

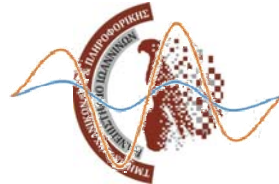
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων



Γ. Τσατσίκας

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής



Διάρθρωση



1. Μονόθυρα Δίκτυα
2. Θεωρήματα Thevenin – Norton
3. Μετασχηματισμοί Πηγών
4. Μεταφορά Μέγιστης Ισχύος
5. Μη Γραμμικά Κυκλωματικά Στοιχεία
6. Ανάλυση Μικρού Σήματος



VLSI Systems
and Computer Architecture Lab

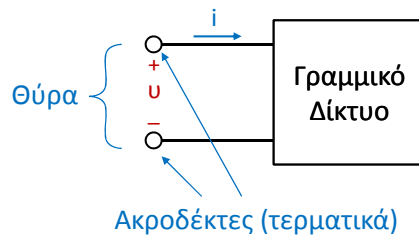


Ανάλυση Δικτύου II

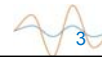


Μονόθυρα Δίκτυα

Ένα γραμμικό δίκτυο κυκλωματικών στοιχείων με δύο ακροδέκτες (τερματικά) καλείται *μονόθυρο δίκτυο* (*one-port network*). Κάθε μονόθυρο δίκτυο χαρακτηρίζεται πλήρως από την χαρακτηριστική ρεύματος-τάσης (i - u) που το διέπει.



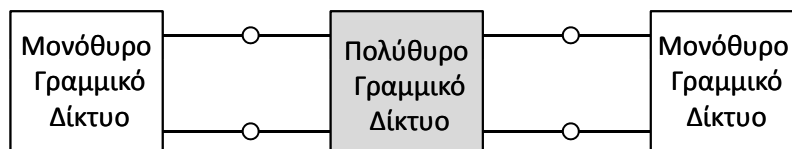
Ανάλυση Δικτύου II



3

Αντιπαράδειγμα - Μονόθυρα Δίκτυα

Το σκιασμένο γραμμικό δίκτυο κυκλωματικών στοιχείων δεν είναι μονόθυρο δίκτυο σε αντίθεση με τα δύο ακριανά που είναι μονόθυρα δίκτυα.



Ανάλυση Δικτύου II



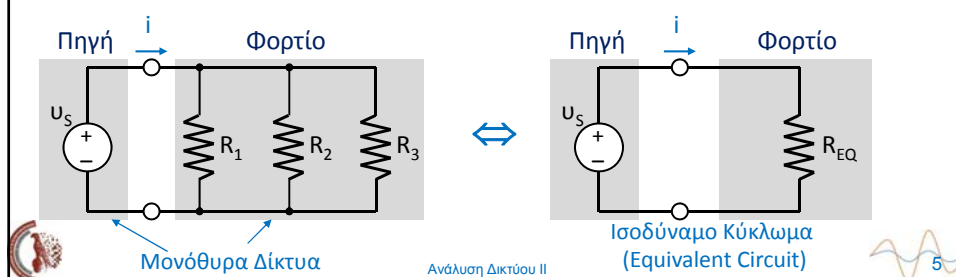
4

Ισοδύναμο Κύκλωμα

Σε πολλές περιπτώσεις κατά την αντιμετώπιση ενός προβλήματος είναι εξαιρετικά βολική η χρήση ενός κυκλώματος το οποίο είναι ισοδύναμο αλλά πιο «απλό» σε σχέση με το αρχικό κύκλωμα.

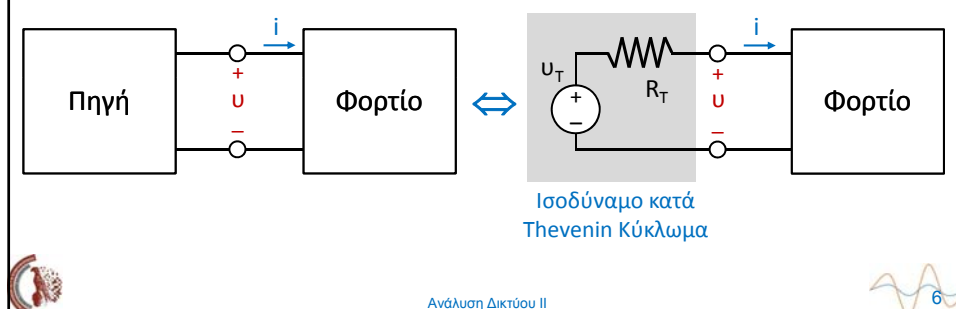
- Στο παράδειγμα που ακολουθεί, ο φόρτος των τριών αντιστάσεων αντικαθίσταται από μια ισοδύναμη αντίσταση R_{EQ} .

$$\frac{1}{R_{EQ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{EQ} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad \text{Συνεπώς: } i = \frac{U_S}{R_{EQ}}$$



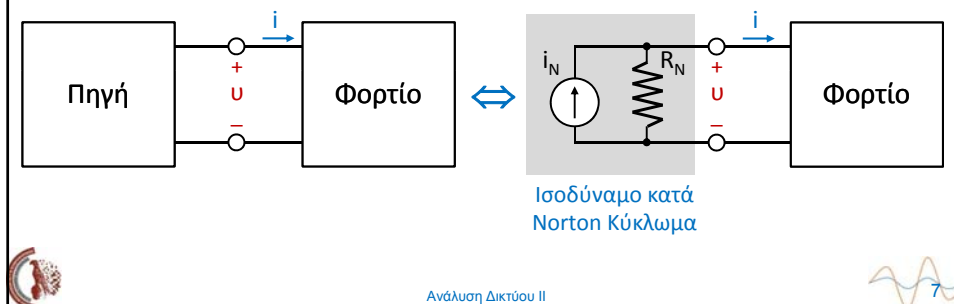
Θεώρημα Thevenin

Ένα μονόθυρο δίκτυο, το οποίο αποτελείται από ιδανικές πηγές τάσης ή/και ρεύματος και από γραμμικές αντιστάσεις, μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα ισοδύναμο κύκλωμα που αποτελείται από μια ιδανική πηγή τάσης U_T σε σειρά με μια γραμμική αντίσταση R_T .



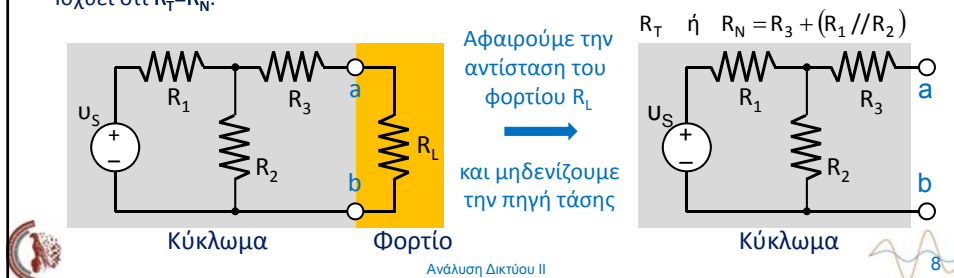
Θεώρημα Norton

Ένα μονόθυρο δίκτυο, το οποίο αποτελείται από ιδανικές πηγές τάσης ή/και ρεύματος και από γραμμικές αντιστάσεις, μπορεί να αναπαρασταθεί με ένα ισοδύναμο κύκλωμα που αποτελείται από μια ιδανική πηγή ρεύματος i_N παράλληλα με μια γραμμική αντίσταση R_N .



Υπολογισμός Αντιστάσεων R_T ή R_N

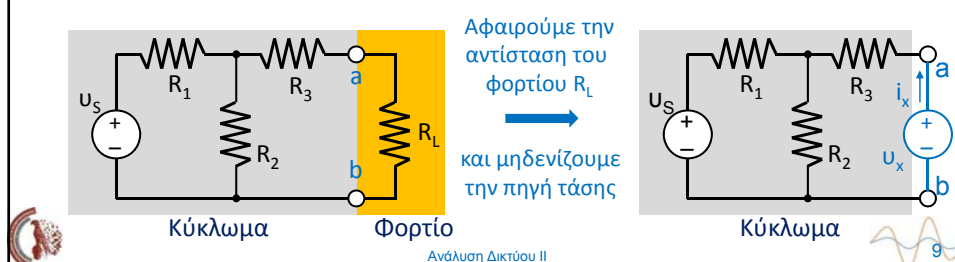
- Για τον υπολογισμό της ισοδύναμης αντίστασης κατά Thevenin ή Norton σε ένα δίκτυο αποτελούμενο από γραμμικές αντιστάσεις και ανεξάρτητες πηγές, απαιτείται η εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης στα τερματικά άκρα του δικτύου.
- Αυτό επιτυγχάνεται θέτοντας όλες της πηγές του κυκλώματος ίσες με μηδέν και υπολογίζοντας ακολούθως την ισοδύναμη αντίσταση στα τερματικά άκρα του δικτύου, αφού αφαιρέσουμε το φορτίο (φόρτο).
- Οι πηγές τάσης μηδενίζονται βραχυκυκλώνοντας τα άκρα τους (αντικαθίστανται από βραχυκύκλωμα), ενώ οι πηγές ρεύματος μηδενίζονται ανοικτοκυκλώνοντας ένα άκρο τους (αντικαθίστανται από ανοικτοκύκλωμα).
- Ισχύει ότι $R_T = R_N$.



Εναλλακτικός Υπολογισμός R_T ή R_N

- Για τον υπολογισμό της ισοδύναμης αντίστασης κατά Thevenin ή Norton, αφού μηδενίσουμε τις πηγές και αφαιρέσουμε το φορτίο, μπορούμε εναλλακτικά να θεωρήσουμε μια υποθετική πηγή τάσης u_x στα τερματικά άκρα του δικτύου.
- Η πηγή τάσης θα δημιουργήσει ένα ρεύμα i_x που θα διαρρέει το νέο κύκλωμα.
- Ο λόγος της τάσης προς το ρεύμα είναι η ζητούμενη αντίσταση.

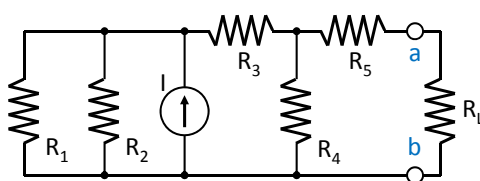
$$R_T \equiv R_N = \frac{u_x}{i_x} = R_3 + (R_1 // R_2)$$



Παράδειγμα: Αντίσταση R_T ή R_N I

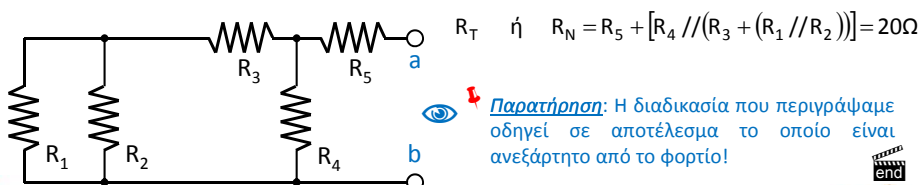
Πρόβλημα: Να βρεθούν η ισοδύναμη αντίσταση Thevenin / Norton που “βλέπει” το φορτίο R_L , όταν $I=5A$, $R_1=R_2=R_4=20\Omega$ και $R_3=R_5=10\Omega$.

Λύση: Αρχικά αφαιρούμε το φορτίο R_L και μηδενίζουμε την πηγή ρεύματος.



Η πηγή ρεύματος μηδενίζεται αντικαθιστώντας την με ένα ανοικτοκύκλωμα.

Ακολουθως, “κοιτώντας” από τους ακροδέκτες a και b η ισοδύναμη αντίσταση είναι:



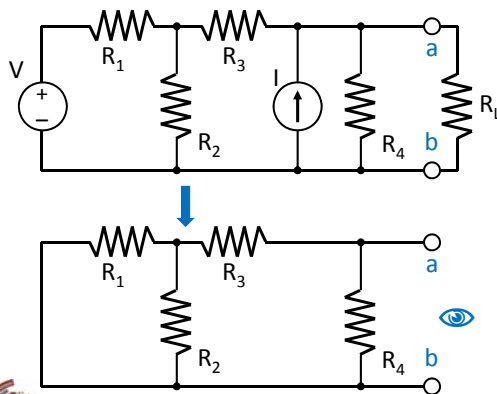
Ανάλυση Δικτύου II

10

Παράδειγμα: Αντίσταση R_T ή R_N II

Πρόβλημα: Να βρεθούν η ισοδύναμη αντίσταση Thevenin / Norton που “βλέπει” το φορτίο R_L , όταν $V=5V$, $I=1A$, $R_1=R_2=R_4=2\Omega$ και $R_3=1\Omega$.

Λύση: Αρχικά αφαιρούμε το φορτίο R_L και μηδενίζουμε τις πηγές τάσης και ρεύματος.



Η πηγή τάσης μηδενίζεται αντικαθιστώντας την με ένα βραχυκύκλωμα.

Η πηγή ρεύματος μηδενίζεται αντικαθιστώντας την με ένα ανοικτοκύκλωμα.

Ακολουθως, “κοιτώντας” από τους ακροδέκτες a και b η ισοδύναμη αντίσταση είναι:

$$R_T \text{ ή } R_N = R_4 // (R_3 + (R_1 // R_2)) = 1\Omega$$

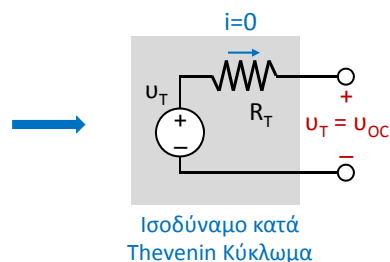
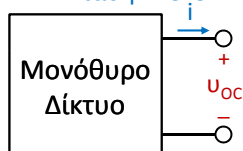
Ανάλυση Δικτύου II



Υπολογισμός Τάσης Thevenin I

Η ισοδύναμη ιδανική πηγή τάσης κατά Thevenin U_T σε ένα δίκτυο αποτελούμενο από γραμμικές αντιστάσεις και ανεξάρτητες πηγές, έχει τιμή ίση με την τάση ανοικτού κυκλώματος στα τερματικά άκρα του δικτύου, όταν δηλ. το φορτίο έχει αφαιρεθεί. Ο υπολογισμός γίνεται ως ακολούθως:

- Αφαιρέστε το φορτίο ώστε να ανοικτοκυκλωθούν τα άκρα του κυκλώματος.
- Καθορίστε την τάση U_{OC} στα άκρα του κυκλώματος, εφαρμόζοντας οποιαδήποτε γνωστή μέθοδο ανάλυσης (π.χ. κομβικών τάσεων ή ρευμάτων απλών βρόχων).
- Η τάση Thevenin είναι: $U_T = U_{OC}$.



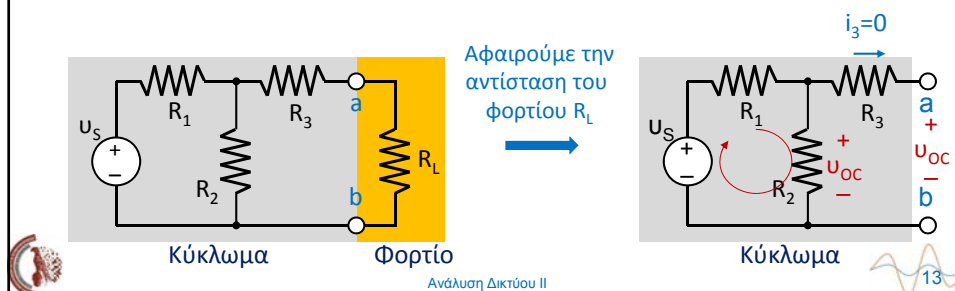
Ανάλυση Δικτύου II



Υπολογισμός Τάσης Thevenin II

- Στο κύκλωμα του σχήματος, για τον υπολογισμό της τάσης κατά Thevenin αφαιρούμε το φορτίο R_L , με αποτέλεσμα ο σχετικός κλάδος να ανοικτοκυκλωθεί.
- Συνεπώς, η αντίσταση R_3 δεν διαρρέεται από ρεύμα.
- Η τάση στους ακροδέκτες a, b θα είναι ίση με την τάση στα άκρα της αντίστασης R_2 .
- Από το διαιρέτη τάσης στον απλό βρόχο που σημειώνουμε ισχύει:

$$U_{OC} \equiv U_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s$$



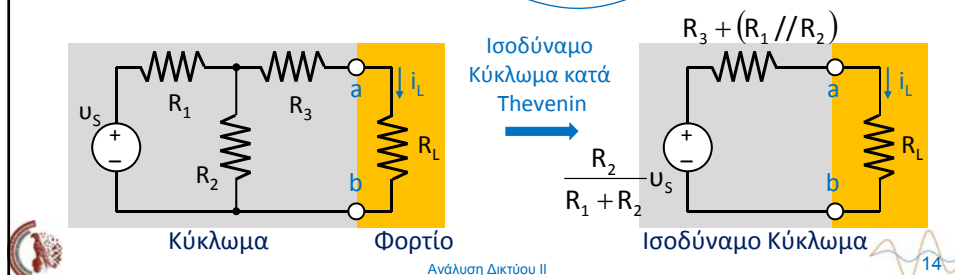
Σύνοψη: Ισοδύναμο κατά Thevenin

- Σύμφωνα με τις ενέργειες που παρουσιάσαμε νωρίτερα για την εύρεση της τάσης και της αντίστασης κατά Thevenin, το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin προκύπτει ως ακολούθως:

$$U_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_s \quad R_T = R_3 + (R_1 // R_2)$$

- Τα δύο κυκλώματα είναι ισοδύναμα καθώς ο φόρτος διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα i_L :

$$i_L = \frac{1}{(R_3 + (R_1 // R_2)) + R_L} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_s = \frac{U_T}{R_T + R_L}$$



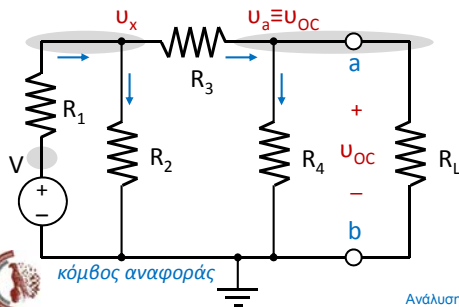
Παράδειγμα: Ισοδυναμία Thevenin

Πρόβλημα: Να βρεθεί το ισοδύναμο κατά Thevenin για το κύκλωμα αριστερά των ακροδεκτών a και b, όταν $V=12V$, $R_1=1\Omega$, $R_2=R_3=10\Omega$ και $R_4=20\Omega$.

Λύση: Αφαιρούμε το φορτίο R_L . Η ζητούμενη τάση Thevenin είναι η u_{oc} . Εφαρμόζουμε την τεχνική ανάλυσης κομβικών τάσεων.

KCL:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V - u_x}{R_1} - \frac{u_x}{R_2} - \frac{u_x - u_{oc}}{R_3} = 0 \\ \frac{u_x - u_{oc}}{R_3} - \frac{u_{oc}}{R_4} = 0 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{12 - u_x}{1} - \frac{u_x}{10} - \frac{u_x - u_{oc}}{10} = 0 \\ \frac{u_x - u_{oc}}{10} - \frac{u_{oc}}{20} = 0 \end{array} \right.$$



$$120 - 10u_x - u_x - (u_x - u_{oc}) = 0 \Rightarrow 12u_x - u_{oc} = 120$$

$$2u_x - 2u_{oc} - u_{oc} = 0 \Rightarrow 2u_x - 3u_{oc} = 0$$

Η λύση δίνει:

$$u_x = 10.588V \quad u_{oc} \equiv u_T = 7.059V$$



κόμβος αναφοράς

Ανάλυση Δικτύου II

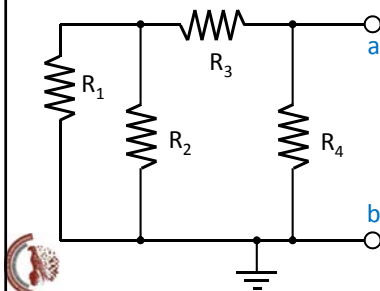
15

Παράδειγμα: Ισοδυναμία Thevenin

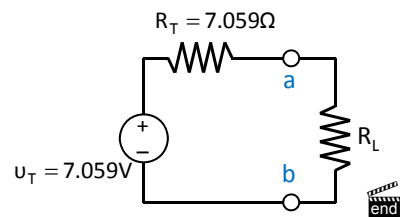
Εν συνεχεία, αφαιρούμε και πάλι το φορτίο R_L και μηδενίζουμε την πηγή τάσης για την εύρεση της αντίστασης Thevenin.

Στο κύκλωμα που προκύπτει ισχύει:

$$R_T = R_4 // (R_3 + (R_1 // R_2)) = 7.059\Omega$$



Ισοδύναμο Κύκλωμα κατά Thevenin



Ανάλυση Δικτύου II

16

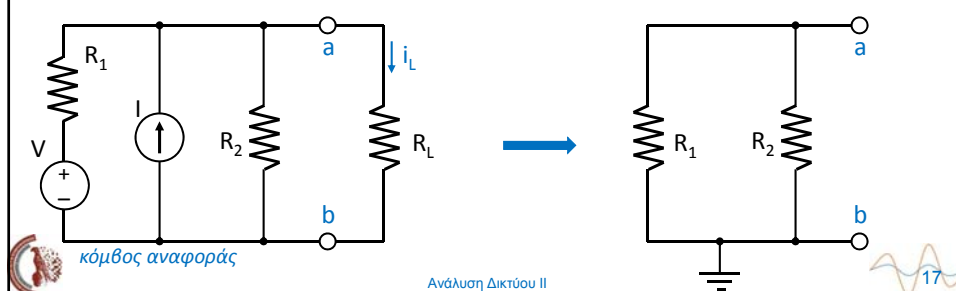
Παράδειγμα: Θ. Thevenin

Πρόβλημα: Προσδιορίστε το ρεύμα του φορτίου R_L με τη μέθοδο ισοδυναμίας Thevenin, όταν $V=24V$, $I=3A$, $R_1=4\Omega$, $R_2=12\Omega$ και $R_L=6\Omega$.

Λύση: Αρχικά, αφαιρούμε το φορτίο R_L και μηδενίζουμε τις πηγές για την εύρεση της αντίστασης Thevenin.

Προφανώς στο νέο κύκλωμα που προκύπτει οι αντιστάσεις είναι παράλληλες μεταξύ τους:

$$R_T = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 3\Omega$$

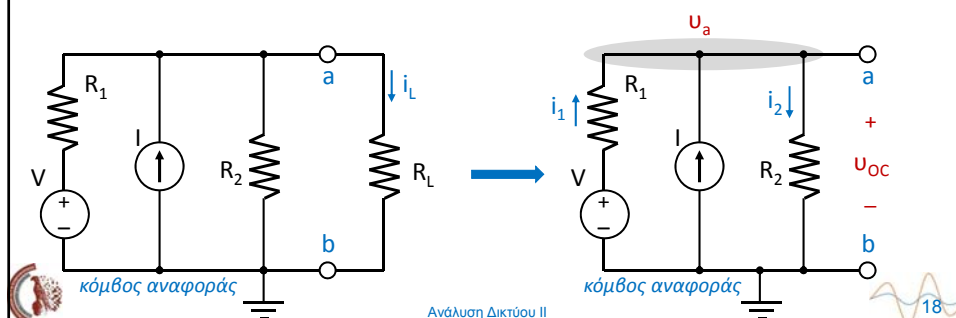


Παράδειγμα: Θ. Thevenin

Εν συνεχεία, αφαιρούμε και πάλι το φορτίο R_L από το αρχικό κύκλωμα και υπολογίζουμε την τάση ανάμεσα στους ακροδέκτες a και b (u_{OC}) για την εύρεση της τάσης Thevenin.

Εφαρμόζουμε την τεχνική της ανάλυσης κομβικών τάσεων:

$$\frac{V - u_a}{R_1} + I - \frac{u_a}{R_2} = 0 \Rightarrow u_a = u_{OC} \equiv u_T = 27V$$



Παράδειγμα: Θ. Thevenin

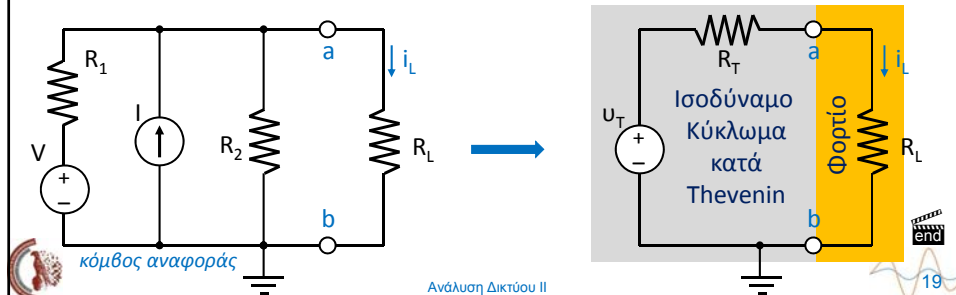
Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση, στο ισοδύναμο κύκλωμα κατά Thevenin θα ισχύει:

$$U_T = 27V \quad R_T = 3\Omega$$

Εφαρμόζοντας το νόμο του Ohm στο ισοδύναμο κύκλωμα προκύπτει:

$$i_L = \frac{U_T}{R_T + R_L} = 3A$$

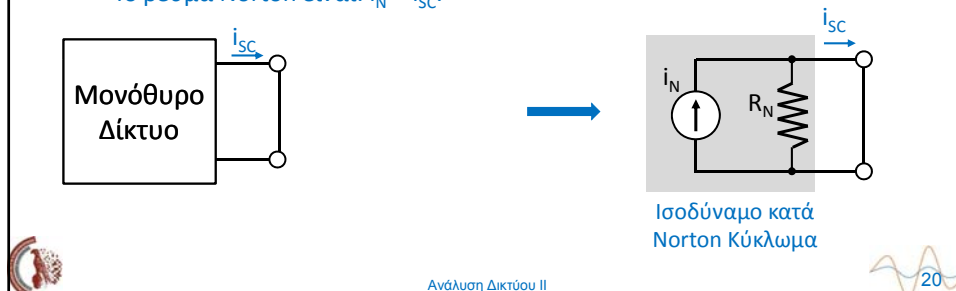
Παρατήρηση: Το πλεονέκτημα στη χρήση ισοδύναμων κυκλωμάτων είναι ότι αυτά ισχύουν ακόμη και αν αλλάξει το φορτίο!



Υπολογισμός Ρεύματος Norton I

Η ισοδύναμη ιδανική πηγή ρεύματος κατά Norton i_N σε ένα δίκτυο αποτελούμενο από γραμμικές αντιστάσεις και ανεξάρτητες πηγές, έχει τιμή ίση με το ρεύμα βραχυκυκλώματος των τερματικών άκρων του δικτύου (δηλ. όταν το φορτίο έχει βραχυκυκλωθεί). Ο υπολογισμός γίνεται ως ακολούθως:

- Αντικαταστήστε το φορτίο με ένα βραχυκύκλωμα ανάμεσα στα άκρα του κυκλώματος.
- Καθορίστε το ρεύμα i_{sc} στον κλάδο του βραχυκυκλώματος, εφαρμόζοντας οποιαδήποτε γνωστή μέθοδο ανάλυσης.
- Το ρεύμα Norton είναι: $i_N = i_{sc}$.

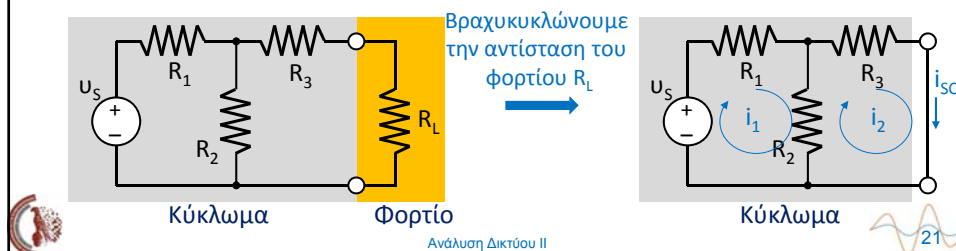


Υπολογισμός Ρεύματος Norton II

- Στο κύκλωμα του σχήματος, για τον υπολογισμό του ρεύματος κατά Norton βραχυκυκλώνουμε το φορτίο R_L .
- Εφαρμόζουμε την ανάλυση ρευμάτων απλών βρόχων.
- Ισχύει ότι $i_2 = i_{sc}$. Εφαρμόζουμε KVL:

$$\left. \begin{aligned} u_s - i_1 R_1 - (i_1 - i_{sc}) \cdot R_2 &= 0 \\ -(i_{sc} - i_1) \cdot R_2 - i_{sc} R_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} (R_1 + R_2) \cdot i_1 - R_2 i_{sc} &= u_s \\ R_2 i_1 - (R_2 + R_3) \cdot i_{sc} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} (R_1 + R_2) \cdot i_1 - R_2 i_{sc} &= u_s \\ i_1 &= \frac{(R_2 + R_3)}{R_2} i_{sc} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow i_{sc} \equiv i_N = \frac{R_2}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2} u_s$$

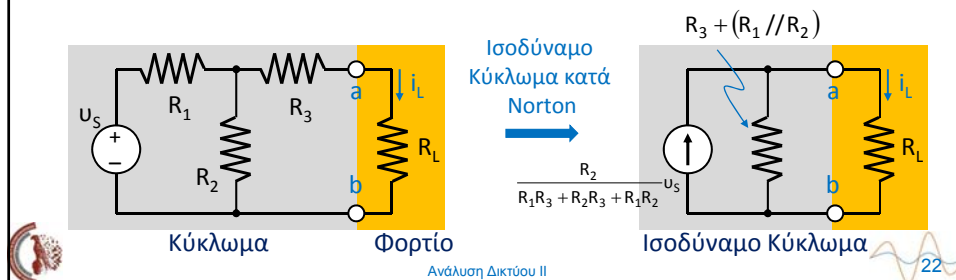


Σύνοψη: Ισοδύναμο κατά Norton

- Σύμφωνα με τις ενέργειες που παρουσιάσαμε νωρίτερα για την εύρεση του ρεύματος και της αντίστασης κατά Norton, το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton προκύπτει ως ακολούθως:

$$i_N = \frac{R_2}{R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2} u_s$$

$$R_N \equiv R_T = R_3 + (R_1 // R_2) \quad (\text{βλ. σελ. 8})$$



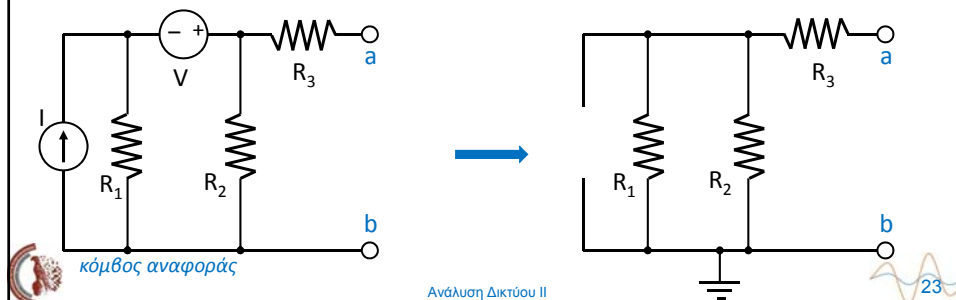
Παράδειγμα: Ισοδύναμο κατά Norton

Πρόβλημα: Προσδιορίστε το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton, όταν $V=6V$, $I=2A$, $R_1=6\Omega$, $R_2=3\Omega$ και $R_3=2\Omega$.

Λύση: Αρχικά, μηδενίζουμε τις πηγές για την εύρεση της αντίστασης Norton.

Προφανώς, στο νέο κύκλωμα που προκύπτει οι αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι παράλληλα συνδεδεμένες, και συνολικά σε σειρά με την R_3 :

$$R_N = (R_1 // R_2) + R_3 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = 4\Omega$$



Παράδειγμα: Ισοδύναμο κατά Norton

Εν συνεχεία, βραχυκυκλώνουμε τους ακροδέκτες a και b του κυκλώματος. Διακρίνουμε δύο κόμβους. Η πηγή τάσης μεταξύ των δύο κόμβων επιβάλλει :

$$V = u_2 - u_1$$

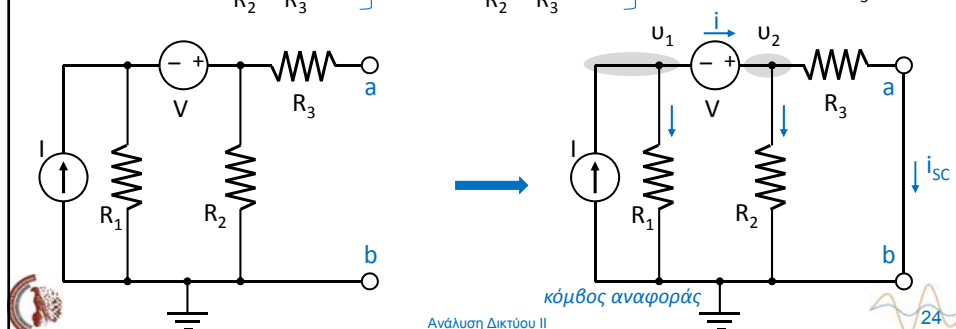
Εφαρμόζουμε τη μέθοδο των κομβικών τάσεων. Από KCL έχουμε:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Κόμβος 1: } I - \frac{u_1}{R_1} - i = 0 \\ \text{Κόμβος 2: } i - \frac{u_2}{R_2} - \frac{u_2}{R_3} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} I - \frac{u_2 - V}{R_1} - i = 0 \\ i - \frac{u_2}{R_2} - \frac{u_2}{R_3} = 0 \end{array} \right\}$$

Δύο άγνωστοι: i και u_2

Μας ενδιαφέρει η u_2

καθώς: $i_{sc} = \frac{u_2}{R_3}$



Παράδειγμα: Ισοδύναμο κατά Norton

Από την λύση των εξισώσεων προκύπτει:

$$i = 2.5A$$

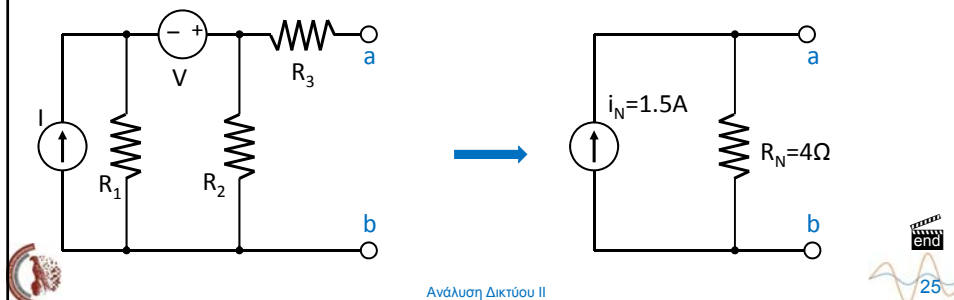
$$U_2 = 3V$$

Συνεπώς:

$$i_N \equiv i_{sc} = \frac{U_2}{R_3} = 1.5A$$

και

$$R_N = 4\Omega$$



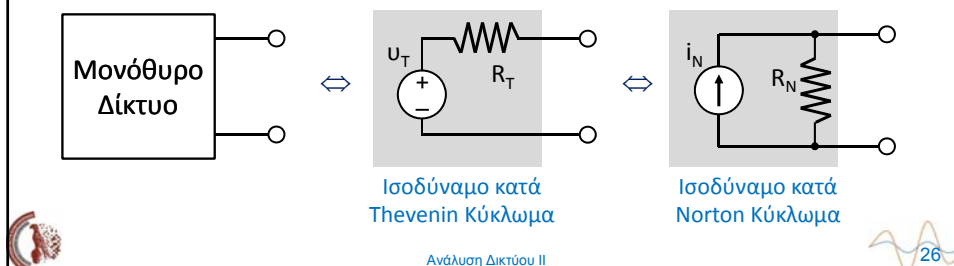
Ανάλυση Δικτύου II

Μετασχηματισμοί Πηγών

Ο μετασχηματισμός πηγών μας επιτρέπει ανάλογα με τις ανάγκες να αντικαταστήσουμε σε ένα κύκλωμα πηγές ρεύματος με πηγές τάσης και το αντίστροφο, σύμφωνα με τις ισοδυναμίες κατά Thevenin και Norton.

- Συνεπώς, ένα κύκλωμα με την ισοδύναμη μορφή κατά Norton μπορεί να αντικατασταθεί με την ισοδύναμη μορφή κατά Thevenin και το αντίστροφο.
- Ισχύει η σχέση: $U_T = R_T i_N$ ή ισοδύναμα $U_T = R_N i_N$, καθώς $R_T = R_N$

$$U_T = R_T i_N \quad \text{ή} \quad U_T = R_N i_N$$

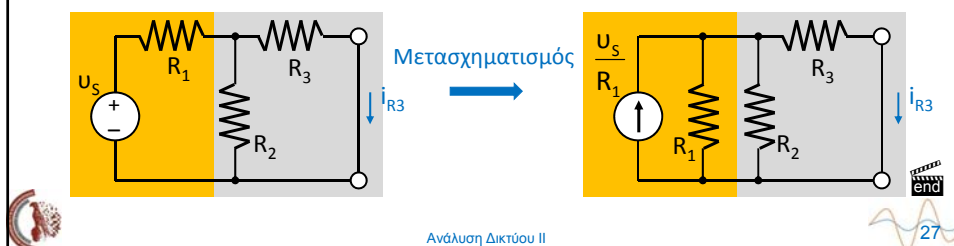


Ανάλυση Δικτύου II

Παράδειγμα: Μετασχ/τισμός Πηγών

- Στο κύκλωμα του σχήματος, το αριστερό τμήμα του κυκλώματος μπορεί να αντικατασταθεί με το ισοδύναμο κατά Norton.
- Στη νέα αναπαράσταση του κυκλώματος, ο υπολογισμός του ρεύματος i_{R3} είναι πιο εύκολος καθώς οι τρεις αντιστάσεις είναι παράλληλες στην πηγή ρεύματος (έχουμε διαιρέτη ρεύματος).
- Συνεπώς:

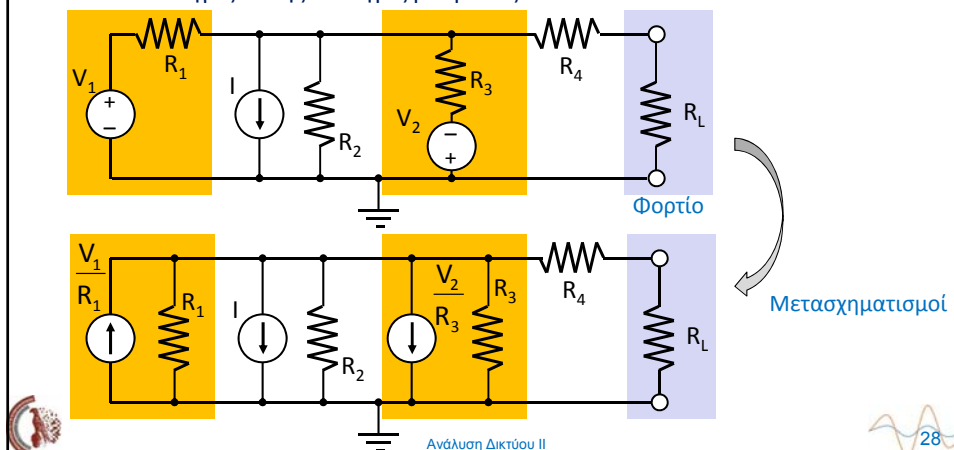
$$i_{R3} = \frac{1/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \cdot \frac{U_S}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} U_S$$



Παράδειγμα: Μετασχ/τισμός Πηγών

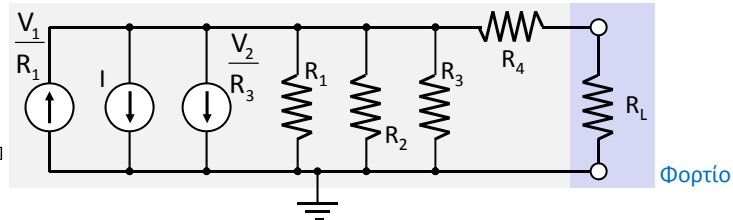
Πρόβλημα: Προσδιορίστε με μετασχηματισμό των πηγών το ισοδύναμο κύκλωμα κατά Norton, όταν $V_1=50V$, $V_2=5V$, $I=0.5A$, $R_1=100\Omega$, $R_2=100\Omega$, $R_3=200\Omega$ και $R_4=160\Omega$.

Λύση: Καθώς ζητάμε το ισοδύναμο κατά Norton, θα μετασχηματίσουμε τις πηγές τάσης σε πηγές ρεύματος.

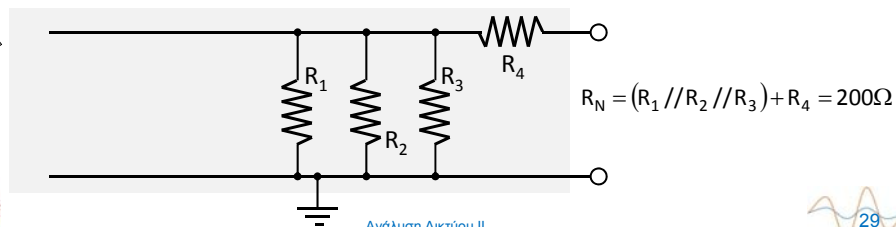


Παράδειγμα: Μετασχηματισμός Πηγών

Αναδιατάσσουμε τα εν παραλλήλω κυκλωματικά στοιχεία για διευκόλυνση.



Ακολουθώντας, αφαιρούμε το φορτίο και ανοικτοκυκλώνουμε τις πηγές ρεύματος για την εύρεση της R_N .

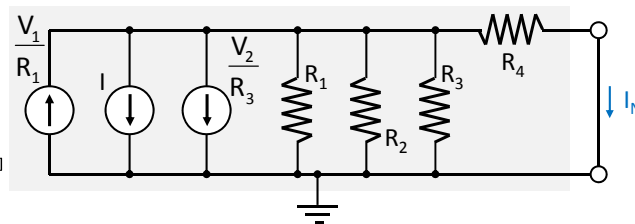


Ανάλυση Δικτύου II

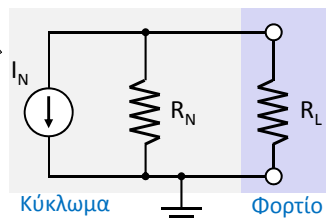
29

Παράδειγμα: Μετασχηματισμός Πηγών

Τέλος, βραχυκυκλώνοντας το φορτίο υπολογίζουμε το ρεύμα κατά Norton I_N .



Ισοδύναμο κατά Norton



$$I_N = \frac{R_1 // R_2 // R_3}{R_4 + (R_1 // R_2 // R_3)} \left(\frac{V_1}{R_1} - I - \frac{V_2}{R_3} \right) = -5\text{mA}$$

Παρατήρηση: Η χρήση του μετασχηματισμού πηγών επιτρέπει τη μετατροπή ενός τμήματος του κυκλώματος σε μια μορφή η οποία διευκολύνει την εφαρμογή κάποιας επιθυμητής μεθόδου ανάλυσης κυκλωμάτων!

Ανάλυση Δικτύου II

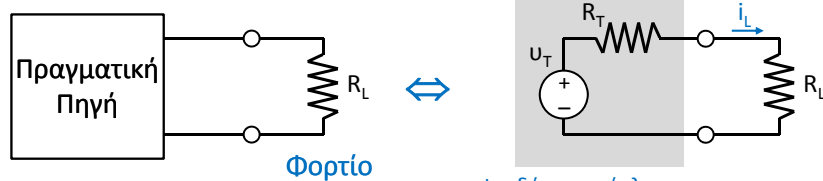
30

Μεταφορά Μέγιστης Ισχύος I

Τα μοντέλα Thevenin και Norton υποδηλώνουν ότι ένα μέρος της ισχύος που παράγεται στην πηγή καταναλώνεται εσωτερικά στην ίδια την πηγή.

- Τίθεται συνεπώς το ερώτημα: πόση ισχύς μπορεί να μεταφερθεί από την πηγή στο φορτίο υπό ιδανικές συνθήκες;
- Ή εναλλακτικά: ποια πρέπει να είναι η τιμή της αντίστασης του φορτίου ώστε αυτό να απορροφά τη μέγιστη ισχύ από την πηγή;

$$\left. \begin{aligned} P_L &= R_L i_L^2 \\ i_L &= \frac{U_T}{R_T + R_L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_L = \frac{U_T^2}{(R_T + R_L)^2} R_L$$



Ισοδύναμο κύκλωμα της πηγής κατά Thevenin

Ανάλυση Δικτύου II

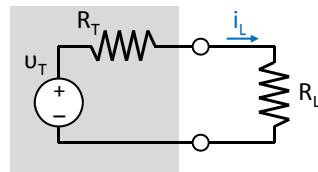
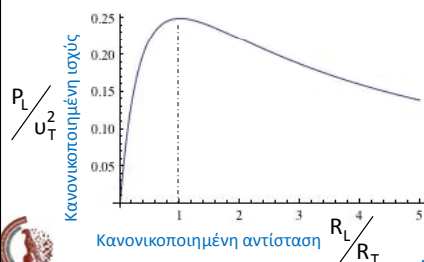
31

Μεταφορά Μέγιστης Ισχύος II

Για την εύρεση της τιμής της R_L για την οποία μεγιστοποιείται η απορροφούμενη ισχύς P_L από την πηγή, παίρνουμε την παράγωγο της ισχύος ως προς την αντίσταση φόρτου και την εξισώνουμε με το 0. Από τη λύση της εξίσωσης προκύπτει:

$$\frac{dP_L}{dR_L} = \frac{U_T^2 (R_T + R_L)^2 - 2U_T^2 R_L (R_T + R_L)}{(R_T + R_L)^4}$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \Rightarrow (R_T + R_L)^2 - 2R_L (R_T + R_L) = 0 \Rightarrow R_L = R_T$$



Ισοδύναμο κύκλωμα της πηγής κατά Thevenin

Ανάλυση Δικτύου II

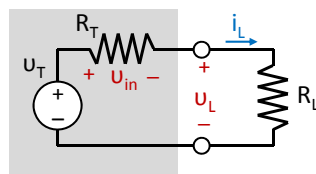
32

Φόρτωση Πηγής

Το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα υπό την παρουσία του φόρτου προκαλεί πτώση τάσης στην εσωτερική αντίσταση της πηγής, με αποτέλεσμα η τάση που βλέπει το φορτίο να είναι μικρότερη από την τάση ανοικτού κυκλώματος της πηγής (ονομαστική τιμή τάσης) U_T . Το φαινόμενο καλείται *φόρτωση πηγής (source loading)*.

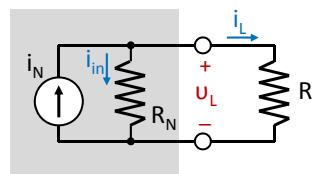
Παρόμοια σε μια πηγή ρεύματος, η εσωτερική της αντίσταση έχει ως αποτέλεσμα μόνο ένα μέρος του ρεύματος βραχυκυκλώματος i_N (ονομαστική τιμή ρεύματος) να διαρρέει τελικά το φορτίο.

$$U_L = U_T - R_T i_L$$



Ισοδύναμο κύκλωμα της πηγής κατά Thevenin

$$i_L = i_N - \frac{U_L}{R_N}$$



Ισοδύναμο κύκλωμα της πηγής κατά Norton



Ανάλυση Δικτύου II



33

Μη Γραμμικά Κυκλωματικά Στοιχεία

Μέχρι αυτό το σημείο εξετάσαμε κυκλώματα τα οποία συνθέτονται από γραμμικά κυκλωματικά στοιχεία (αντιστάσεις και πηγές). Στα γραμμικά κυκλωματικά στοιχεία η περιγραφή της χαρακτηριστικής ρεύματος-τάσης (i - u) είναι μια γραμμική σχέση.

Στην πράξη όμως τα κυκλωματικά στοιχεία έχουν μη γραμμικές χαρακτηριστικές i - u .

Σε αυτές τις περιπτώσεις επιχειρούμε να χρησιμοποιήσουμε τα μη γραμμικά κυκλωματικά στοιχεία σε μια επιλεγμένη περιοχή λειτουργίας και κάτω από κατάλληλες συνθήκες ώστε η συμπεριφορά τους (με καλή προσέγγιση για τα δεδομένα του προβλήματός μας) να είναι γραμμική!

Ακολουθώντας, θα δείξουμε πως χειριζόμαστε και πως αναλύουμε κυκλώματα που περιέχουν μη γραμμικά κυκλωματικά στοιχεία.

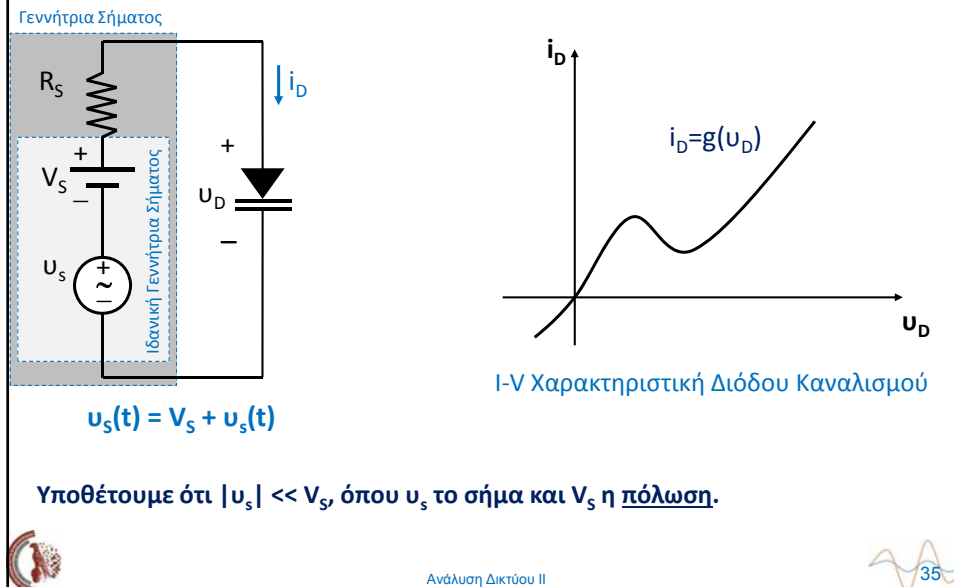


Ανάλυση Δικτύου II

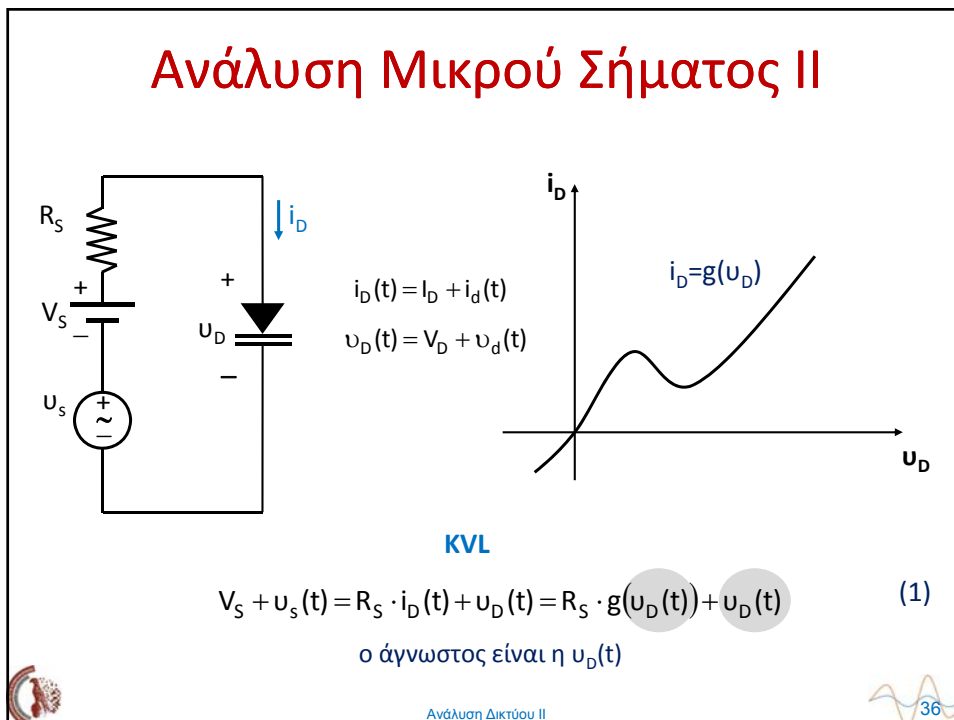


34

Ανάλυση Μικρού Σήματος I

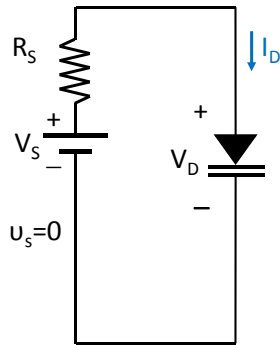


Ανάλυση Μικρού Σήματος II



Ανάλυση Μικρού Σήματος III

Προχωράμε αρχικά στη λύση θεωρώντας μόνο την DC πηγή τροφοδοσίας V_S δηλ. $u_s=0$ (αρχή της υπέρθεσης)!

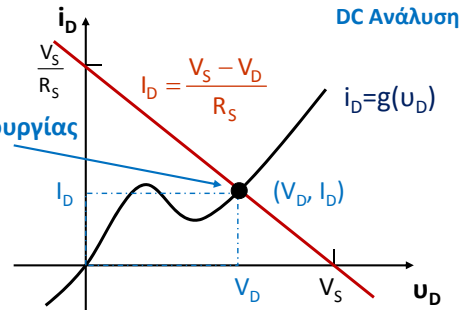


KVL $V_S = R_S \cdot I_D + V_D \Rightarrow I_D = \frac{V_S - V_D}{R_S}$

Οι σχέσεις:

$$I_D = g(V_D)$$

Σημείο Λειτουργίας



DC Ανάλυση

Έχουν κοινές λύσεις τις τομές των

I-V χαρακτηριστικών

(2)

(V_D, I_D)



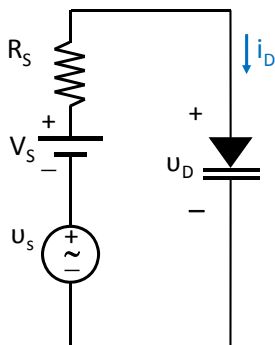
Ανάλυση Δικτύου II



37

Ανάλυση Μικρού Σήματος IV

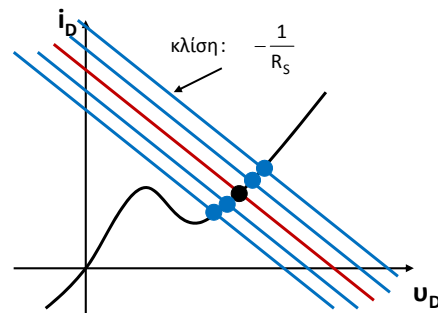
Συνεχίζουμε στη λύση του συνολικού προβλήματος.



$$i_D(t) = \frac{[V_S + u_s(t)] - u_D(t)}{R_S}$$

$$i_D = g(u_D)$$

(3)



Οι λύσεις της πρώτης σχέσης $\forall t$ είναι ευθείες παράλληλες στην αρχική και οι κοινές λύσεις των δύο εξισώσεων είναι οι τομές των γραφικών τους $\forall t$

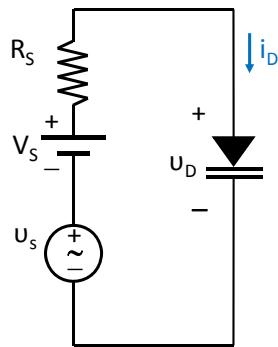


Ανάλυση Δικτύου II



38

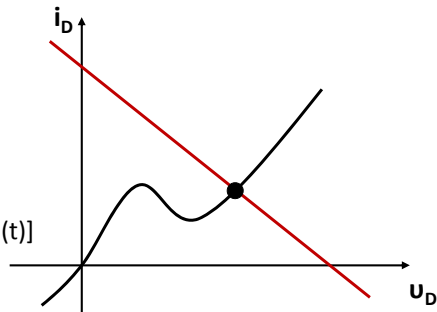
Ανάλυση Μικρού Σήματος V



$$u_D(t) = V_D + u_d(t)$$

$$i_D(t) = I_D + i_d(t)$$

$$= g[V_D + u_d(t)] \quad (4)$$

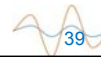


Έχουμε υποθέσει ότι $|u_s| \ll V_S$.

Η ανάλυση μικρού σήματος είναι μια προσεγγιστική μέθοδος της οποίας οι λύσεις είναι έγκυρες μόνο όταν το πλάτος $|u_s|$ του σήματος u_s είναι μικρό.

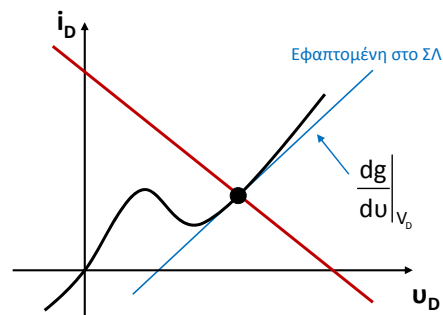
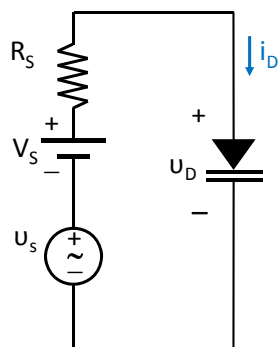


Ανάλυση Δικτύου II



39

Ανάλυση Μικρού Σήματος VI



Καθώς το u_s είναι μικρό σήμα, η g κοντά στο $\Sigma\Lambda$ μπορεί να αναλυθεί σε μία **Σειρά Taylor** παίρνοντας ως προσέγγιση μόνο τους δύο πρώτους όρους, δηλ.:

$$(4) \Rightarrow I_D + i_d(t) \approx g(V_D) + \left. \frac{dg}{du} \right|_{V_D} \cdot u_d(t) \Rightarrow i_d(t) \approx \left. \frac{dg}{du} \right|_{V_D} \cdot u_d(t) \quad (5)$$



Ανάλυση Δικτύου II

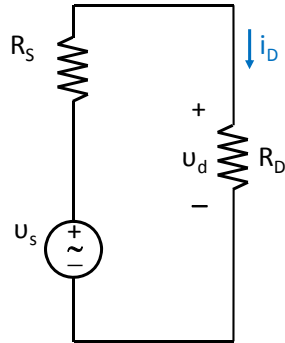


40

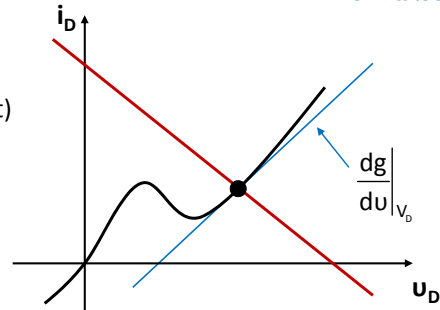
Ανάλυση Μικρού Σήματος VII

Και πάλι με βάση την αρχή της υπέρθεσης επικεντρωνόμαστε μόνο στην παρουσία της u_s δηλ. $V_s=0$.

AC Ανάλυση



$$u_d(t) = R_D i_d(t)$$

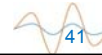


Στην ουσία προσεγγίζουμε την χαρακτηριστική της διόδου γύρω από το σημείο λειτουργίας ΣΛ (V_D, I_D) με μία ευθεία κλίσης:

$$\left. \frac{dg}{du} \right|_{V_D} = G_D = \frac{1}{R_D} \quad (6)$$



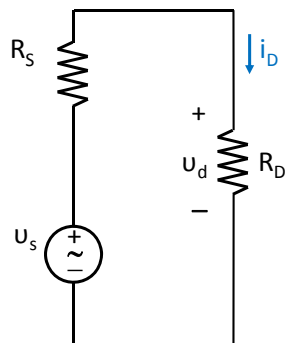
Ανάλυση Δικτύου II



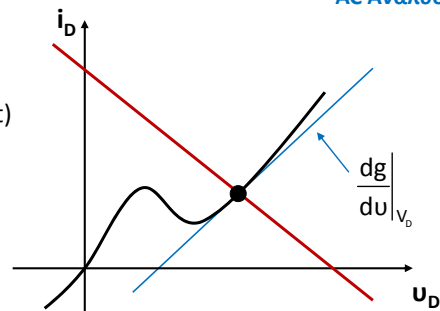
41

Ανάλυση Μικρού Σήματος VIII

AC Ανάλυση



$$u_d(t) = R_D i_d(t)$$



Νόμος Ohm $i_d(t) = \frac{1}{R_s + R_D} u_s(t)$

Νόμος Ohm $i_d(t) = \frac{1}{R_D} u_d(t)$

$$\left. \begin{array}{l} i_d(t) = \frac{1}{R_s + R_D} u_s(t) \\ i_d(t) = \frac{1}{R_D} u_d(t) \end{array} \right\} \Rightarrow u_d(t) = \frac{R_D}{R_s + R_D} u_s(t) \quad (8)$$

(διαίρετης τάσης)

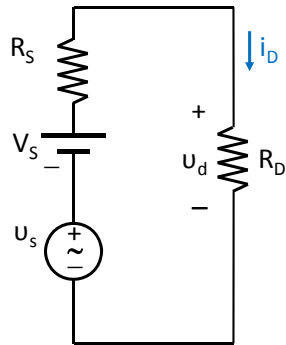


Ανάλυση Δικτύου II



42

Ανάλυση Μικρού Σήματος IX



Ισοδύναμο κύκλωμα μικρού σήματος
στην περιοχή του σημείου λειτουργίας
(V_D , I_D)

