

# Θεωρία Υπολογισμού

Λεωνίδας Παληός

Γ2, [palios@cs.uoi.gr](mailto:palios@cs.uoi.gr)

# Θεωρία Υπολογισμού

## Von Neumann μοντέλο υπολογιστή

- μονάδα ελέγχου
- μνήμη
- αριθμητική-λογική μονάδα
- μονάδα εισόδου-εξόδου

# Θεωρία Υπολογισμού

## Von Neumann μοντέλο υπολογιστή

- μονάδα ελέγχου
- μνήμη
- αριθμητική-λογική μονάδα
- μονάδα εισόδου-εξόδου

## Θεμελιώδες ερώτημα

Μπορούμε να λύσουμε με υπολογιστή όλα τα ερωτήματα που μπορούμε να θέσουμε;

# Θεωρία Υπολογισμού

## Von Neumann μοντέλο υπολογιστή

- μονάδα ελέγχου
- μνήμη
- αριθμητική-λογική μονάδα
- μονάδα εισόδου-εξόδου

## Θεμελιώδες ερώτημα

Μπορούμε να λύσουμε με υπολογιστή όλα τα ερωτήματα που μπορούμε να θέσουμε;

**Απάντηση: Όχι!**

# Θεωρία Υπολογισμού

## Θεώρημα Μη Πληρότητας (Gödel 1931)

Σε κάθε «καλά ορισμένο» αξιωματικό σύστημα ικανό να περιγράψει την αριθμητική των φυσικών αριθμών, υπάρχουν **προτάσεις** (σχετικές με τους φυσικούς αριθμούς) **που δεν μπορούν να αποδειχθούν** από τα αξιώματα.

# Θεωρία Υπολογισμού

## Θεώρημα Μη Πληρότητας (Gödel 1931)

Σε κάθε «καλά ορισμένο» αξιωματικό σύστημα ικανό να περιγράψει την αριθμητική των φυσικών αριθμών, υπάρχουν **προτάσεις** (σχετικές με τους φυσικούς αριθμούς) **που δεν μπορούν να αποδειχθούν** από τα αξιώματα.

⇒ Υπάρχουν προβλήματα για τα οποία **δεν υπάρχουν αλγόριθμοι...**

# Θεωρία Υπολογισμού

## Θεώρημα Μη Πληρότητας (Gödel 1931)

Σε κάθε «καλά ορισμένο» αξιωματικό σύστημα ικανό να περιγράψει την αριθμητική των φυσικών αριθμών, υπάρχουν **προτάσεις** (σχετικές με τους φυσικούς αριθμούς) **που δεν μπορούν να αποδειχθούν** από τα αξιώματα.

⇒ Υπάρχουν προβλήματα για τα οποία **δεν υπάρχουν αλγόριθμοι...**

## Παράδοξα

- “Αυτή η πρόταση είναι ψευδής”
- Το παράδοξο του κουρέα (Russell)
- Το παράδοξο του Berry: *“The smallest positive integer not definable in under sixty letters”*

# Θεωρία Υπολογισμού

Maurits Cornelis Escher (1898-1972)

- [Belvedere](#), [Waterfall](#), [Ascending/Descending](#), [Relativity'53](#)
- [Cathedral](#), [Street](#), [Hand with sphere](#)
- [Butterflies](#), [Circle limit 3](#), [Salamanders](#), [horsemen](#)
- [birds to fish](#), [metamorphosis III](#)
- [Moebius Band](#)

[D.R. Hofstadter, "Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid", 1999](#)



# Θεωρία Υπολογισμού

## Ερευνητικές Κατευθύνσεις

- Τι μπορεί να υπολογισθεί;
- Κατηγοριοποίηση προβλημάτων ως προς τη δυσκολία τους

## Αυτόματα

“Συσκευές” που εκτελούν κάποια εργασία ακολουθώντας συγκεκριμένα βήματα

# Θεωρία Υπολογισμού

## Ερευνητικές Κατευθύνσεις

- Τι μπορεί να υπολογισθεί;
- Κατηγοριοποίηση προβλημάτων ως προς τη δυσκολία τους

## Αυτόματα

“Συσκευές” που εκτελούν κάποια εργασία ακολουθώντας συγκεκριμένα βήματα

## Άλλες Προσεγγίσεις Υπολογισμού

- **Κβαντικός Υπολογισμός**  
(πολυωνυμικού χρόνου παραγοντοποίηση, *P. Shor (Bell L.), 1994*)
- Υπολογισμός **μέσω DNA**  
(διαδρομή *Hamilton* για 7 σημεία, *L. Adleman (USC), 1994*)

# Θεωρία Υπολογισμού

## Περιεχόμενο μαθήματος

- Πεπερασμένα Αυτόματα – Κανονικές Γλώσσες
- Αυτόματα Στοίβας – Γλώσσες ανεξάρτητες Συμφραζομένων
- Μηχανές Turing – Αναγνωρίσιμες / Διαγνώσιμες (από μηχανή Turing) Γλώσσες
- Μη επιλυσιμότητα

## Συγγράμματα

- M. Sipser, *Εισαγωγή στη Θεωρία Υπολογισμού*, 2019
- H. Lewis & Χ. Παπαδημητρίου, *Στοιχεία Θεωρίας Υπολογισμού*, 1998

# Θεωρία Υπολογισμού

## Απαιτήσεις μαθήματος

- Τελική Εξέταση
- Καλή γνώση **Θεωρίας Συνόλων, Επαγωγής**

# Θεωρία Υπολογισμού

## Απαιτήσεις μαθήματος

- Τελική Εξέταση
- Καλή γνώση **Θεωρίας Συνόλων, Επαγωγής**

## Τρόπος Μελέτης

- Διάβασμα συγγράμματος
- **Λύνετε** παραδείγματα/λυμένες ασκήσεις
- Λύνετε Ασκήσεις