

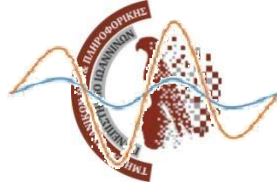
ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων



Γ. Τσατσάρας

Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής



Διάρθρωση



1. Ηλεκτρικό κύκλωμα. Ρεύματα – Τάσεις
2. Πηγές ρεύματος – τάσης
3. Νόμοι Kirchhoff
4. Αντιστάσεις – Πυκνωτές – Πηνία
5. Διαιρέτης Τάσης – Ρεύματος
6. Ηλεκτρική Ισχύς



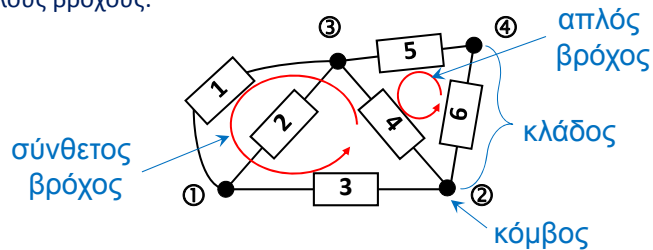
Εισαγωγή



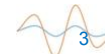
Ηλεκτρονικό Κύκλωμα

Ένα *ηλεκτρονικό κύκλωμα* απαρτίζεται από διασυνδεδεμένα ηλεκτρονικά στοιχεία (όπως αντιστάσεις, πυκνωτές, πηνία, δίοδοι, τρανζίστορ κ.α.)

- Τα ηλεκτρονικά στοιχεία μπορούν να έχουν δύο ή περισσότερους ακροδέκτες.
- Σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα το τμήμα που συνδέεται με δύο ακροδέκτες ονομάζεται *κλάδος* ή *διακλάδωση (branch)*.
- Τα σημεία διασύνδεσης μεταξύ των κλάδων καλούνται *κόμβοι (nodes)*.
- Οποιαδήποτε κλειστή σύνδεση κλάδων ονομάζεται *σύνθετος βρόχος (loop)*. Ο *απλός βρόχος (mesh)* είναι ένας βρόχος που δεν περιλαμβάνει άλλους βρόχους.



Εισαγωγή



Ηλεκτρικό Ρεύμα – Τάση

Το *ηλεκτρικό ρεύμα (electrical current)* ορίζεται ως ο χρονικός ρυθμός μεταβολής του φορτίου (q) που διέρχεται μέσα από ένα προκαθορισμένο εμβαδόν.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \underbrace{\frac{C}{s} \left(\frac{\text{coulomb}}{\text{second}} \right)}_{\text{μονάδα μέτρησης}} \quad \text{ή } A \text{ (ampere)}$$

Η *τάση* ή *διαφορά δυναμικού (potential difference)* μεταξύ δύο σημείων (κόμβων) ενός κυκλώματος δηλώνει την ενέργεια (W) που απαιτείται για την μετακίνηση του φορτίου (q) από το ένα σημείο στο άλλο.

$$u = \frac{W}{q} \quad \underbrace{\frac{J}{C} \left(\frac{\text{joule}}{\text{coulomb}} \right)}_{\text{μονάδα μέτρησης}} \quad \text{ή } V \text{ (volt)}$$

Εισαγωγή

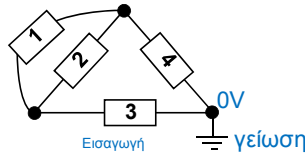


Τάση Αναφοράς

Οποιοσδήποτε κόμβος σε ένα κύκλωμα μπορεί να επιλεγεί ως κόμβος αναφοράς, έτσι ώστε οι τάσεις στους άλλους κόμβους να έχουν ως σημείο αναφοράς την τάση του συγκεκριμένου κόμβου που ονομάζεται *τάση αναφοράς (reference voltage)*.

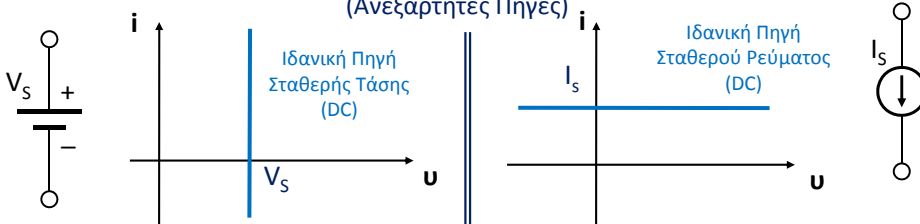
Η έννοια της τάσης αναφοράς προκύπτει από το γεγονός ότι μας ενδιαφέρουν διαφορές δυναμικού μεταξύ των κόμβων και όχι απόλυτες τιμές.

Η *γείωση (ground – GND)* σε ένα κύκλωμα είναι ένας εύκολα αναγνωρίσιμος κόμβος (θήκη, περίβλημα οργάνου, γη) και η τάση του αποτελεί μια ειδική (χαρακτηριστική) τάση αναφοράς. Για ευκολία αντιστοιχούμε δυναμικό ίσο με *0V* στην τάση γείωσης.



Ιδανικές Πηγές Τάσης και Ρεύματος

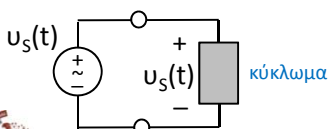
(Ανεξάρτητες Πηγές)



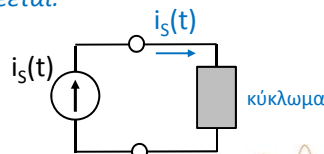
Μια ιδανική πηγή τάσης παρέχει προκαθορισμένη τάση στα άκρα της ανεξάρτητα από το ρεύμα που τη διαρρέει.

Μια ιδανική πηγή ρεύματος παρέχει προκαθορισμένο ρεύμα σε οποιοδήποτε κύκλωμα συνδεθεί.

Η τάση (ρεύμα) που παρέχει μια πηγή ρεύματος (τάσης) καθορίζεται από το κύκλωμα στο οποίο αυτή συνδέεται.



Ιδανικές Ημιτονικές Πηγές (AC)



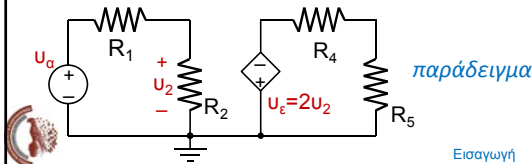
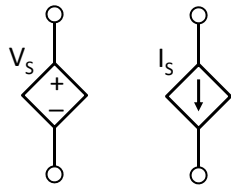
Εισαγωγή

6

Εξαρτώμενες ή Ελεγχόμενες Πηγές

Πηγές τάσης ή ρεύματος των οποίων η έξοδος είναι συνάρτηση κάποιας άλλης τάσης ή ρεύματος σε ένα κύκλωμα ονομάζονται *εξαρτώμενες* ή *ελεγχόμενες πηγές* (dependent or controlled sources). Διακρίνονται τέσσερις τύποι:

Τύπος	Σχέση
<ul style="list-style-type: none"> • Πηγή τάσης εξαρτώμενη από τάση (voltage controlled voltage source – VCVS) 	$V_s = \mu V_x$
<ul style="list-style-type: none"> • Πηγή τάσης εξαρτώμενη από ρεύμα (current controlled voltage source – CCVS) 	$V_s = r I_x$
<ul style="list-style-type: none"> • Πηγή ρεύματος εξαρτώμενη από τάση (voltage controlled current source – VCCS) 	$I_s = g V_x$
<ul style="list-style-type: none"> • Πηγή ρεύματος εξαρτώμενη από ρεύμα (current controlled current source – CCCS) 	$I_s = \beta I_x$

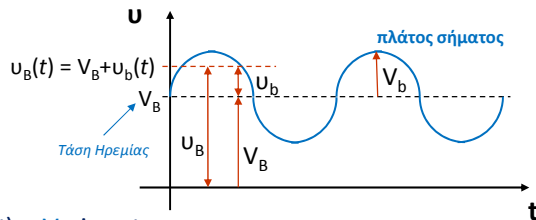
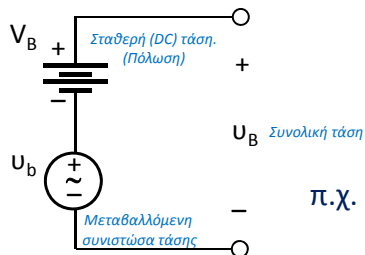


Συμβολισμοί

u_b, i_b : αντιστοιχούν σε στιγμιαίες τιμές της μεταβαλλόμενης συνιστώσας τάσης και ρεύματος

V_B, I_B : αντιστοιχούν σε τιμές ηρεμίας τάσης και ρεύματος (DC τιμές)

u_B, i_B : αντιστοιχούν σε ολικές στιγμιαίες τιμές τάσης και ρεύματος



π.χ.

$$u_b(t) = V_b \sin \omega t$$

$$u_B(t) = V_B + u_b(t) = V_B + V_b \sin \omega t$$

Εισαγωγή

Ανάλυση Δικτύου

Ως *ηλεκτρικό δίκτυο (electrical network)* ονομάζουμε μια συλλογή στοιχείων που διαρρέονται από ρεύμα.

Η ανάλυση ενός ηλεκτρικού δικτύου στοχεύει στον καθορισμό των άγνωστων ρευμάτων στους κλάδους και των άγνωστων τάσεων στους κόμβους ενός κυκλώματος. Για το σκοπό αυτό:

- αρχικά διαχωρίζονται οι άγνωστες από τις γνωστές μεταβλητές,
- αναπτύσσεται ένας κατάλληλος αριθμός εξισώσεων που τις συσχετίζουν,
- και τελικά οι εξισώσεις επιλύονται με κατάλληλες τεχνικές.

Για το σκοπό αυτό (δηλ. την *ανάπτυξη των κατάλληλων εξισώσεων*) θα χρησιμοποιήσουμε τους δύο *νόμους του Kirchhoff* για τα ρεύματα και τις τάσεις.



Εισαγωγή

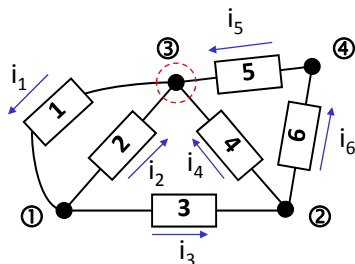


Νόμος Ρεύματος Kirchhoff

Ο *νόμος ρεύματος Kirchhoff (Kirchhoff current law – KCL)* εκφράζεται ως ακολούθως: σε κάθε ηλεκτρονικό κύκλωμα, σε κάθε κόμβο που το απαρτίζει και σε κάθε χρονική στιγμή, το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων όλων των διακλαδώσεων του κόμβου είναι ίσο με μηδέν.

Συνεπώς, το άθροισμα των ρευμάτων σε ένα κόμβο πρέπει να είναι μηδέν!

Ο νόμος είναι απόρροια της αρχής διατήρησης του φορτίου και είναι ανεξάρτητος των ηλεκτρονικών στοιχείων που απαρτίζουν το κύκλωμα.



$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

$$i_1(t) - i_2(t) - i_4(t) - i_5(t) = 0 \quad \forall t$$

(κόμβος 3)



Εισαγωγή

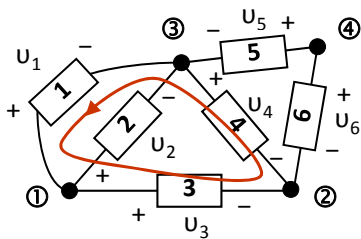


Νόμος Τάσης Kirchhoff

Ο νόμος τάσης Kirchhoff (Kirchhoff voltage law – KVL) εκφράζεται ως ακολούθως: σε κάθε ηλεκτρονικό κύκλωμα, σε κάθε βρόχο (σύνθετο ή απλό) που το απαρτίζει και σε κάθε χρονική στιγμή, το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων όλων των κλάδων του βρόχου είναι ίσο με μηδέν.

Συνεπώς, το άθροισμα των τάσεων σε ένα βρόχο πρέπει να είναι μηδέν!

Ο νόμος είναι απόρροια της αρχής διατήρησης της ενέργειας και είναι ανεξάρτητος των ηλεκτρονικών στοιχείων που απαρτίζουν το κύκλωμα.

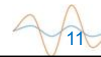


$$\sum_{n=1}^N u_n = 0$$

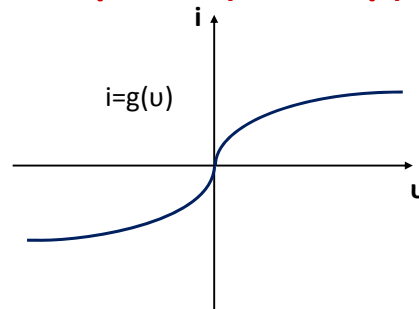
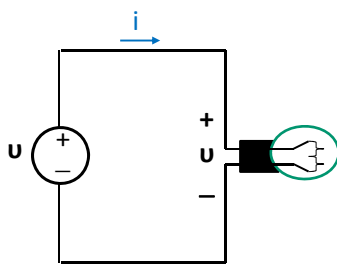
$$u_1(t) - u_3(t) + u_4(t) = 0 \quad \forall t$$



Εισαγωγή



Χαρακτηριστικές Ρεύματος-Τάσης



i-u χαρακτηριστική λαμπτήρα

Η σχέση μεταξύ του ρεύματος που διαρρέει έναν κλάδο και της τάσης στα άκρα του εκφράζεται από την *χαρακτηριστική συνάρτηση* ή *καμπύλη ρεύματος-τάσης (i-u χαρακτηριστική)*.



Εισαγωγή



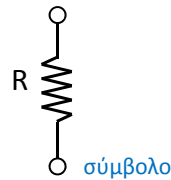
Η Αντίσταση

Όταν ηλεκτρικό ρεύμα διαρρέει κάποιον αγωγό ή ένα κυκλωματικό στοιχείο, συναντά κάποια *αντίσταση* (*resistance* - R) η οποία εξαρτάται από τις ηλεκτρικές ιδιότητες του υλικού.

$$R = \rho \frac{\ell}{A} = \frac{\ell}{\sigma A} \quad \underbrace{\Omega \text{ (ohm)}}_{\text{μονάδα μέτρησης}}$$

όπου ρ η *ειδική αντίσταση* (*resistivity*) του υλικού, ℓ το μήκος του αγωγού και A η διατομή του. Το αντίστροφο της ειδικής αντίστασης (ρ) ονομάζεται *ειδική αγωγιμότητα* (σ - *conductivity*).

Το αντίστροφο της αντίστασης είναι η *αγωγιμότητα* (G).



$$G = \frac{1}{R} \quad \underbrace{S \text{ (siemens)}}_{\text{μονάδα μέτρησης}}$$



Εισαγωγή

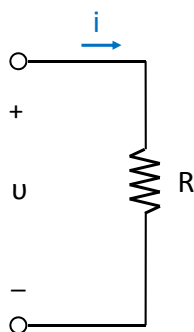


13

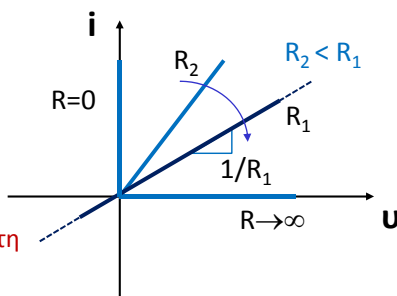
Νόμος του Ohm

Ένα ιδανικό στοιχείο αντίστασης ακολουθεί το *νόμο του Ohm*:

$$u(t) = R \cdot i(t) \Leftrightarrow i(t) = \frac{1}{R} u(t)$$



Γραμμική
Χρονικά Αμετάβλητη
Αντίσταση



Χαρακτηριστική Ρεύματος - Τάσης

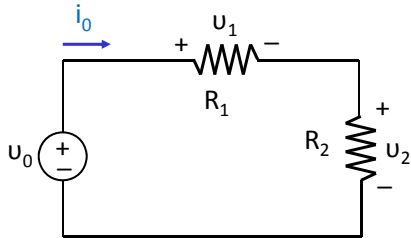


Εισαγωγή



14

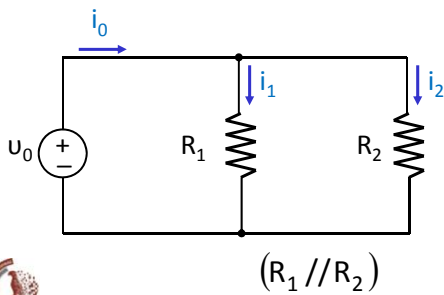
Συνδέσεις Αντιστάσεων I



Αντιστάσεις εν σειρά

$$R_{ολ} = R_1 + R_2$$

KVL: $u_0 = u_1 + u_2$



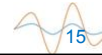
Αντιστάσεις εν παράλληλω

$$R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

KCL: $i_0 = i_1 + i_2$

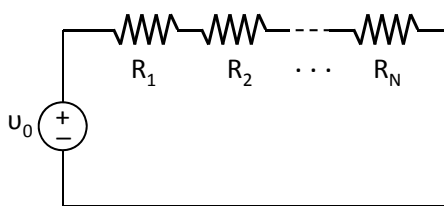


Εισαγωγή



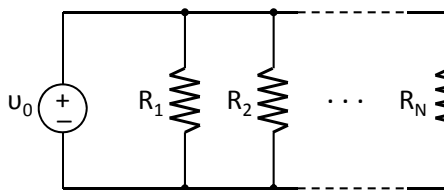
15

Συνδέσεις Αντιστάσεων II



Αντιστάσεις εν σειρά

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + \dots + R_N = \sum_{n=1}^N R_n$$



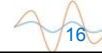
Αντιστάσεις εν παράλληλω

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \Rightarrow$$

$$R_{ολ} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}} = \frac{1}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{R_n}}$$



Εισαγωγή



16

Παράδειγμα: KCL

Πρόβλημα: Υπολογίστε τα ρεύματα I_{S2} , I_4 και I_5 στο κύκλωμα του σχήματος. Δίδεται ότι: $I_{S1}=2A$, $I_2=3A$ και $I_3=2A$.

Λύση:

Στο κόμβο x θα ισχύει με βάση τον KCL:

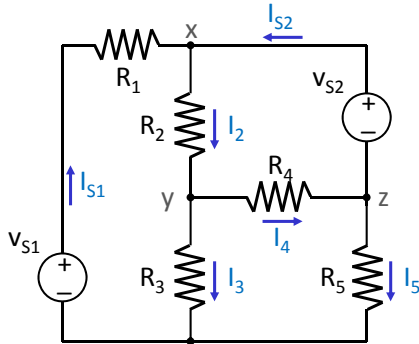
$$I_{S1} + I_{S2} - I_2 = 0 \Rightarrow I_{S2} = I_2 - I_{S1} = 1A$$

Στο κόμβο y θα ισχύει με βάση τον KCL:

$$I_2 - I_3 - I_4 = 0 \Rightarrow I_4 = I_2 - I_3 = 1A$$

Στο κόμβο z θα ισχύει με βάση τον KCL:

$$I_4 - I_{S2} - I_5 = 0 \Rightarrow I_5 = I_4 - I_{S2} = 0A$$



Εισαγωγή



Υπερκόμβοι

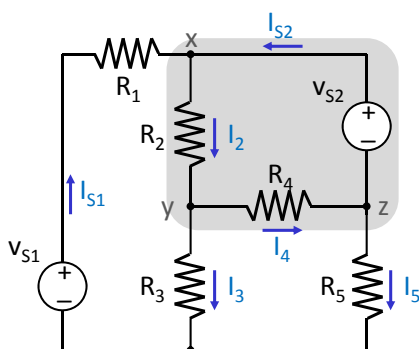
Στο προηγούμενο παράδειγμα μπορούμε να κάνουμε την ακόλουθη παρατήρηση:

$$I_{S1} - I_3 - I_5 = 0$$

Δηλ. το σκιασμένο τμήμα του κυκλώματος εμφανίζεται να λειτουργεί ως ένας κόμβος.

Ορίζουμε ως *υπερκόμβο* ή *πολυκόμβο* (*supernode*) μια περιοχή του κυκλώματος που περικλείει περισσότερους από έναν κόμβους.

Τους υπερκόμβους τους χειριζόμαστε ακριβώς όπως και τους απλούς κόμβους.



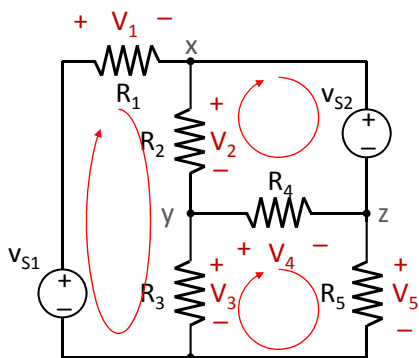
Εισαγωγή



Παράδειγμα: KVL

Πρόβλημα: Υπολογίστε τις τάσεις V_1 , V_4 και V_5 στο κύκλωμα του σχήματος. Δίδεται ότι: $V_{S1}=12V$, $V_{S2}=-4V$, $V_2=2V$ και $V_3=6V$.

Λύση: Εφαρμόζουμε KVL στους τρεις απλούς βρόχους:



$$V_{S1} - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \Rightarrow V_1 = 4V$$

$$V_2 - V_{S2} + V_4 = 0 \Rightarrow V_4 = -6V$$

$$V_3 - V_4 - V_5 = 0 \Rightarrow V_5 = 12V$$

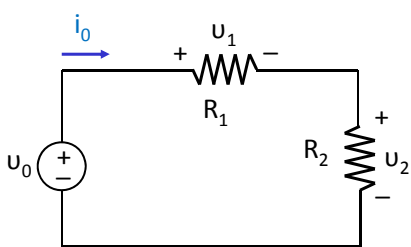


Εισαγωγή



19

Διαιρέτης Τάσης / Ρεύματος



Διαιρέτης Τάσης

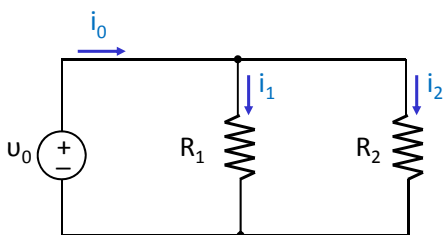
KVL \Rightarrow

$$U_0 = U_1 + U_2 = i_0 R_1 + i_0 R_2 \Rightarrow$$

$$i_0 = \frac{U_0}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_2 = i_0 R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_0$$

N. Ohm

Προσκειμένη αντίσταση (στα άκρα της οποίας ζητάμε την τάση) προς το άθροισμα των αντιστάσεων, επί την συνολική τάση.



Διαιρέτης Ρεύματος

KCL \Rightarrow

$$i_0 = i_1 + i_2 = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} \Rightarrow$$

$$U_0 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} i_0 \Rightarrow i_2 = \frac{U_0}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_0$$

N. Ohm

Απέναντι αντίσταση (ως προς εκείνη της οποίας ζητάμε το ρεύμα που τη διαρρέει) προς το άθροισμα των αντιστάσεων, επί το συνολικό ρεύμα.



Εισαγωγή



20

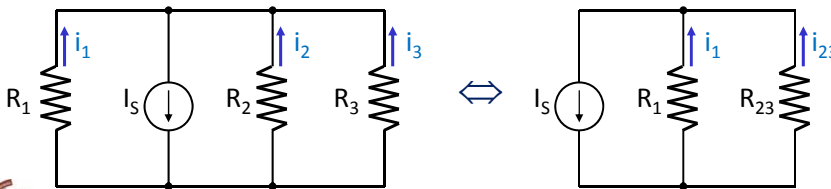
Παράδειγμα: Διαιρέτης Ρεύματος

Πρόβλημα: Να βρεθεί το ρεύμα i_1 στο κύκλωμα του σχήματος.
Δίδεται ότι: $R_1=10\Omega$, $R_2=2\Omega$, $R_3=20\Omega$ και $I_S=4A$.

Λύση: Οι αντιστάσεις είναι παράλληλα συνδεδεμένες.
Συνεπώς, για τις R_2 και R_3 θα ισχύει:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2\Omega \times 20\Omega}{22\Omega} = 1.82\Omega$$

Από το διαιρέτη ρεύματος που προκύπτει θα ισχύει: $i_1 = \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} i_S = 0.615A$

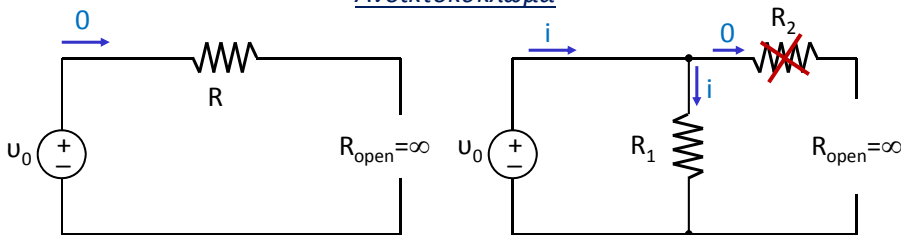


Εισαγωγή

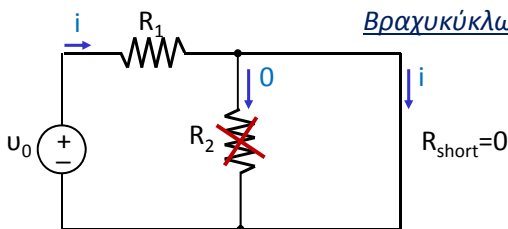


Ανοικτοκύκλωμα - Βραχυκύκλωμα

Ανοικτοκύκλωμα



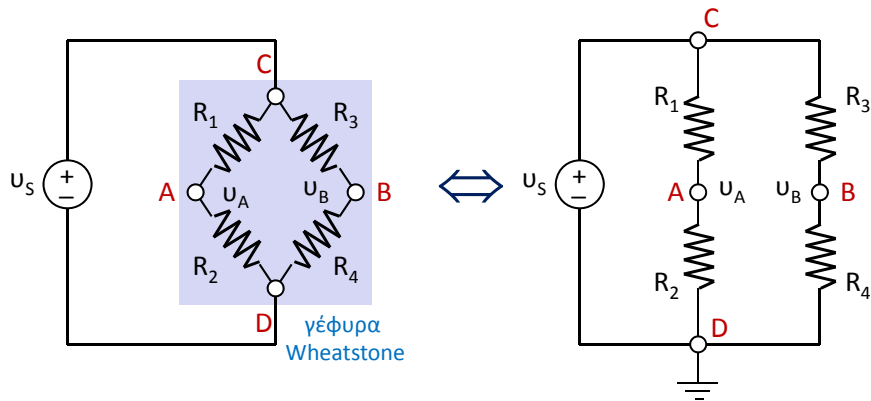
Βραχυκύκλωμα



Εισαγωγή



Παράδειγμα: Γέφυρα Wheatstone



Να εκφραστεί η διαφορά δυναμικού $u_{AB} = u_A - u_B$ ως συνάρτηση των τεσσάρων αντιστάσεων και της πηγής τάσης u_S .



Εισαγωγή



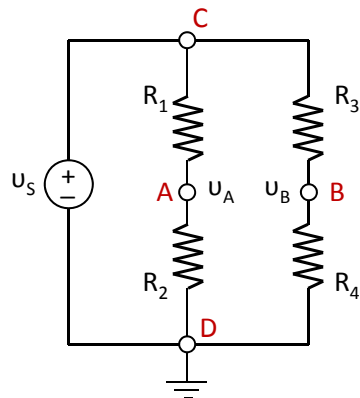
23

Γέφυρα Wheatstone I

Το ζεύγος αντιστάσεων R_1 και R_2 είναι εν σειρά συνδεδεμένο. Το ίδιο ισχύει και για το ζεύγος αντιστάσεων R_3 και R_4 .

Τα δύο ζεύγη αντιστάσεων είναι εν παραλλήλω συνδεδεμένα μεταξύ τους με κοινή τάση στα άκρα τους ίση με u_S .

Κάθε ζεύγος αντιστάσεων σχηματίζει έναν διαιρέτη τάσης στους κόμβους A και B αντίστοιχα.



Εισαγωγή



24

Γέφυρα Wheatstone II

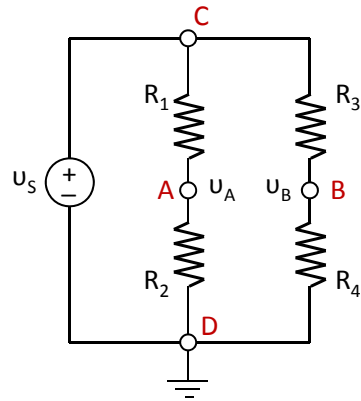
Σε κάθε διαιρέτη τάσης ισχύει:

$$U_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S$$

$$U_B = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_S$$

Συνεπώς:

$$U_{AB} = U_A - U_B = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) U_S$$

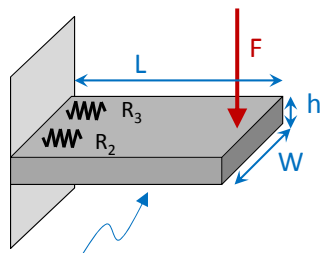


Εισαγωγή



Παράδειγμα: Μέτρηση Δύναμης!

Οι μετρητές μηχανικής καταπόνησης χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση δυνάμεων.



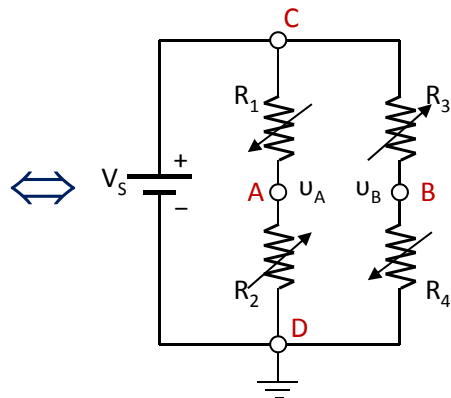
Οι αντιστάσεις R1 και R4 είναι προσαρτημένες στην κάτω επιφάνεια!

Ισχύει:

$$R_1 = R_4 = R_0 - \Delta R$$

$$R_2 = R_3 = R_0 + \Delta R$$

Όλες οι αντιστάσεις έχουν την ίδια αρχική τιμή ηρεμίας R_0 !

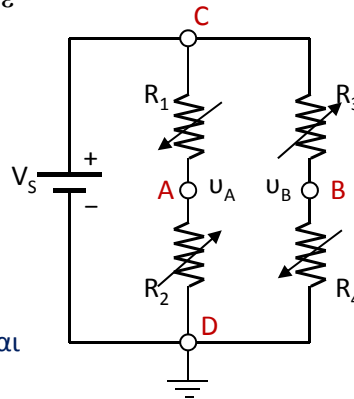
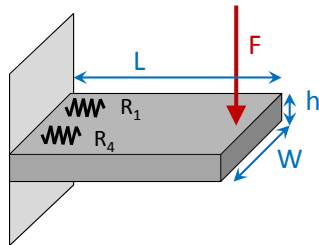


Εισαγωγή



Μέτρηση Δύναμης I

Από τη μηχανική γνωρίζουμε: $\Delta R = R_0 GF \varepsilon$



όπου F η ασκούμενη δύναμη, G σταθερά και ε η σχετική επιμήκυνση.

$$R_0 = \frac{L}{\sigma A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

$$GF = \frac{\Delta R / R_0}{\Delta L / L}$$



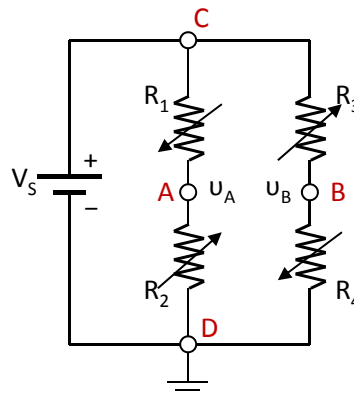
Εισαγωγή



Μέτρηση Δύναμης II

Σύμφωνα με την ανάλυση της γέφυρας Wheatstone, ισχύει:

$$U_{AB} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) V_S =$$



$$= \left(\frac{R_0 + \Delta R}{(R_0 - \Delta R) + (R_0 + \Delta R)} - \frac{R_0 - \Delta R}{(R_0 + \Delta R) + (R_0 - \Delta R)} \right) V_S = \frac{\Delta R}{R_0} V_S = GF \varepsilon V_S \Rightarrow F = \frac{U_{AB}}{GF \varepsilon V_S}$$

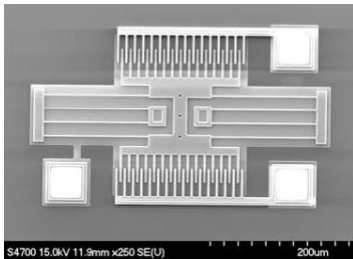
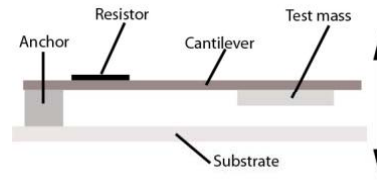
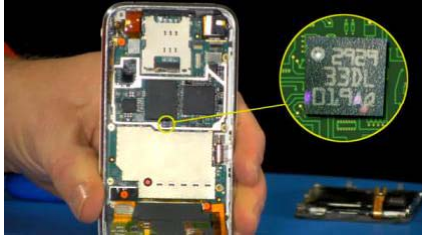


Εισαγωγή



Επιταχυνσιόμετρα

Accelerometers



$$U_{AB} = GF\varepsilon V_s = Gm\alpha\varepsilon V_s \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{U_{AB}}{Gm\varepsilon V_s}$$



όπου m η μάζα και α η επιτάχυνση!



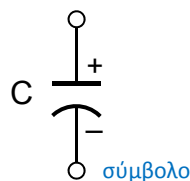
Εισαγωγή



29

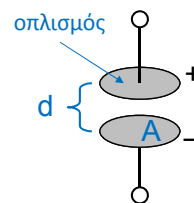
Ο Πυκνωτής

Ο πυκνωτής είναι μια διάταξη που όταν πολωθεί κατάλληλα από ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να αποθηκεύσει ηλεκτρική ενέργεια (εξ αιτίας του διαχωρισμού ηλεκτρικών φορτίων). Ισοδύναμα μπορεί να αναφερθεί ότι ένας πυκνωτής αποθηκεύει φορτία. Ο πυκνωτής χαρακτηρίζεται από την χωρητικότητά του C :



$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

F (farad)
μονάδα μέτρησης



όπου ε η διαπερατότητα / διηλεκτρική σταθερά (permittivity) του μονωτικού υλικού ανάμεσα στους οπλισμούς, d η απόσταση μεταξύ των οπλισμών και A η επιφάνεια των οπλισμών.



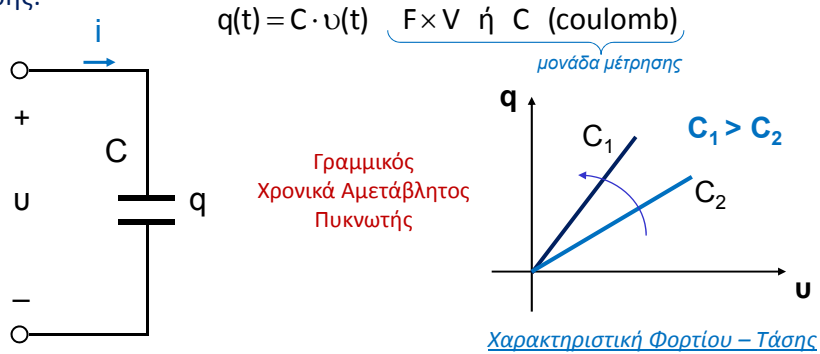
Εισαγωγή



30

Γραμμικός Πυκνωτής

Σε κάθε χρονική στιγμή το φορτίο που αποθηκεύεται σε έναν πυκνωτή δίδεται από την ακόλουθη σχέση, ως συνάρτηση της εφαρμοζόμενης τάσης:

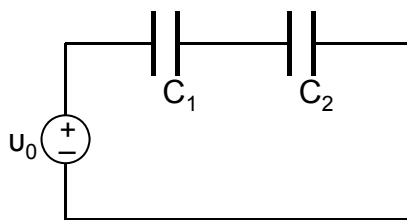


$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow v(t) = v(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t') dt'$$

Εισαγωγή

31

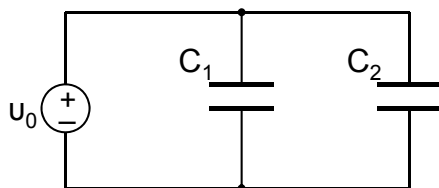
Συνδέσεις Πυκνωτών



Πυκνωτές εν σειρά

$$\frac{1}{C_{ολ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Leftrightarrow$$

$$C_{ολ} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$



Πυκνωτές εν παράλληλω

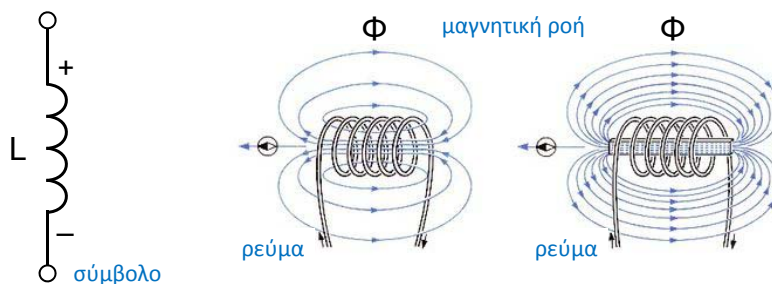
$$C_{ολ} = C_1 + C_2$$

Εισαγωγή

32

Το Πηνίο

Το πηνίο είναι ένα κυκλωματικό στοιχείο που έχει την ικανότητα αποθήκευσης ενέργειας στο μαγνητικό του πεδίο. Το πηνίο χαρακτηρίζεται από την αυτεπαγωγή του L :



Αυτεπαγωγή: L H (henry)
μονάδα μέτρησης



Εισαγωγή



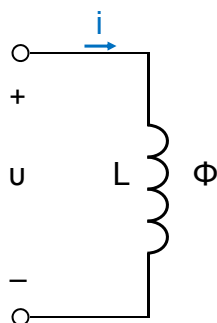
33

Γραμμικό Πηνίο

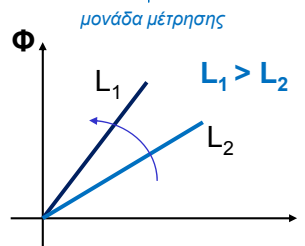
Η μαγνητική ροή δίδεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\Phi(t) = L \cdot i(t) \quad \text{H} \times \text{A} \quad \text{ή} \quad \text{W (weber)}$$

μονάδα μέτρησης



Γραμμικό
Χρονικά Αμετάβλητο
Πηνίο



Χαρακτηριστική Μαγνητικής Ροής – Ρεύματος

Η τάση κατά μήκος ενός πηνίου δίδεται από το νόμο Faraday:

$$v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t v(t') dt'$$

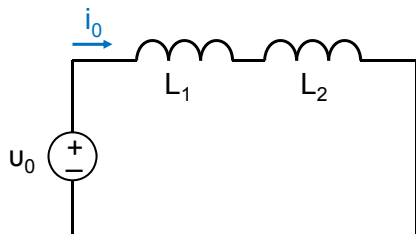


Εισαγωγή



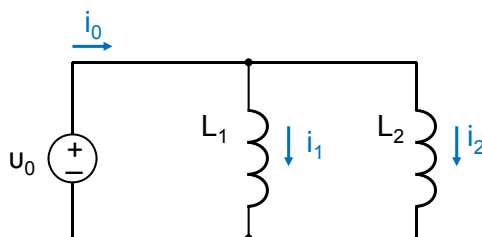
34

Συνδεσμολογία Πηνίων



Πηνία εν σειρά

$$L_{ολ} = L_1 + L_2$$



Πηνία εν παράλληλω

$$\frac{1}{L_{ολ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Leftrightarrow L_{ολ} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$

KCL: $i_0 = i_1 + i_2$

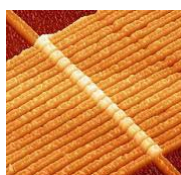
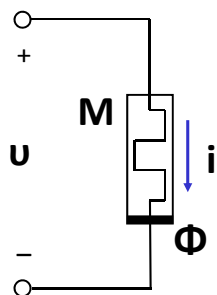


Εισαγωγή

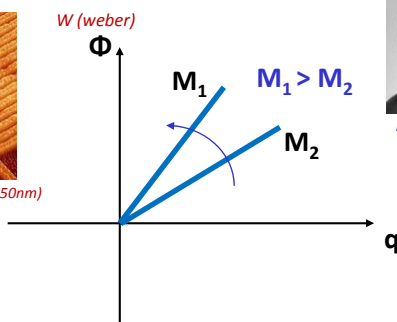


Μνημοαντίσταση (Memristor)

Memory Resistor



Memristor (HP Labs 2008 – 50nm)



Leon Chua

$$u(t) = M(q(t)) \cdot i(t)$$

Χαρακτηριστική Μαγνητικής Ροής – Φορτίου

Όταν το ρεύμα ρέει προς μία διεύθυνση η αντίσταση αυξάνει.

Στην αντίθετη διεύθυνση η αντίσταση μειώνεται.

Όταν διακοπεί το ρεύμα διατηρείται η τελευταία τιμή της αντίστασης.

Όταν η ροή ρεύματος επανέλθει, αρχικά η αντίσταση έχει την προηγούμενη της τιμή πριν διακοπεί το ρεύμα.

$$M = \frac{\Phi}{q} \quad (\text{Memristance})$$

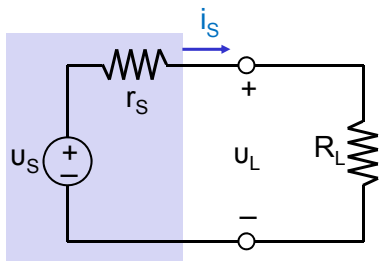
Μονάδα: Ω (ohm)



Εισαγωγή



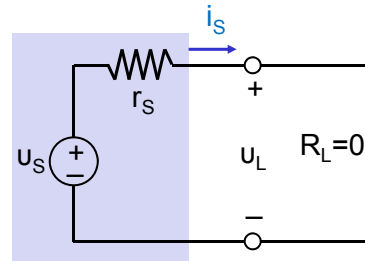
Πραγματικές Πηγές Τάσης



πραγματική
πηγή τάσης

$$\text{N. Ohm} \quad i_S = \frac{u_S}{r_S + R_L}$$

$$u_L = R_L \cdot i_S = \frac{R_L}{r_S + R_L} \cdot u_S \quad \left. \vphantom{\frac{R_L}{r_S + R_L}} \right\} \text{διαίρετης τάσης}$$



$$i_{S\max} = \frac{u_S}{r_S}$$

Ιδανική πηγή τάσης όταν
 $r_S = 0$

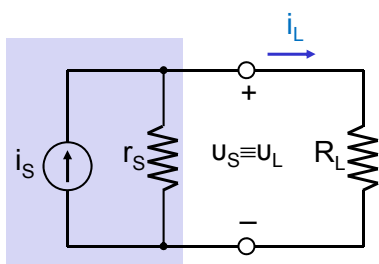


Εισαγωγή



37

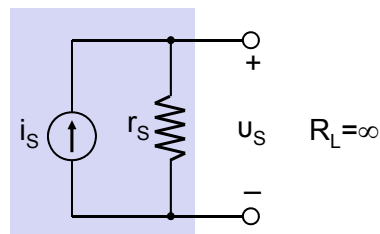
Πραγματικές Πηγές Ρεύματος



πραγματική
πηγή ρεύματος

$$\text{N. Ohm} \quad u_S = (r_S // R_L) \cdot i_S$$

$$i_L = \frac{u_S}{R_L} = \frac{(r_S // R_L)}{R_L} \cdot i_S = \frac{r_S}{r_S + R_L} \cdot i_S \quad \left. \vphantom{\frac{r_S}{r_S + R_L}} \right\} \text{διαίρετης ρεύματος}$$

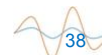


$$u_{S\max} = r_S \cdot i_S$$

Ιδανική πηγή ρεύματος όταν
 $r_S = \infty$



Εισαγωγή



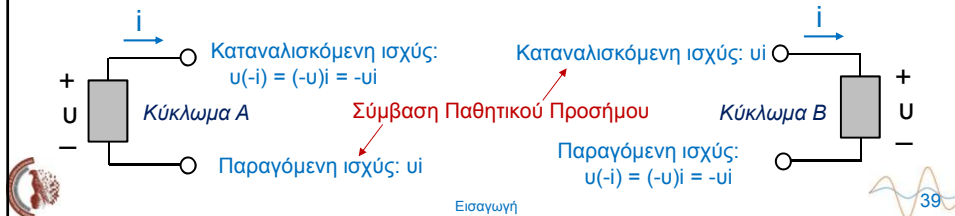
38

Ηλεκτρική Ισχύς

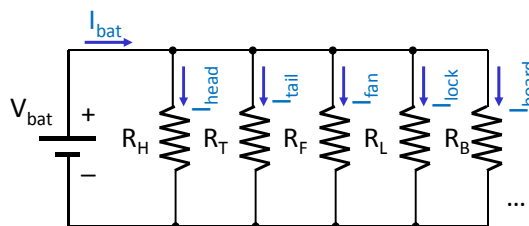
Η ισχύς ορίζεται ως το έργο στη μονάδα του χρόνου. Η *ηλεκτρική ισχύς* (*electric power*) που παράγεται ή καταναλώνεται από/σε ένα στοιχείο του κυκλώματος εκφράζεται ως:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{W}{q} \times \frac{q}{t} = u \times i \quad \underbrace{V \times A \text{ ή } W \text{ (watt)}}_{\text{μονάδα μέτρησης}}$$

- **Παραγόμενη ισχύς:** το ηλεκτρικό φορτίο μετατοπίζεται από ένα χαμηλότερο σε ένα υψηλότερο δυναμικό.
- **Καταναλισκόμενη ισχύς:** το ηλεκτρικό φορτίο μετατοπίζεται από ένα υψηλότερο σε ένα χαμηλότερο δυναμικό.



Ηλεκτρική Καλωδίωση Αυτοκινήτου



Πρόβλημα: Να βρεθεί το ρεύμα I_{bat} και η ισχύς P που παρέχει η μπαταρία του αυτοκινήτου στο ανωτέρω σύστημα. Δίδεται ότι: $V_{bat}=12V$, $R_H=10K\Omega$, $R_T=10K\Omega$, $R_F=40K\Omega$, $R_L=20K\Omega$, και $R_B=20K\Omega$.

Λύση: Οι αντιστάσεις είναι παράλληλα συνδεδεμένες. Συνεπώς, θα ισχύει:

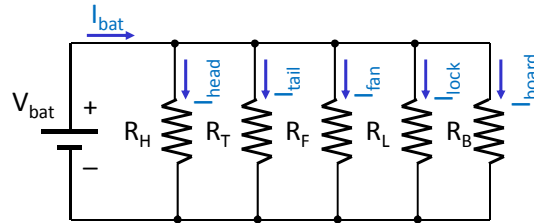
$$R_{tot} = \frac{1}{\frac{1}{R_H} + \frac{1}{R_T} + \frac{1}{R_F} + \frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_B}} = 3.08K\Omega$$



Εισαγωγή

40

Ηλεκτρική Καλωδίωση Αυτοκινήτου



Το ρεύμα που παρέχει η μπαταρία δίδεται από το Ν. Ohm:

$$I_{bat} = \frac{V_{bat}}{R_{tot}} = 3.9mA$$

Η ισχύς που παρέχει (παράγει) η μπαταρία θα είναι:

$$P = V_{bat} \times I_{bat} = 46.8mW$$

