

4-44: Θεωρία Υπολογισμού

4η Ομάδα Προτεινομένων Ασκήσεων

Άσκηση 1

Έστω μια ΓΧΣ $G = (V, T, R, S)$ όπου καθένας από τους κανόνες παραγωγής έχει μία από τις εξής τρεις μορφές $A \rightarrow wB$ ή $A \rightarrow Bw$ ή $A \rightarrow w$, όπου $A, B \in V - T$ και $w \in T^*$. Είναι η $L(G)$ απαραίτητα κανονική ή όχι; Αποδείξτε την απάντησή σας ή δώστε ένα αντιπαράδειγμα.

Άσκηση 2

Αποδείξτε ότι οι παρακάτω γλώσσες είναι χωρίς συμφραζόμενα:

- (α) $\{a^m b^n \mid m \geq n \geq 0\}$
- (β) $\{uawb \mid u, w \in \{a, b\}^*, |u| = |w| \geq 0\}$
- (γ) $\{a^m b^n \mid 0 \leq n \leq m \leq 2n\}$

Άσκηση 3

Έστω $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

Βρείτε μια γραμματική χωρίς συμφραζόμενα για το συμπλήρωμα \bar{L} της γλώσσας L .

Άσκηση 4

Θεωρήστε τη ΓΧΣ $G = (V, T, R, S)$ με $V = \{S, A, a, b\}$, $T = \{a, b\}$ και $R = \{S \rightarrow AA, A \rightarrow AAA, A \rightarrow bA, A \rightarrow Ab, A \rightarrow a\}$.

- (α) Δείξτε ότι η γραμματική είναι διαφορούμενη δίνοντας δύο διαφορετικά συντακτικά δέντρα για τη συμβολοσειρά aba .
- (β) Δώστε τις αριστερότερες παραγωγές για τα συντακτικά δέντρα του (α).
- (γ) Δείξτε ότι η $L(G)$ δεν είναι εγγενώς διαφορούμενη.

Άσκηση 5

Θεωρήστε το αυτόματο στοίβας $M = (K, \Sigma, \Gamma, \Delta, s, F)$ με $K = \{s, f\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a\}$, $F = \{f\}$, και $\Delta = \left\{((s, a, e), (s, a)), ((s, a, e), (f, e)), ((s, b, e), (s, a)), ((f, a, a), (f, e)), ((f, b, a), (f, e))\right\}$.

- (α) Δώστε όλες τις δυνατές μεταβάσεις του M με είσοδο aba .
- (β) Δείξτε ότι $aa, abb \notin L(M)$, ενώ $baa, bab, baaaa \in L(M)$.
- (γ) Ποια είναι η γλώσσα που αποδέχεται το M ; (Δε χρειάζεται να αποδείξετε την απάντησή σας.)

Άσκηση 6

Κατασκευάστε ένα αυτόματο στοίβας που να αποδέχεται τη γλώσσα

$$L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R \}.$$

Άσκηση 7

Χρησιμοποιήστε την ιδιότητα της κλειστότητας των γλωσσών χωρίς συμφραζόμενα ως προς την ένωση για να δείξετε ότι οι παρακάτω γλώσσες είναι χωρίς συμφραζόμενα:

(α) $\{ a^m b^n \mid m \neq n \}$

(β) $\{ a, b \}^* - \{ a^n b^n \mid n \geq 0 \}$

Άσκηση 8

Αποδείξτε ότι οι παρακάτω γλώσσες δεν είναι γλώσσες χωρίς συμφραζόμενα:

(α) $\{ w w w \mid w \in \{a, b\}^* \}$

(β) $\{ w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ έχει ίδιο πλήθος } a, b \text{ και } c \}$

Άσκηση 9

Δείξτε ότι το Θεώρημα Άντλησης για γλώσσες χωρίς συμφραζόμενα δεν μας βοηθάει να δείξουμε ότι η γλώσσα $\{ a^i b^j c^k d^\ell \mid i = 0 \text{ ή } j = k = \ell \}$ δεν είναι γλώσσα χωρίς συμφραζόμενα.

Άσκηση 10

Βρείτε μια γραμματική χωρίς συμφραζόμενα για τη γλώσσα

$$L' = \{ w \in \{a, b\}^* \mid (\text{πλήθος } a \text{ στην } w) = (\text{πλήθος } b \text{ στην } w) \}.$$