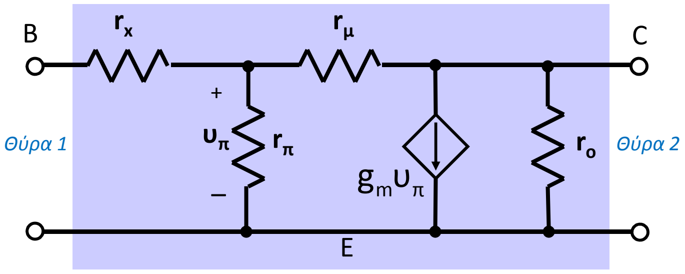
Συνεπώς KCL:

$$i_2 = g_m \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu}\upsilon_2 + \frac{r_o + (r_\mu + r_\pi)}{r_o \cdot (r_\mu + r_\pi)}\upsilon_2 \Rightarrow h_{22} \equiv \frac{i_2}{\upsilon_2} = g_m \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} + \frac{r_o + (r_\mu + r_\pi)}{r_o \cdot (r_\mu + r_\pi)}$$

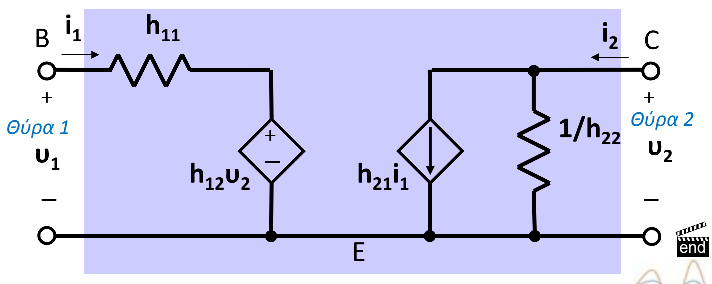


$h_{22} \cong 2 \times 10^{-5}\,\Omega^{-1}$

Παράδειγμα 1 (XII)



Αρχικό δίθυρο δικτύωμα.

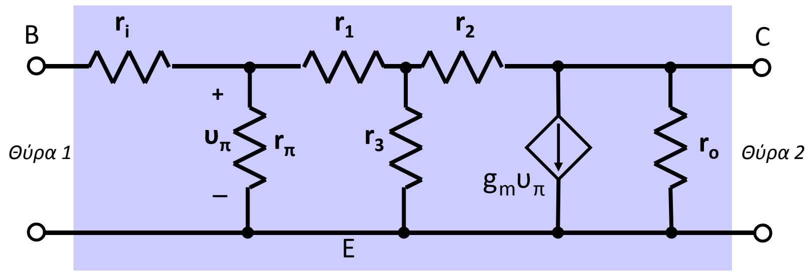


Ισοδύναμο κύκλωμα h-παραμέτρων.

Παράδειγμα 2 (I)

Στο δίθυρο δικτύωμα του σχήματος υπολογίστε την τιμή της y_{12} παραμέτρου. Οι τιμές των αντιστάσεων και της διαγωγιμότητας g_m είναι γνωστές.

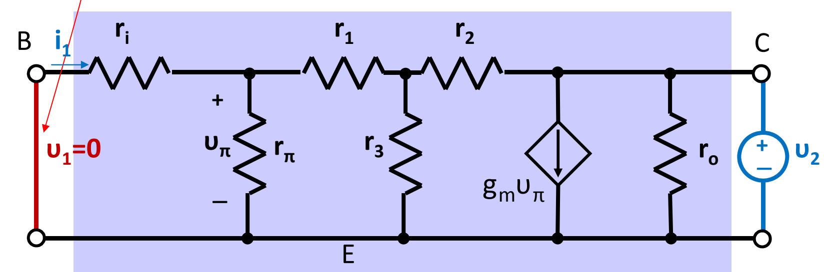
Δίθυρο Δικτύωμα



Παράδειγμα 2 (II)

$$y_{12} = \left.\frac{i_1}{\upsilon_2}\right|_{\upsilon_1=0}$$

Για τον υπολογισμό της y_{12} θέτουμε $\upsilon_1=0$, δηλ. B και E βραχυκυκλωμένα.
Σύμφωνα με τον παρονομαστή στην έκφραση της παραμέτρου, εφαρμόζουμε μια τάση υ_2 ανάμεσα στους ακροδέκτες C και E.



Παράδειγμα 2 (III)

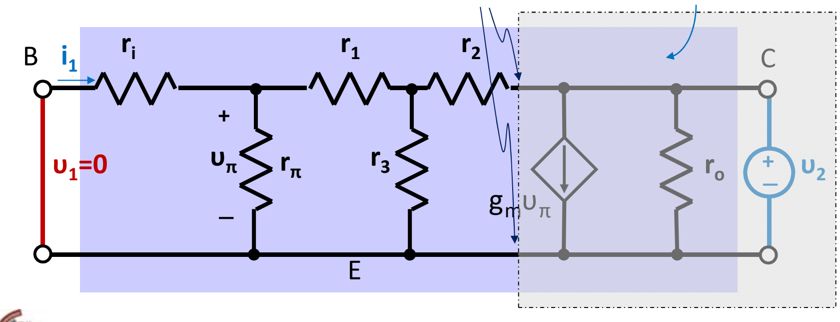
$y_{12} = \left.\frac{i_1}{\upsilon_2}\right|_{\upsilon_1=0}$

Για την απλοποίηση του κυκλώματος θα κάνουμε χρήση του θεωρήματος Thevenin.

Η τάση μεταξύ των ακροδεκτών C και E είναι ίση με υ_2.

Συνεπώς $\upsilon_{Thevenin} \equiv \upsilon_2$.

Γραμμικό κύκλωμα 2 ακροδεκτών $\Rightarrow$ Εφαρμογή Θεωρήματος Thevenin



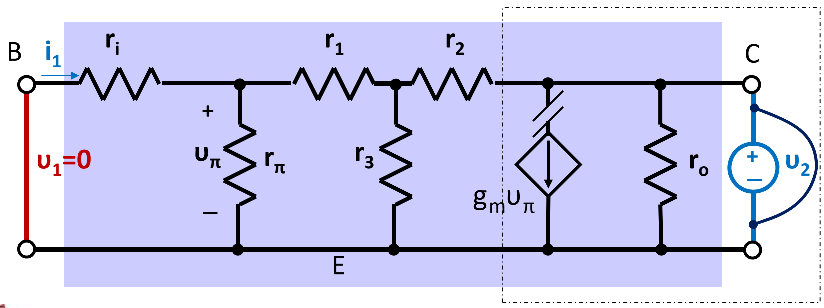
Παράδειγμα 2 (IV)

$y_{12} = \left.\frac{i_1}{\upsilon_2}\right|_{\upsilon_1=0}$

Η $r_{Thevenin}$ υπολογίζεται αν βραχυκυκλώσουμε την πηγή τάσης και ανοικτοκυκλώσουμε την πηγή ρεύματος.

Συνεπώς $r_{Thevenin} = 0$.

$\upsilon_{Thevenin} = \upsilon_2$ $\qquad$ $r_{Thevenin} = 0$

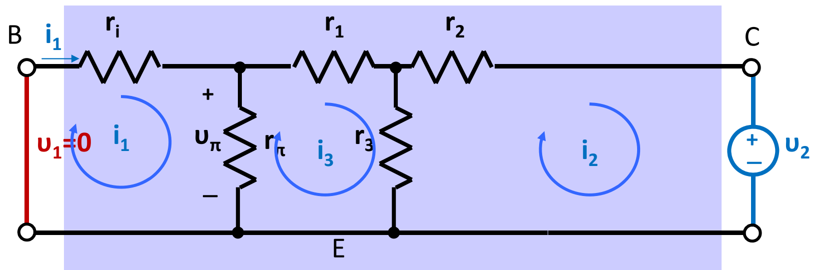


Παράδειγμα 2 (V)

$$y_{12}=\left.\frac{i_1}{\upsilon_2}\right|_{\upsilon_1=0}$$

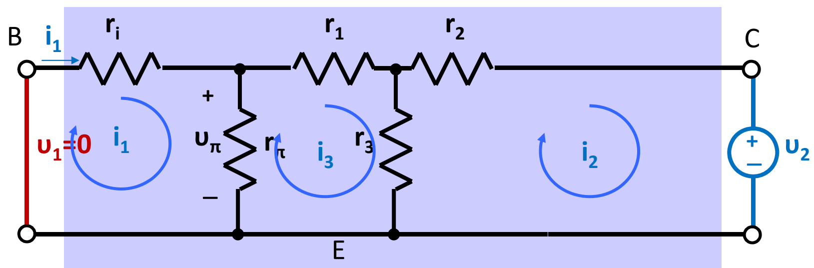
Εφαρμογή της μεθόδου των ρευμάτων απλών βρόχων.
Γράφουμε τον KVL στους 3 απλούς βρόχους του κυκλώματος.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Βρ. 2} & -\upsilon_2-r_2i_2-r_3(i_2-i_3)=0\\ \text{Βρ. 3} & -r_1i_3-r_3(i_3-i_2)-r_\pi(i_3-i_1)=0\\ \text{Βρ. 1} & -r_ii_1-r_\pi(i_1-i_3)=0\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}\upsilon_2=-(r_2+r_3)i_2+r_3i_3\\ r_3i_2-(r_1+r_\pi+r_3)i_3+r_\pi i_1=0\\ -(r_\pi+r_i)i_1+r_\pi i_3=0\end{array}\right\}\Rightarrow$$



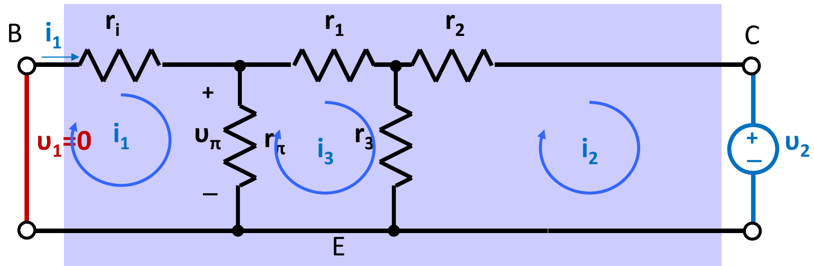
Παράδειγμα 2 (VI)

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Βρ. 2} & \upsilon_2=-(r_2+r_3)i_2+r_3i_3\\ \text{Βρ. 3} & r_3i_2-(r_1+r_\pi+r_3)i_3+r_\pi i_1=0\\ \text{Βρ. 1} & i_3=\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi}i_1\end{array}\right\}\Rightarrow \left.\begin{array}{l}\upsilon_2=-(r_2+r_3)i_2+r_3i_3\\ r_3i_2-\left((r_1+r_\pi+r_3)\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi}+r_\pi\right)i_1=0\\ i_3=\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi}i_1\end{array}\right\}\Rightarrow$$



Παράδειγμα 2 (VII)

$$\left.\begin{aligned}
\upsilon_2 &= -(r_2+r_3)i_2 + r_3 i_3 \\
i_2 &= \frac{\left((r_1+r_\pi+r_3)\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi}+r_\pi\right)}{(r_3-r_1)}i_1 \\
i_3 &= \frac{r_\pi+r_i}{r_\pi}i_1
\end{aligned}\right\} \Rightarrow \upsilon_2 = -(r_2+r_3)\frac{\left((r_1+r_\pi+r_3)\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi}+r_\pi\right)}{(r_3-r_1)}i_1 + r_3\frac{r_\pi+r_i}{r_\pi}i_1 \Rightarrow$$



Παράδειγμα 2 (VIII)

$$y_{12} \equiv \frac{i_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{r_3\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi} - (r_2+r_3)\dfrac{\left((r_1+r_\pi+r_3)\dfrac{r_\pi+r_i}{r_\pi}+r_\pi\right)}{(r_3-r_1)}}$$